

UNIVERSAL
LIBRARY

OU_224640

UNIVERSAL
LIBRARY

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

سکون سیالات

پروفیسر لونی کی کتاب ایلمنٹس آف ہیڈریوٹکس کا اردو ترجمہ
عثمانیہ یونیورسٹی کے بی۔ اے کی جماعتوں کے لئے

از

قاضی حسین صاحب ایم۔ اے
پروفیسر ریاضیات عثمانیہ یونیورسٹی کالج حیدر آباد دکن

۱۳۳۹ھ م ۱۳۳۰ھ ۱۹۲۱ء

مطبوعہ دارالکتاب دارالعلوم دیوبند

یہ کتاب میکلمن کمپنی کی اجازت سے
جن کو حقوق کاپی رائٹ حاصل ہیں
طبع کی گئی ہے۔

فہرست مضامین

باب	مضمون	صفحات
۱	شایلی دباؤ	۱
۲	کشافت و کثافت اضافی	۱۹
	آئینہ	۲۷
۳	متجانس الاجز شایلی کے مختلف نقطوں پر دباؤ	۳۴
	کسی رقبہ پر کاکل دباؤ یا مجموعی دباؤ	۵۳
	ایک مستوی رقبہ پر کے دباؤ کا مرکز	۶۹
۴	کسی سطح پر کا حاصل مجموعی دباؤ	۷۲
	حاصل انتصابی دباؤ	۷۷
	حاصل افقی دباؤ	۸۳
۵	تیرنے والے اجسام کا توازن	۱۰۱
	توازن کا قیام	۱۳۰
۶	اجسام کی اضافی کثافتیں دریافت کرنے کے طریقے	۱۴۸
	کثافت اضافی کی بوتل	
	آبی میزان	۱۵۴
	معمولی مائع پیم	۱۶۴
	نکلسن کا مائع پیم	۱۶۹
	لانگانی	۱۷۷
۷	گیسیں	۱۸۳

باب	مضمون	صفحات
	بارپیا	۱۹۰
	بائل کا کلیہ	۱۹۹
	چالیں کا کلیہ	۲۱۵
	بارپیا کے ذریعہ بلندیوں کا معلوم کرنا	۲۲۲
	ناقص بارپیا	۲۳۰
۸	تیالات کے خواص کی تشریح کے لئے آلات اور کلیں	
	ظرف خواص	۲۳۵
	معمولی پمپ	۲۵۳
	ہوا پمپ	۲۶۸
	براما کا شکنجہ	۲۸۶
	سینف	۲۸۷
۹	دباؤ کا مرکز	۲۹۱
۱۰	گھومنے والے مائع	۳۲۱
۱۱	متفرق مسائل	
	اچھال کا منحنی اور اچھال کی سطح	۳۳۱
	مرکز مابعد کا محل قیام توازن	۳۴۵
	ایسے ظروف کے تناؤ جن کے اندر تیاں ہوں	۳۵۱
	متفرق شایں	۳۵۷
	ضمیمہ	۳۷۶
	جوابات	۳۸۱

بسم اللہ الرحمن الرحیم

چند مشہور ہندسی ضابطے

دائرہ۔ اگر ایک دائرہ کا نصف قطر r ہو تو اس کا محیط $= 2\pi r$ اور اس کا رقبہ $= \pi r^2$

$$[\pi = 3.14159265 \dots = \frac{22}{7} \text{ تقریباً}]$$

اسطوانہ۔ اگر ایک اسطوانہ کے قاعدہ کا نصف قطر r ہو اور ارتفاع f ہو تو اس کی سطح کا رقبہ $= 2\pi r f$

اور اس کا حجم $= \pi r^2 f$

کرہ۔ اگر ایک کرہ کا نصف قطر r ہو تو اس کی سطح کا رقبہ $= 4\pi r^2$

اور اس کا حجم $= \frac{4}{3}\pi r^3$

کرہ کے منطقہ کا رقبہ (منطقہ کرہ کی سطح کا وہ حصہ ہے جس کے دو متوازی مستوی سطحیں کرہ سے کاٹیں) = کرہ کا محیط \times متوازی سطحوں کے درمیان کا عمودی فاصلہ

$= 2\pi r d$ جہاں d عمودی فاصلہ ہے۔

منطقہ کا مرکز ثقل اس خط کی تنصیف کرتا ہے جو مستوی سروں کے مرکوزوں کو ملاتا ہے۔

اگر دو متوازی مستوی سطحیں ایک کرہ کو کاٹیں اور ان سطحوں کے فاصلے کرہ کے مرکز سے لا اور لا ہوں تو کرہ کے اس حصہ کا حجم جو ان سطحوں کے درمیان واقع ہے

$$= \frac{\pi}{3} (l_1^3 - l_2^3) - \frac{\pi}{6} (l_1^3 + l_2^3 + l_1^2 l_2 + l_1 l_2^2)$$

محفوظ۔ اگر ایک مخروط کا ارتفاع f ہو اور اس کے قاعدہ کا نصف قطر r ، تو اس کی منحنی سطح کا رقبہ $= \frac{1}{2} \times \text{ضلع مائل} \times \text{قاعدہ کا محیط}$

$$= \pi r \sqrt{f^2 + r^2}$$

اس کا حجم $= \frac{1}{3} \times \text{ارتفاع} \times \text{قاعدہ کا رقبہ}$

$$= \frac{1}{3} \pi r^2 f$$

مخروط ناقص کا حجم $= \frac{\pi}{3} d (l_1^2 + l_1 l_2 + l_2^2)$

جہاں l_1 ، l_2 اس کے مستدیر سروں کے نصف قطر ہیں اور سروں کا عمودی فاصلہ ایک دوسرے سے d ہے۔

گردشی مکانی نما۔ یہ مجسم، قطع مکانی کو اس کے محور کے گرد گھمانے سے حاصل ہوتا ہے۔

اگر ایک مستوی سطح اس کے محور پر عمود ہو تو جو حصہ یہ سطح اس مجسم سے کاٹے گی اس کا حجم $=$ اس اسطوانہ کا نصف حجم جو اس مستوی سطح پر کھڑا ہو اور جس کا ارتفاع وہی ہو جو حصہ مذکور کا ہے

$$= \frac{1}{2} \times \text{مستوی قاعدہ کا رقبہ} \times \text{ارتفاع}$$

باب اول

سیالی دباؤ

۱۔ علم سکون میں ہم نے استوار اجسام کے توازن پر بحث کی ہے اور ہم جانتے ہیں کہ استوار جسموں کے ترکیبی ذروں کے باہمی فاصلے ہمیشہ وہی رہتے ہیں یعنی اُن کے ذبے اپنے اضافی مقامات کو بلچا ایک دوسرے کے نہیں بدلتے۔ اس سے معلوم ہوتا ہے کہ استوار جسم کی ایک خاص شکل اور جسامت ہوتی ہے۔ علم سکون میں اشارۃً ہم نے یہ بھی بتا دیا تھا کہ اس قسم کے جسم قدرت میں نہیں ملتے۔ لیکن ایسے اجسام بکثرت موجود ہیں جو اوپر کی تعریف کو قریب قریب پورا کرتے ہیں۔

سکون سیالات میں ہم ایسے اجسام کے توازن پر بحث کریں گے جیسے پانی، تیل، گیس وغیرہ، ایسے جسموں کی مشرک اور مشہور خاصیت یہ ہے کہ ان کے اجزاء ایک دوسرے سے یحد آسانی اور سہولت سے جدا ہو سکتے ہیں۔

اگر ایک نہایت ہی باریک پترے کو کنارے کے بل پانی میں دھکیلیں تو پترے کی حرکت کو روکنے کے لئے نہایت ہی کم

مزاہمت محسوس ہوگی۔ یعنی رگڑ کی قسم کی قوت پتھرے کی سطح کی سمت میں نہایت ہی خفیف ہوگی۔ دراصل کوئی سیال ایسا نہیں ہے جس میں یہ قوت بالکل معدوم ہوتی ہو لیکن اس کتاب میں شروع سے آخر تک ہم یہ فرض کریں گے کہ ہمارے سیال زیر بحث میں یہ قوت بالکل معدوم ہوتی ہے۔

ایسے فرضی سیال کو سیال کامل کہتے ہیں۔ باقاعدہ طور پر ہم اس کی تعریف اگلی دفعہ میں کریں گے۔

۲۔ ایسا خیال کرو کہ سیال کے اندر ایک چھوٹی مستوی سطح کہیں واقع ہے اس کے دونوں طرف سیال کے جو دو حصے ہیں وہ ایک دوسرے پر عمل کرتے ہیں اور ان کے تعامل کو دو حصوں میں تحلیل کیا جاسکتا ہے ایک سطح فاصل کی عمودی سمت میں اور دوسرے اس کے متوازی، پہلی قوت کو عمودی اور دوسری کو مماسی قوت کہتے ہیں۔

سیال کامل۔ تعریف۔ سیال کامل وہ شے ہے جس کی شکل کسی مماسی قوت کو (خواہ وہ کتنی ہی قلیل ہو) کافی دیر تک لگانے سے بدل دی جاسکتی ہے، اور جس کے حصے اس کی باقی مقدار سے باآسانی جدا ہو سکتے ہیں، اور جس کے مختلف حصوں میں کسی قسم کی مماسی قوت یعنی رگڑ کی قسم کی قوت عمل نہیں کرتی۔ پانی اس حالت میں جبکہ یہ حرکت کر رہا ہو سیال کامل کی تعریف کو پورا نہیں کرتا۔

مثلاً اگر ہم ایک پیالے میں پانی کو گھمانا شروع کریں تو رگڑ کی قسم کی

جو مزاحمتیں پانی اور پیالے کے درمیان ہیں اور جو پانی کے مختلف حصوں کے درمیان عمل کرتی ہیں وہ پانی کو جلد حالت سکون میں لے آئینگی، لیکن جب پانی حرکت نہ کر رہا ہو تو اس وقت اس کو عملی طور پر سیال کامل کہا جا سکتا ہے۔

۳۔ سیالات کی پھر دو قسمیں ہیں، مائعات اور گیسین۔ مائعات ایسی اشیاء ہیں جیسے پانی اور تیل، ان کی مشہور خاصیت یہ ہے کہ یہ مطلق دب نہیں سکتے اور نہ دبنے والا سیال وہ ہے جس کا کل حجم (یعنی وہ جگہ جو یہ گھیرتا ہے) کسی قوت کے لگانے سے خواہ وہ کتنی ہی بڑی ہو کم یا زیادہ نہ ہو سکے اگرچہ ایک چھوٹی سے چھوٹی قوت اس کی شکل کو آسانی بدل دے۔ فی الحقیقت سب مائعات بہت بڑے دباؤ کے زیر عمل کسی نہ کسی حد تک دب جاتے ہیں۔ مثلاً کرہ ہوائی کے دباؤ کا تقریباً ۲۰۰ گنا، پانی کے کسی حجم کو صرف بقدر ۱/۱۰۰ ویں حصہ حجم کے کم کرے گا۔ لیکن حجم کی اس تکلیل کمی کو ہم نظر انداز کریں گے اور مائعات کو ایسے سیال تصور کریں گے جو بالکل بے پیک ہوں یعنی بالکل دب نہ سکیں۔

برعکس ان کے گیسین وہ سیال ہیں جن کا حجم آسانی سے بدل سکے یعنی جو آسانی دب سکیں۔

اگر ایک ظرف کے اندر بچہ کے کھیلنے کی گیند رکھ دی جائے جسکے اندر ہوا ہو، اور ہوا پمپ کے ذریعہ اس ظرف کی ہوا خارج کی جائے تو گیند حجم میں بڑھ جائے گی۔ اگر گیند کی سطح پر کوئی سوراخ ہو تو ہوا پھیل کر ظرف کو بھر دے گی خواہ ظرف کا حجم کچھ ہی ہو۔

۴۔ مائع اور گیس کی باضابطہ تعریفات یہ ہو سکتی ہیں۔

مائع کامل وہ سیال ہے جو بالکل نہ دب سکے۔

گیس وہ سیال ہے جس کی کوئی محدود مقدار فضا کے بڑے سے بڑے حصہ کو بھر دے اگر اُس دباؤ کو جو اس پر عمل کر رہا ہو کافی طور پر کم کر دیا جائے۔

۵۔ پس ایک جسم استوار، مائع اور گیس کے باہمی فرق اس طرح

بیان ہو سکتے ہیں۔ کامل طور پر استوار جسم وہ ہے جو ایک خاص حجم اور خاص شکل رکھتا ہو۔

مائع کامل کا ایک خاص حجم ہوتا ہے لیکن اس کی کوئی خاص شکل نہیں ہوتی۔

گیس کامل کا نہ کوئی خاص حجم ہوتا ہے اور نہ کوئی خاص شکل۔

۶۔ لزج سیال۔ کوئی سیال ایسا نہیں جسے کامل کہ سکیں بہت

سے سیال ایسے ہیں (جیسے شیرہ۔ شہد اور تار کول) کہ اگر ان کی شکل

بدلنے کی کوشش کی جائے تو ان کی مزاحمت پر غالب آنے کے لئے

بہت زور لگانا پڑتا ہے، اس قسم کے سیال جن کی متصل تہوں

کے درمیان ماسی عمل یا جڑی زور اتنا ہو کہ نظر انداز نہ ہو سکے ان کو

لزج سیال کہتے ہیں۔

۷۔ کسی نقطہ پر کا دباؤ۔ فرض کرو کہ ایک برتن کے پہلو میں ایک

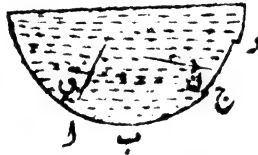
سوراخ کر دیا گیا ہے اور ایک تختی اس پر لگا دی گئی ہے جو اس

پر خوب منطبق ہوتی ہے۔ اب اگر اس برتن میں کوئی سیال ڈالا

جائے تو تختی صحت اُس صورت میں ساکن رہ سکے گی جبکہ کوئی

بیرونی قوت اس کو سہارنے کے لئے لگائی جائے۔ اس سے معلوم ہوتا ہے کہ لازماً سیال تختی پر قوت لگاتا ہے۔
نیز بموجب تعریف سیال کی یہ قوت اس تختی کے ہر جزو پر عموداً عمل کرتی ہے۔

اب اگر تختی کے رقبہ کے ہر مساوی جزو پر سیال یکساں قوت لگائے تو جو قوت تختی کے کسی نقطہ N کے گرد رقبہ کی ایک اکائی پر عمل کرتی ہے اس کو نقطہ N پر کا دباؤ کہتے ہیں۔
لیکن اگر تختی کے ہر مساوی جزو پر سیال یکساں قوت نہ لگائے جیسے تختی ج D پر تو نقطہ N پر کا دباؤ اس قوت سے تعبیر ہوگا جو سیال زیر بحث N پر کے رقبہ کی ایک اکائی پر لگاتا ہے بشرطیکہ یہ مان لیا جائے کہ رقبہ کی اس اکائی پر دباؤ یکساں ہے اور اس دباؤ کے برابر ہے جو N پر کے لا انتہا طویل رقبہ پر عمل کرتا ہے



اگر کوئی نقطہ Q سیال کے اندر واقع ہو تو اس نقطہ پر کا دباؤ اس طرح معلوم ہو سکتا ہے۔ فرض کرو کہ ایک ہنایت ہی چھوٹی استوار تختی جس کا رقبہ A مربع فٹ ہے نقطہ Q پر رکھ دی گئی ہے

اور نقطہ قی ٹھیک اس پر واقع ہوتا ہے، نیز فرض کرو کہ اس تختی کے ایک طرف کا کل سیال نکال دیا گیا ہے اور تختی کو ساکن رکھنے کے لئے ایک $\frac{1}{2}$ پونڈ وزن کی قوت لگانی پڑتی ہے، تب نقطہ قی پر کا دباؤ $\frac{1}{2}$ پونڈ وزن فی مربع فٹ کی قوت کے برابر ہوگا۔

۸۔ اکائیوں کے فٹ، پونڈ نظام میں دباؤ کی اکائی جو نظریات میں مستعمل ہے وہ ایک پونڈل فی مربع فٹ ہے اور سنتی میٹر، گرام، ثانیہ (س، گ، ث) نظام میں یہ اکائی ایک ڈائن فی مربع سنتی میٹر ہے۔

لیکن عملیات میں ایک سیال کے کسی نقطہ پر کا دباؤ اس طرح بیان نہیں کیا جاتا کہ یہ اتنے پونڈل فی مربع فٹ ہے، بلکہ بالعموم اس کو اس طرح بیان کرتے ہیں کہ دباؤ فی مربع انچ اتنے پونڈ وزن کے برابر ہے۔ اس میں شک نہیں کہ نظری حسابات میں دباؤ کو 'پونڈ لون' میں بیان کرنا زیادہ سودمند ہے، اس کو جب چاہیں 'پونڈ وزن فی مربع انچ' کی رقوم میں بیان کر سکتے ہیں اسی طرح سے (س، گ، ث) نظام میں بھی دباؤ کو عملی طور پر اس طرح بیان کرتے ہیں کہ یہ اتنے گراموں کا وزن فی مربع سنتی میٹر ہے۔

پھر اوقات سہولت کی خاطر ایسے دباؤ کو جو فٹ پونڈ نظام کے موافق بیان کیا گیا ہو (س، گ، ث) نظام میں منتقل کرنے کی ضرورت پڑتی ہے، اکائیوں کے ان نظاموں کے باہم تقریبی تعلقات یہ ہیں۔

۱ انچ = ۲.۵۴ سنتی میٹر، ایک سنتی میٹر = ۳.۹۳۷ انچ

۱ پونڈ = ۴۵۳.۶ گرام، ایک گرام = ۰.۰۰۲۲۰۴ پونڈ

اس لئے فی مربع انچ ایک پونڈ وزن کا دباؤ

= فی (۲۱۵۴) مربع سنتی میٹر ۴۵۳۱۶ گرام وزن کا دباؤ

= فی مربع سنتی میٹر $\frac{۴۵۳۱۶}{(۲۱۵۴)}$ گرام وزن کا دباؤ۔

فی مربع سنتی میٹر ۰.۱۳۰ گرام وزن کا دباؤ
اسی طرح سے فی مربع سنتی میٹر ایک گرام وزن کا دباؤ
= فی (۱۳۹۳۷) مربع انچ $\frac{۱۰۰۲۲۰۴}{۲(۱۳۹۳۷)}$ پونڈ وزن کا دباؤ

= فی مربع انچ $\frac{۱۰۰۲۲۰۴}{۲(۱۳۹۳۷)}$ پونڈ وزن کا دباؤ

= فی مربع انچ ۰.۱۴۲ پونڈ وزن کا دباؤ۔

۹۔ سیالی دباؤ کا انتقال۔

اگر کسی سیال کی سطح پر کوئی دباؤ ڈالا جائے تو یہ دباؤ سیال کے سب حصوں میں مساوی طور پر منتقل ہو جاتا ہے۔

اس مسئلہ کو تجربی طور پر ہم اس طرح ثابت کر سکتے ہیں۔

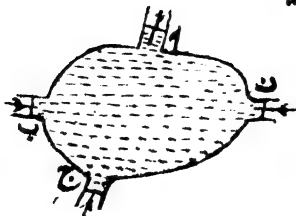
فرض کرو کہ کسی شکل کا کوئی ظرف ہے اور اس میں کوئی سیال بھرا ہے

نیز فرض کرو کہ کئی ایک مختلف ربقوں کے چھوٹے بڑے سوراخ

ا، ب، ج، د، ع، ف، غ، ط، ی، ز میں موجود ہیں جن کو خوب پھنس کر

آنے والے فشاروں سے بند کیا گیا ہے، ان فشاروں پر مختلف

قوتیں لگائی جاسکتی ہیں۔



فرض کرو کہ ان فشاروں کے رقبے ا، ب، ج، د، ... مربع فٹ ہیں اور یہ فشارے مناسب قوتوں کے زیر عمل توازن میں ہیں۔ اگر ا پر مزید قوت د × ا لگائی جائے [یعنی ا پر کے رقبہ کی ہر اکائی پر د پونڈ وزن کا مزید دباؤ ڈالا جائے] تو یہ معلوم ہوگا کہ ب پر د × ب پونڈ وزن، ج پر د × ج پونڈ وزن، د پر د × د پونڈ وزن، وغیرہ وغیرہ کی مزید قوتیں لگانی پڑتی ہیں۔ پس معلوم ہوا کہ اگر ا پر کے رقبہ کی ہر ایک اکائی پر د پونڈ وزن کا دباؤ زیادہ کر دیا جائے تو اس کا یہ نتیجہ ہوتا ہے کہ ب کے رقبے کی ہر ایک اکائی پر د پونڈ وزن کا دباؤ زیادہ ہو جاتا ہے اور اسی طرح سے باقی فشاروں ج، د، ... میں سے ہر ایک کی یہی کیفیت ہے۔ اس لئے مسئلہ ثابت ہوا۔

۱۰۔ ایک ساکن سیال میں کسی نقطہ پر کا دباؤ ہر سمت میں وہی ہوتا ہے۔

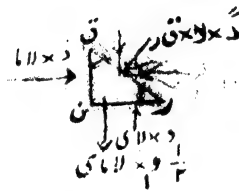
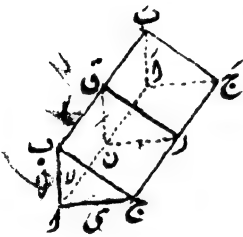
یہ مسئلہ دفعہ آخر کی تھوڑی سی ترمیم سے تجربی طریق پر ثابت ہو سکتا ہے۔ فرض کرو کہ فشارہ ف ایسا ہے کہ اس کو پھل کر کسی خاص مقام یا محل میں لا سکتے ہیں۔ یعنی اس کی سطح کو کسی ایک فشارہ (ایب ایج) کی سطح کے متوازی کر سکتے ہیں یا اس کو کسی اور مقام پر باسانی لا سکتے ہیں۔ تجربہ سے معلوم ہو گا کہ اگر لڑ پر کے رقبہ کی ہر ایک اکائی پر دباؤ کا اضافہ کیا جائے تو خواہ فشارہ ف کسی محل میں ہو اس کے رقبہ کی ہر ایک اکائی پر دباؤ کا اضافہ ہو جائے گا۔

۱۱۔ دفعہ گذشتہ کا مسئلہ اس اساسی اصول سے بھی حاصل ہو سکتا ہے

کہ ایک سیال کا دباؤ ایک ایسی سطح پر جو اس کو مس کرے ہمیشہ عمود وار ہوتا ہے۔

سیال کے ایک ایسے حصہ پر غور کرو جس کی شکل مثلثی منشور کی ہو۔ فرض کرو کہ اس کا قاعدہ ABC اور DEF متوازی الاقاف ہے اور اس کا مستطیل پہلو AB اور نیز مثلثی پہلو ABC اور DEF متساوی ہیں۔

فرض کرو کہ منشور کی لمبائی AD ، چوڑائی BC اور اونچائی AB کیوں طول میں نہایت ہی کم ہیں اور فرض کرو کہ AD ، BC اور AB کے نقاط تنصیف بالترتیب N ، Q ، R ہیں۔



فرض کرو کہ AD ، AB ، BC کے طول بالترتیب LA ، LB ، LC ہیں چونکہ کناروں AD ، BC کے طول LA ، LC بہت کم ہیں اس لئے ہم پہلو AD ، BC پر کے دباؤ کو یکساں خیال کر سکتے ہیں، اور اگر اس کے رقبہ کی ہر اکائی پر دباؤ P ہو تو اس قوت کی کل مقدار جو سیال اس پہلو پر لگاتا ہے $P \times LA$ ہوگی اور ظاہر ہے کہ یہ N کے نقطہ تنصیف پر عمل کرے گی۔

اسی طرح سے اگر AD ، AB اور BC کے رقبوں پر

فی اکائی دباؤ بالترتیب دے اور دے ہوں تو ان رقبوں پر عمل کرنیوالی قوتوں کی مقداریں بالترتیب دے لا ما اور دے لا \times قے عمل ہونگی اور وہ بالترتیب ن قے اور قے کے نقاط تنصیف پر عمل کریں گی۔

فرض کرو کہ سیال کے حجم کی ایک اکائی کا وزن م ہے، چونکہ منشور کا حجم $\frac{1}{3} \times$ رقبہ \times ج یعنی لا $\times \frac{1}{3}$ مای ہے اس لئے سیالی منشور کا وزن = م $\times \frac{1}{3}$ لا مای، اور یہ مثلث ن قے کے مرکز ثقل میں سے شاوولی سمت میں عمل کرتا ہے۔ یہ وزن اور تینوں قوتیں جو منشور کے پہلوؤں پر عمل کرتی ہیں باہم متوازن ہیں کیونکہ اگر ایسا نہ ہو تو منشور اُن کے زیرِ عمل حرکت کرنا شروع کرے گا۔

اس لئے افقی سمت میں تحلیل کرنے سے

$$د \times لا ما = د \times لا \times قے رجم (۹۰-۲) = د \times لا \times قے رجب ر$$

$$= د \times لا \times ن قے = د \times لا ما$$

$$اس لئے د = د \dots \dots \dots (۱)$$

نیز انتصابی سمت میں تحلیل کرنے سے

$$د \times لا ی - د \times \frac{1}{3} لا مای = د \times لا \times قے رجب (۹۰-۲)$$

$$= د \times لا \times قے رجم ر = د \times لا ن$$

$$= د \times لا ی$$

$$اس لئے د - د = د \times \frac{1}{3} ما \dots \dots \dots (۲)$$

اب فرض کرو کہ منشور کے اضلاع لا انتہا چھوٹے ہیں۔ (اگر ایسا

ہو تو د، د، د نقطہ ن بہ کے دباؤ ہوں گے جو نقطہ ن پر بالترتیب اسات ن (، ن ق اور ق د پر عمودی سمتوں میں عمل کرنے لگیں اس صورت میں مقدار د $\times \frac{1}{4}$ ما لانتہا قلیل ہو جائے گی اور اس لئے نظر انداز ہو سکے گی۔

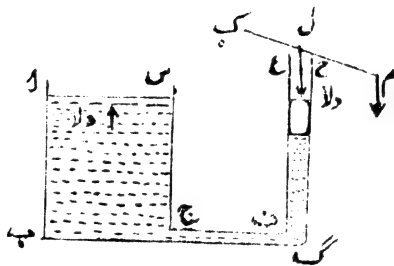
تب مساوات (۲) سے حاصل ہوگا

$$D = d$$

$$D = d = d \text{ یعنی}$$

اب ق ر کی سمت متعین نہیں کی گئی، اس کی سمت جو ہم چاہیں ہو سکتی ہے اور بنا بریں د کی سمت جو ق ر پر عمود ہے جو ہم چاہیں ہو سکتی ہے۔ اس لئے معلوم ہوا کہ ن پر کے سیال کا دباؤ سب سمتوں میں وہی ہے۔

۱۲۔ براما کا آبی شکنجہ۔ براما کا شکنجہ سیالی دباؤ کو منتقل کرنے کی ایک سادہ مثال ہے۔



اس کی نہایت سادہ شکل یہ ہے، اس میں دو اسطوانے (ب ج س اور ع ف گ ح) ہوتے ہیں جن میں پانی بھر دیا جاتا ہے، اور ایک نالی ج گ ان اسطوانوں کو ملائی ہے۔ ایک اسطوانے کی

عمودی تراش دوسرے کی عمودی تراش سے بہت بڑی ہوتی ہے۔ ہر اسطوانہ میں ایک خوب پھنس کر آئی والا فشارہ ہوتا ہے جس میں سے پانی نہیں گزر سکتا۔

فرض کرو کہ ان فشاروں کی تراشوں کے رقبے Δ اور Δ' ہیں۔ نیز چھوٹے فشارہ کے رقبہ پر فی اکائی Δ پونڈ وزن کے حساب سے دباؤ ڈالا جاتا ہے، یعنی کل قوت جو اس پر لگائی جاتی ہے $\Delta \times \Delta$ پونڈ وزن کے مساوی ہے۔

دفعہ ۹ کی رو سے یہ دباؤ جو رقبہ کی ایک اکائی پر Δ پونڈ وزن کے حساب سے لگایا گیا ہے کل سیال میں منتقل ہو جائے گا یعنی کل زور یا دباؤ جو بڑے فشارہ کی سطح پر جا کر پڑے گا وہ $\Delta \times \Delta$ پونڈ وزن کے مساوی ہوگا۔

یہ زور بڑے فشارہ کی سطح پر $\Delta \times \Delta$ پونڈ وزن کے ایک جسم کو سہارے گا۔

$$\text{اس لئے} \quad \frac{\Delta}{\Delta'} = \frac{\Delta \times \Delta}{\Delta' \times \Delta} = \frac{\text{سہارے ہوئے جسم کا وزن}}{\text{قوت جو لگائی گئی ہے}}$$

پس معلوم ہوا کہ چھوٹے فشارہ پر جو قوت لگائی جائے وہ نسبت $\frac{\Delta}{\Delta'}$ یعنی اسطوانوں کے رقبوں کی نسبت سے ضرب کھا جاتی ہے۔ اوپر کی تحقیقات میں فشاروں کے اوزان کو اور نیز اسطوانوں میں جو سیال ہے اس کی اونچائیوں کے فرق کو نظر انداز کیا گیا ہے۔

چھوٹے فشارہ پر دباؤ بالعموم ایک بیرک L م کے ذریعہ ڈالا جاتا ہے،

جو اپنے ثابت سرے ک کے گرد بلا تکلف حرکت کر سکتا ہے،
م پر قوت لگائی جاتی ہے اور نقطہ ل کو چھوٹے فشارہ کے
ساتھ ایک استوار سلاخ کے ذریعہ وصل کر دیا جاتا ہے۔

اگر ہم چھوٹے فشارہ کے رقبہ کو نہایت ہی کم کر دیں اور بڑے
فشارہ کے رقبہ کو لا انتہا بڑھا دیں تو نظری تحقیق کی رُو سے ہم
اُس قوت کو جو لگائی گئی ہے جتنا چاہیں بڑھا سکتے ہیں، عملی
طور پر قوت کی یہ تصنیف خاص حدود کے اندر ہی ہو سکتی ہے۔
کیونکہ ایسا کرنے کے لئے ضروری ہے کہ ظرفوں کے پہلو دباؤ کو سہارے
لئے بہت ہی مضبوط بنائے جائیں۔

۱۳۔ مشق۔ ایک برام کے شکنجہ میں چھوٹے فشارہ کا رقبہ $\frac{1}{4}$ مربع انچ ہے
اور بڑے فشارہ کا رقبہ ۲ مربع فٹ۔ اگر چھوٹے فشارہ پر ۲۰ پونڈ وزن
کی قوت لگائی جائے تو معلوم کرو کہ بڑے فشارہ پر یہ کتنے
وزن کو سہارے سکے گی۔

جو سیال چھوٹے فشارہ کو مس کرتا ہے اس کے ہر ایک نقطہ پر کا دباؤ
 $20 \div \frac{1}{4}$ یعنی ۶ پونڈ وزن فی مربع انچ کے برابر ہے۔

دفعہ ۹ کی رُو سے دباؤ کی یہ مقدار بڑے فشارہ کے ہر ایک مربع انچ
پر جا کر عمل کرتی ہے جس کا رقبہ ۲۸۸ مربع انچ ہے۔

اسلئے کل دباؤ یا زور جو بڑے فشارہ پر عمل کرتا ہے 60×288 یعنی ۱۷۲۸۰ پونڈ
وزن یعنی $\frac{5}{8}$ ٹن وزن کے برابر ہے۔

اسلئے بڑا فشارہ $\frac{5}{8}$ ٹن وزن کو سہارے سکے گا۔

۱۴۔ برام کا شکنجہ کام کے اصول کی جو علم سکون کی دفعہ ۲۰۰ میں

بیان ہوا ہے ایک عمدہ مثال ہے۔ چھوٹے اسطوانہ کے پانی کی کمی بڑے اسطوانہ کے پانی کی زیادتی کے مساوی ہے، اس لئے

$$\lambda \times \text{ما} = \text{لا} \times \text{ما}$$

جہاں ما اور لا ان فاصلوں کو تعبیر کرتے ہیں جو بڑا اور چھوٹا فشار بالترتیب طے کرتا ہے۔

$$\text{اسلئے} \quad \frac{\lambda}{\text{لا}} = \frac{\text{ما}}{\text{ما}}$$

$$\text{اسلئے} \quad \frac{\lambda}{\text{لا}} = \frac{\text{ما}}{\text{ما}} = \frac{\text{وہ قوت جو بڑا فشار لگاتا ہے}}{\text{وہ قوت جو چھوٹا فشار لگاتا ہے}}$$

اسلئے وہ قوت جو بڑا فشار لگاتا ہے $\times \text{ما}$

= وہ قوت جو چھوٹا فشار لگاتا ہے $\times \text{ما}$

یعنی معلوم ہوا کہ جتنا کام بڑا فشار کرتا ہے وہ اس کام کے مساوی ہے جو چھوٹے فشار پر کیا گیا ہے۔

اسلئے کام کا اصول اس صورت میں صحیح ہے۔

۱۵۔ محافظ کھلمندن

محافظ کھلمندن سیالوں کے دباؤ کی ایک اور عمدہ مثال ہے۔ انجن کے جوشدان میں ممکن ہے کہ بعض اوقات بھاپ کا دباؤ اتنا زیادہ ہو جائے کہ جوشدان کی مضبوطی اسکی تحمل نہ ہو سکے۔ اس صورت میں جوشدان کے پھٹنے کا اندیشہ ہوگا، محافظ کھلمندن کا یہ فائدہ ہے کہ جب بھاپ کا دباؤ ایک ایسی حد سے زیادہ ہوگا جو جوشدان کی مضبوطی کے لحاظ سے نامناسب ہو تو بھاپ کو

خارج ہونے کا راستہ دیدیا جائے۔

ایک قسم کے محافظ کھلمدن کی شکل ذیل میں دی گئی ہے، جوشدان کے پہلو میں ایک گول سوراخ ہے جس کے اندر ایک ڈاٹ یا ڈھٹی پھنس کر آتی ہے، اس ڈاٹ کو ایک بیرم یا سلاخ اب ج کے ساتھ نقطہ ب پر لگا دیا گیا ہے اور بیرم کا ایک سرا مشین کے کسی ثابت حصہ کے ساتھ پیوست کر دیا گیا ہے۔

بیرم اب ج نقطہ ا کے گرد حرکت کر سکتا ہے اور اسکے دوسرے سرے پر وزن لٹکا دئے جاسکتے ہیں۔ ظاہر ہے کہ بھاپ کا دباؤ اور ج پر کا وزن بیرم کو متقابل جانبوں میں پھرانے کی قابلیت رکھتے ہیں۔ جب بھاپ کے دباؤ کا معیار اثر نقطہ ا کے گرد ج پر کے وزن کے معیار اثر سے بڑا ہوگا تو ڈاٹ اوپر کو اٹھگی اور کچھ بھاپ خارج ہو کر دباؤ کم ہو جائے گا۔



اور قسم کے کھلمدنوں میں بیرم اب ج نہیں ہوتا اور ڈاٹ کی جگہ ایک گول پردہ یا کھلمدن ہوتا ہے جس کے ساتھ وزن بندھتے ہوتے ہیں۔ اور وہ اپنے محیط کے ایک نقطہ کے گرد حرکت کر سکتا ہے۔

مثال - ایک محافظ کھلندن کے بیرم کے بازو ۱ انچ اور ۱۸ انچ ہیں، بڑے بازو کے سرے پر ایک ۲۰ پونڈ کا وزن لٹکایا گیا ہے، اگر کھلندن کا رقبہ $\frac{1}{4}$ مربع انچ ہو تو معلوم کرو کہ جوشدان کے اندر زیادہ سے زیادہ کتنا دباؤ رکھنا مناسب خیال کیا گیا ہے۔

اگر مطلوبہ دباؤ فی مربع انچ ۷ پونڈ وزن کے مساوی ہو تو قوت کی کل مقدار جو بھاپ کھلندن پر لگائی ہے

$$= 7 \times \frac{1}{4} \text{ پونڈ وزن}$$

جب کھلندن عین اٹھنے کو ہوتا ہے اس وقت $\frac{3}{4}$ اور ۲ پونڈ وزن کی قوتیں جو بالترتیب ۱ انچ اور ۱۸ انچ لمبے بازوؤں کے سروں پر عمل کرتی ہیں توازن پیدا کرتی ہیں

$$\text{اسلئے } 18 \times 20 = 1 \times \frac{3}{4}$$

$$\therefore 240 = 1 \text{ پونڈ وزن}$$

امثلہ نمبر ۱

۱۔ ایک براما کے شلنجہ میں بڑے اور چھوٹے فشاروں کے قطر بالترتیب $\frac{1}{4}$ ۲ دسی میٹر اور ۲ سنتی میٹر ہیں، چھوٹے فشارہ کے سر پر ایک کلو گرام وزن رکھا گیا ہے، معلوم کرو کہ بڑے فشارہ پر کتنا وزن سہارا جاسکتا ہے۔

۲۔ ایک براما کے شلنجہ میں بڑے فشارہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ہے اور چھوٹے فشارہ کا $\frac{1}{4}$ مربع انچ، معلوم کرو کہ چھوٹے فشارہ پر کتنی قوت لگائی جائے کہ بڑا فشارہ ایک ٹن وزن اٹھاسکے۔

۳۔ ایک حوض جبکہ پانی سے بھر کر بند کر دیا گیا ہے زیادہ سے زیادہ ۱۵۰۰ پونڈ وزن کا دباؤ فی مربع فٹ برداشت کر سکتا ہے۔ ایک نالی جس کی تراش $\frac{1}{4}$ مربع انچ ہے حوض کے ساتھ ملا دی گئی ہے اور اس نالی کو پانی سے بھر دیا گیا ہے، اگر اس نالی کے خالی سرے پر ایک فشارہ لگا دیا جائے تو معلوم کرو کہ اس فشارہ پر زیادہ سے زیادہ کتنا وزن رکھا جاسکتا ہے کہ حوض کے پہلوؤں کے پھٹنے کا احتمال نہ ہو۔

۴۔ ایک براما کے شکنجہ میں ۵ پونڈ وزن کی ایک قوت ایک ٹن وزن کا مجموعی دباؤ پیدا کرتی ہے، اگر فشارہ کے قطروں کی باہمی نسبت ۸:۱۰ ہو تو جس بیرم کے ذریعہ چھوٹے فشارہ پر دباؤ ڈالا جاتا ہے اس کے بازوؤں کے طولوں کی نسبت دریافت کرو۔

۵۔ ایک شکنجہ آبی کے اسطوانوں کے نصف قطر بالترتیب ۳ انچ اور ۶ فٹ ہیں، قوت ۲ فٹ لمبے بیرم کے سرے پر لگائی جاتی ہے اور چھوٹے فشارے کو نصاب سے ۲ انچ کے فاصلہ پر لگایا گیا ہے۔ اگر بڑے فشارہ پر ۱۰ ٹن وزن کا ایک جسم رکھ دیا جائے تو اُس قوت کی مقدار دریافت کرو جو شکنجہ کے ذریعہ وزن مذکور کو اٹھانے کے لئے بیرم کے سرے پر لگانی پڑے گی۔ اگر شکنجہ کے اجزا زیادہ سے زیادہ ۱۵۰ پونڈ وزن فی مربع انچ برداشت کر سکیں تو بڑے سے بڑے وزن کی مقدار دریافت کرو جو مشین کے ذریعہ اٹھایا جاسکتا ہے۔

۶۔ ایک ظرف کو پانی سے بھر دیا گیا ہے اور اس کے منہ پر ایک پھنس کر آنے والا کاک لگا دیا گیا ہے، اس کی کیا وجہ ہے کہ کاک

ایک ذرا سا صدمہ برتن کو توڑ دینے کے لئے کافی ہو سکتا ہے۔

۷۔ ایک محافظ کھلندن کا جو بیرم ہے اس کے بازوؤں کے طول بالترتیب ۲ انچ اور ۲ فٹ ہیں۔ اور بڑے بازو کے سرے پر ۱۲ پونڈ کا وزن لگا دیا گیا ہے، اگر کھلندن کا رقبہ ۱ مربع انچ ہو تو معلوم کرو کہ جس وقت کھلندن اوپر اٹھتا ہے اس وقت جوشدان کے اندر کتنا دباؤ ہوتا ہے۔

۸۔ ایک گول محافظ کھلندن کا قطر $\frac{1}{8}$ انچ ہے اور کھلندن کیساتھ کچھ وزن لگا کر اس کا کل وزن $\frac{1}{2}$ پونڈ کر دیا گیا ہے، جس وقت کھلندن عین اوپر اوٹھنے کو ہو اس وقت جوشدان کے اندر بھاپ کا دباؤ دریافت کرو۔

۹۔ ایک انجن کے جوشدان میں محافظ کھلندن کا وزن ۱۶ پونڈ ہے اور اس کی تراش $\frac{1}{8}$ مربع انچ ہے، بھاپ کے اس دباؤ کی مقدار دریافت کرو جو محافظ کھلندن کو اٹھانے کے لئے عین کافی ہو۔

۱۲۷۱۵ - ۲۲۷



باب دوم

کثافت اور کشاف اضافی

۱۶۔ کثافت - تعریف ایک متجانس الاجزا جسم کی کثافت سے مادہ کی وہ مقدار (یا کمیت مادہ) مراد ہے جو اس کے حجم کی ایک اکائی میں موجود ہو۔

اگر خالص پانی کی تپش ۴۰° سنتی گریڈ ہو تو اس کے ایک مکعب فٹ کی کمیت ۱۰۰۰ اونس یعنی $\frac{1}{16}$ پونڈ ہوتی ہے۔ پس معلوم ہوا کہ پانی کی کثافت $\frac{1}{16}$ پونڈ فی مکعب فٹ ہوتی ہے۔

ایک گرام اُس پانی کی مقدار مادہ ہے جس کی تپش ۴۰° سنتی گریڈ ہو اور جو ایک مکعب سنتی میٹر جگہ کو بھر دے۔ اسلئے ۴۰° سنتی گریڈ تپش والے پانی کی کثافت ایک گرام فی مکعب سنتی میٹر ہے۔ ہم نے گرام کی تعریف کرنے میں ایک خاص تپش والے پانی کو لینا ضروری سمجھا

ہے، اس کی وجہ یہ ہے کہ پانی کی ایک مفروضہ کمیت کا حجم بدلتا ہے جیسے تپش بدلتی ہے، اگر ہم پانی کی ایک خاص مقدار مادہ (مثلاً ۱ پونڈ) لیں اور اس کو نقطہٴ جوش ۱۰۰° سنتی گریڈ (یعنی ۲۱۲° فارن ہیت) سے بتدریج ٹھنڈا کرنا شروع کریں تو معلوم ہوگا کہ اس کا حجم بتدریج کم ہوتا

جاتا ہے جب تک کہ تپش $^{\circ}\text{C}$ سنتی گریڈ (۲۹۳۰ فارین ہیت) نہ ہو جائے، اگر تپش کو اور کم کیا جائے تو پانی کے ایک پونڈ کا حجم بڑھنے لگتا ہے اور یہ بڑھتا جاتا ہے جب تک کہ درجہ انجماد کی نوبت نہ آجائے، اس سے معلوم ہوا کہ پانی کا ایک پونڈ $^{\circ}\text{C}$ سنتی گریڈ پر بہ نسبت کسی اور تپش والے پانی کے کم جگہ گھیرتا ہے۔

یعنی پانی کے ایک ڈے ہوئے حجم میں $^{\circ}\text{C}$ سنتی گریڈ پر بہ نسبت کسی اور تپش کے زیادہ پانی ہوتا ہے۔

یعنی پانی کی کنثافت $^{\circ}\text{C}$ سنتی گریڈ پر بہ نسبت کسی اور تپش کے زیادہ ہوتی ہے۔ پارہ کے ایک مکعب فٹ کی کثافت پانی کے ایک مکعب فٹ کی کثافت کا 135594 گنا ہوتی ہے اس لئے پارہ کی کثافت تقریباً $135594 \times \frac{1}{62}$ پونڈ فی مکعب فٹ ہوتی ہے۔

اگر ہم سنتی میٹر، گرام اکائیوں استعمال کریں تو پارہ کی کثافت 135594 گرام فی مکعب سنتی میٹر ہوتی۔

۱۷۔ بعض اوقات یہ مناسب ہوتا ہے کہ جو کشافیں فٹ پونڈ نظام میں بیان کی گئی ہوں ان کو سی، گ، کش نظام میں منتقل کیا جائے اور برعکس اس کے۔

جیسا دفعہ ۸ میں اس کا کچھ ذکر ہوا

۱ فٹ = 30.48 سنتی میٹر، ۱ سنتی میٹر = 3.28 فٹ

۱ پونڈ = 453.6 گرام، ۱ گرام = 0.002205 پونڈ

اس لئے کشاف ایک پونڈ فی مکعب فٹ

= کشاف 453.6 گرام فی $(30.48)^3$ مکعب سنتی میٹر

$$= \text{کثافت} \frac{۴۵۳۶}{۳(۳۰.۶۴۸)} \text{ گرام فی مکعب سنتی میٹر}$$

$$= ۱۶۰.۲ \text{ گرام فی مکعب سنتی میٹر تقریباً}$$

$$\text{اسی طرح سے کثافت اگر گرام فی مکعب سنتی میٹر} \\ = \text{کثافت} ۰.۰۲۲۰۴ \text{ پونڈ فی } ۳(۳۰.۶۴۸) \text{ مکعب فٹ}$$

$$= \text{کثافت} \frac{۰.۰۲۲۰۴}{۳(۳۰.۶۴۸)} \text{ پونڈ فی مکعب فٹ}$$

$$= \text{کثافت} ۶۲.۶۴ \text{ پونڈ فی مکعب فٹ تقریباً}$$

۱۸۔ اگر کسی شے کا وزن و ہو پونڈوں میں، ک اس کی کثافت
ہو فی مکعب فٹ پونڈوں میں، ح حجم ہو مکعب فٹوں میں اور
اسراع ہو فٹ، ثنائیہ اکائیوں میں جو جاذبہ ارض کی وجہ
سے پیدا ہوتا ہو تو و = ج ک ح

کیونکہ اگر شے مذکورہ کی مقدار مادہ یا کثیت م ہو تو علم حرکت
دفعہ ۶۸ کی رُو سے

$$و = م ج$$

$$\text{نیز م} = \text{اس شے کے ح مکعب فٹوں کی کثیت}$$

$$= ح \times \text{ایک مکعب فٹ کی کثیت}$$

$$= ح \times ک$$

$$\therefore و = ج ح ک$$

اسی طرح کار ربط صحیح ہوگا اگر و کو ڈائنوں میں،
ک کو گراموں میں فی مکعب سنتی میٹر، ح کو مکعب

سنتی میٹروں میں اور جج کو سنتی میٹر، ثانیہ اکائیوں میں بیان کیا جائے۔

۱۹۔ کثافتِ اضافی - تعریف کسی شے کی کثافتِ اضافی سے وہ نسبت مراد ہوتی ہے جو اس شے کے کسی حجم کے وزن کو معیاری شے کے مساوی حجم کے وزن کے ساتھ ہو۔

پس معلوم ہوا کہ کثافتِ اضافی ہمیشہ ایک عدد ہو گا۔
سہولت کی خاطر عام طور پر ۴۰ سنتی گریڈ کے پانی کو معیاری شے قرار دیتے ہیں۔ چونکہ پارہ کے ایک مکعب فٹ کا وزن پانی کے ایک مکعب فٹ کے وزن کا ۱۳۱۵۹۶ گنا ہوتا ہے۔ اس لئے پارہ کی کثافتِ اضافی عدد ۱۳۱۵۹۶ ہے۔

جب ہم یہ کہتے ہیں کہ سونے کی کثافتِ اضافی ۱۹۱۲۵ ہے تو معیاری شے سے پانی مراد ہوتا ہے، پس ایسا کہنے سے ہمارا یہ مطلب ہوتا ہے کہ سونے کے ایک مکعب فٹ کا وزن پانی کے ایک مکعب فٹ کے وزن کا ۱۹۱۲۵ گنا ہے، یعنی سونے کے ایک مکعب فٹ کا وزن

$$= 19125 \times \frac{1}{62} \text{ پونڈ تقریباً}$$

$$= 307.3 \text{ پونڈ وزن}$$

چونکہ جسموں کے وزن ان کی کمیتوں کے متناسب ہوتے ہیں اس لئے کثافتِ اضافی کی یہ تعریف بھی ہو سکتی ہے کہ کسی شے کی کثافتِ اضافی اس نسبت کو تعبیر کرتی ہے جو اس شے کے کسی حجم کی کمیت کو معیاری شے کے مساوی حجم کی کمیت کے

ساتھ ہو۔

بعض اوقات کسی شے کی کثافت اضافی کو اس کا ”اضافی وزن“ بھی کہتے ہیں۔

۲۰۔ گیسوں کی کثافت اضافی۔ چونکہ گیسیں پانی سے بہت ہلکی ہوتی ہیں اس لئے ان کی صورت میں پانی کو معیاری شے قرار نہیں دیتے بلکہ ان کی اضافی کثافتیں دریافت کرنے میں ان کے کسی حجم کے وزن کا مقابلہ ہوا کے مساوی حجم کے وزن سے کرتے ہیں۔ جس کی پیش رو سنتی گریڈ ہو جبکہ پارہ کے باریچیا (دفعہ ۹۶) کی بلندی ۷۶ ملی میٹر یعنی تقریباً ۳۰ انچ ہو۔ ان شرائط کے ماتحت ہوا کے ایک مکعب فٹ کی کثافت ۱۵.۲۵ اونس ہوتی ہے۔

۲۱۔ ذیل کی جدول میں بعض مشہور اشیاء کی اضافی کثافتوں کی تقریبی قیمتیں مندرج ہیں۔

ٹھوس اشیا

۲۱.۵	کلسی شیشہ	۲.۵ سے ۲.۷ تک	بلائی نم
۱۹.۲۵	سربی شیشہ	۳.۵ سے ۳.۷ تک	سونا
۱۱.۳	ہاتھی دانت	۱.۵۹	سیا
۱۰.۵	شاہ بلوت	۱.۷ سے ۱.۸ تک	چاندی
۸.۹	دیو دار	۰.۶۶	تانبا
۸.۴	چنار	۰.۶۴	پتیل
۷.۸	کاک	۰.۶۴	لوا

ملاحظات : سنتی گریڈ پر

پارہ ۱۳۱۵۹۶ دودھ ۱۰۰۳

گزنک کا تیزب ۱۵۸۵ الکحل ۱۸

گلسرین ۱۵۲۷ ایٹھر ۱۷۳

۲۲۔ ایک جسم کی کثافت اضافی ض ہے، اس کے حجم ح کا وزن و ہے۔ اگر معیاری شے کے حجم کی اکائی کا وزن د ہو تو ثابت کرو کہ

$$و = ح \times ض \times د$$

جسم کے حجم کی ایک اکائی کا وزن

$$\text{چونکہ ض} = \frac{\text{معیاری شے کے حجم کی ایک اکائی کا وزن}}{\text{جسم کے حجم کی ایک اکائی کا وزن}}$$

∴ جسم کے حجم کی ایک اکائی کا وزن = ض × د

∴ جسم کے حجم کی ح اکائیوں کا وزن = ح × ض × د

$$و = ح \times ض \times د$$

نتیجہ صریح۔ اگر س، گ، د نظام کی اکائیاں استعمال کی جائیں تو

$$و = \text{پانی کے ایک کعب سنتی میٹر کا وزن}$$

$$= \text{ایک گرام}$$

∴ و = ح × ض گرام یعنی اگر س، گ، د نظام کے

موافق کسی جسم کا وزن گراموں میں دریافت کرنا ہو تو اس کی

کثافت اضافی کو اس کے حجم کے ساتھ جو مکعب سنتی میٹروں میں بیان کیا گیا ہو ضرب دینا چاہئے۔

مثال - اگر پانی کے ایک مکعب فٹ کا وزن $\frac{1}{4}$ ۶۲ پونڈ ہو تو تانبے کے ۴ مکعب گزوں کا وزن دریافت کرو تانبے کی کثافت اضافی ۸.۸ ہے اس صورت میں $\frac{1}{4}$ ۶۲ پونڈ وزن، $ح = ۱.۰۸$ مکعب فٹ اور $ض = ۸.۸$

$$\therefore ۹ = ۱۰.۸ \times ۸.۸ \times \frac{1}{4} \times ۶۲ = ۵۹۴.۰۰ \text{ پونڈ وزن}$$

$$= \frac{۲۹}{۵۶} \times ۲۶ \text{ ٹن وزن}$$

۲۳ - بعض اوقات جملہ " ذاتی وزن کو استعمال کرتے ہیں ایک شے کے ذاتی وزن سے اس شے کے حجم کی ایک اکائی کا وزن مراد ہوتا ہے، پس جیسا دفعہ سابق میں بیان ہوا کسی جسم کا ذاتی وزن = $ض \times د$ اور اس لئے $و = ح \times اُس$ شے کا ذاتی وزن -

امثلہ نمبری ۲

[ان تمام مثالوں میں یہ مان لیا جائے کہ پانی کے ایک مکعب فٹ کا وزن $\frac{1}{4}$ ۶۲ پونڈ ہے]

۱ - لوہے کے ایک مکعب فٹ کا وزن دریافت کرو [لوہے کی کثافت اضافی = ۹]

۲ - پیتل کی کثافت اضافی ۸ ہے، اس کی کثافت فی مکعب انچ اونسوں میں دریافت کرو، یہ معلوم ہے کہ پانی کی کثافت فی مکعب فٹ ۱۰.۸ ہے

- ۳۔ پانی کے ایک گیلن کا وزن ۱۰ پونڈ ہے اور پارہ کی کثافت اضافی ۵۹۸، ۱۳۵ ہے، پارہ کے ایک گیلن کا وزن دریافت کرو۔
- ۴۔ معیاری تپش والے پارہ کے ایک لیٹر (ایک مکعب دسی میٹر یا ۱۰۰۰ مکعب سنتی میٹر) کا وزن دریافت کرو جبکہ اس کی کثافت اضافی ۱۳۵۶ ہو۔
- ۵۔ اگر ۱۳ مکعب انچ سونے کا وزن اتنا ہو جتنا کہ $\frac{1}{16}$ ۹۶ مکعب انچ بلور کا اور سونے کی کثافت اضافی ۱۹۵۲۵ ہو تو بلور کی کثافت اضافی دریافت کرو۔
- ۶۔ اگر سونے کی کثافت اضافی ۱۹۵۲۵ ہو تو معلوم کرو کہ کتنے مکعب فٹ سونے کا وزن ایک ٹن ہوگا۔
- ۷۔ ڈھلے ہوئے تانبے کی کثافت اضافی ۸۵۸۸ ہے اور تانبے کے تار کی ۸، ۷، ۸، اگر ایک کلوگرام ڈھلے ہوئے تانبے کا تار کھینچا جائے تو معلوم کرو کہ اس کے حجم میں کیا تبدیلی واقع ہوگی۔
- ۸۔ ایک لوہے کا غل ایک فٹ لمبا ہے اس کا سوراخ قطر میں ۴ انچ ہے، دھات کی موٹائی $\frac{1}{4}$ انچ اور غل کا وزن نی فٹ ۶۴۱۴ پونڈ ہے، لوہے کی کثافت اضافی دریافت کرو۔
- ۹۔ ایک سلاخ کا طول ۱۸ انچ ہے، وزن ۳ اونس اور کثافت اضافی ۸۵۸، اگر اس کی عمودی تراش یکساں ہو تو اس تراش کا رقبہ دریافت کرو۔
- ۱۰۔ ایک کرہ کا نصف قطر ۴۵ سنتی میٹر ہے اور اس کا وزن ۲۳۷۶ کلوگرام ہے، اس کی کثافت معلوم کرو۔ $\left[\frac{22}{7} = \pi \right]$
- ۱۱۔ تانبے کی کثافت اضافی ۸۵۹ ہے، معلوم کرو کہ تانبے کے کتنے حجم کا

دفعہ ۲۲ کی رو سے

$$\left(\frac{W}{V} + \frac{W}{V} + \dots \right) \text{ ض } \text{ یعنی}$$

$$\left(\frac{W}{V} + \frac{W}{V} + \dots \right) \text{ ض ہوگا۔}$$

اب چونکہ وزنوں کا مجموعہ ہر صورت میں وہی رہتا ہے

$$\text{اسلئے } \left(\frac{W}{V} + \frac{W}{V} + \dots \right) \text{ ض} = \frac{W}{V} + \frac{W}{V} + \dots$$

$$\text{یعنی ض} = \frac{\frac{W}{V} + \frac{W}{V} + \dots}{\frac{W}{V} + \frac{W}{V} + \dots}$$

اگر آمیزہ بنانے میں حجم کی کمی واقع ہو اور آخری حجم ابتدائی
جھموں کے مجموعہ کا ن گنا ہو تو دفعہ آخر کے مطابق

$$\text{ض} = \frac{\frac{W}{V} + \frac{W}{V} + \dots}{\left[\frac{W}{V} + \frac{W}{V} + \dots \right] \text{ ن}}$$

اسی طرح کے ضابطہ سے آخری کثافت، وزنوں اور ابتدائی کثافتوں
کی رقوم میں حاصل ہو سکتی ہے۔

مشق۔ ایک مائع کی کثافت اضافی ۱.۲۵ ہے، اس کے ۱۰ پونڈ وزن
کو ایک اور مائع کے ۶ پونڈ وزن کے ساتھ ملا دیا گیا ہے، دوسرے
مائع کی کثافت اضافی ۱.۱۵ ہے۔ آمیزہ کی کثافت اضافی دریافت کرو۔

اگر پانی کے ایک کعب فٹ کا وزن ۹ ہو تو دونوں مائعات کے جلاگانہ حجم دفعہ ۲۲ کی رُو سے مفصلہ ذیل ہوں گے۔

$$\frac{۱۰}{۹ \times ۱۵۲۵} \text{ اور } \frac{۶}{۹ \times ۱۵۱۵} \text{ کعب فٹ}$$

اگر مطلوبہ کثافت اضافی $\bar{\text{ض}}$ ہو تو

$$۶ + ۱۰ = \text{کل وزن} = ۱۶ \quad \bar{\text{ض}} \times ۹ = \left(\frac{۶}{۹ \times ۱۵۱۵} + \frac{۱۰}{۹ \times ۱۵۲۵} \right)$$

$$\therefore \bar{\text{ض}} = \left[\frac{۱۲۰}{۲۳} + ۸ \right] = ۱۶$$

$$\therefore \bar{\text{ض}} = \frac{۲۳ \times ۱۶}{۳۰.۲} = \frac{۲۳}{۱۹} = ۱.۲۱۰۵$$

امثلہ نمبری ۳

- ۱۔ ایک مائع کی کثافت اضافی بلحاظ پانی کے ۸ ہے، اس میں کس نسبت سے پانی ملایا جائے کہ نئے مائع کی کثافت اضافی ۸۵ ہو جائے۔
- ۲۔ ایک مائع کی کثافت اضافی ۱۱ ہے، اس کا ۱۲ پونڈ وزن ایک اور مائع کے ۲۰ پونڈ وزن کے ساتھ ملایا گیا ہے، دوسرے مائع کی کثافت اضافی ۹ ہے، آمیزہ کی کثافت اضافی دریافت کرو۔
- ۳۔ ایک مائع کی کثافت ۹ گرام فی کعب سنتی میٹر ہے، اس کے ۳۹ کعب سنتی میٹر حجم کو ایک اور مائع کے ۵۱ کعب سنتی میٹر حجم کے ساتھ ملایا گیا ہے، اگر دوسرے مائع کی کثافت ۵ گرام فی کعب

سنتی میٹر ہو تو آمیزہ کی کثافت دریافت کرو۔

۴۔ ایک ٹک کے محلول کی اضافی کثافت ۱.۰۸ ہے، بتاؤ اس کے ۲۷ اونس وزن میں اور کتنا پانی ملایا جائے کہ آمیزہ کی اضافی کثافت ۱.۰۵ ہو جائے۔

۵۔ لکڑی کے ایک ٹکڑے کو لوہے کے ۵۰۰ اونس کے ایک ٹکڑے کے ساتھ باندھا گیا ہے، اگر کل کی اوسط کثافت اضافی ایک ہو، لکڑی کی ۵، اور لوہے کی ۷، تو لکڑی کے ٹکڑے کا حجم دریافت کرو۔

۶۔ جست اور تانبے کا طوان دھات یا بھرت تیار کیا گیا ہے، جست اور تانبے کی اضافی کثافتیں بالترتیب ۷ اور ۹.۸ ہیں، اگر بھرت کا حجم ۵۲ مکعب سنتی میٹر ہو اور اس کی مقدار مادہ ۳۷۳ گرام ہو تو اس کے اجزاء ترکیبی کے حجم دریافت کرو۔

۷۔ تین مساوی ظرف ۱، ۲، ۳، ج، ہیں، ان کو ایسے تین مائعات سے آدھا آدھا بھر دیا گیا ہے جن کی کثافتیں بالترتیب ۱، ۲، ۳ ہیں۔ اگر ۱ کو ۲ سے بھرا جائے اور پھر ۳ کو ۲ سے، تو معلوم کرو کہ ج کے اندر جو مائع ہے اس کی کثافت کیا ہے۔ اس مثال میں فرض کر لیا گیا ہے کہ مائعات پورے طور پر ایک دوسرے سے ملجاتے ہیں۔

۸۔ اگر دو اشیا کے مساوی جموں کو ملایا جائے تو آمیزہ کی اضافی کثافت ۴ ہوتی ہے۔ اگر انہی اشیا کے مساوی وزنوں کو ملایا جائے تو آمیزہ کی اضافی کثافت ۳ ہوتی ہے، اشیا کی اضافی کثافتیں دریافت کرو۔

۹۔ کشید کئے ہوئے پانی اور الکحل کے مساوی جھمون کو باہم ملا کر دیکھا گیا ہے کہ جب آمیزہ اپنی سابق پیش پر آتا ہے تو اس وقت اس کا حجم اصلی مائع کے جھمون کے مجموعہ سے ۲ فیصد کم ہو جاتا ہے آمیزہ کی اضافی کثافت دریافت کرو جبکہ الکحل کی کثافت اضافی ۰.۸۷ ہو۔

۱۰۔ گندک کے تیزاب (اضافی کثافت = ۱.۸۴۳) کے ۳ کعب سنتی میٹر حجم کو کشید کئے ہوئے پانی کے ۳ کعب سنتی میٹر حجم کے ساتھ ملایا گیا ہے۔ ٹھنڈا ہونے پر آمیزہ کی کثافت اضافی ۱.۶۱۵ ہوتی ہے۔ معلوم کرو کہ حجم میں کیا کمی واقع ہوئی ہے۔

۱۱۔ اگر ایک مائع کسی ایک مقدار کو مائع ب کے ن پونڈ وزن کے ساتھ ملایا جائے تو آمیزہ کی اضافی کثافت ض ہوتی ہے، اگر ب کے ۲ ن پونڈ کے ساتھ ملایا جائے تو اضافی کثافت ض ہوتی ہے اگر ب کے ۳ ن پونڈ کے ساتھ ملایا جائے تو اضافی کثافت ض ہوتی ہے، اور ب کی اضافی کثافت ض اور ض معلوم کرنے کی مساواتیں دریافت کرو۔

باب سوم

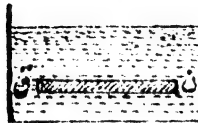
ساکن، متجانس الاجز سیال کے مختلف نقطوں پر دباؤ

۲۶۔ اگر ایک سیال کے مختلف حصوں سے مساوی حجم لئے جائیں اور ان جموں کی کمیتیں ہمیشہ مساوی ہوں خواہ یہ حجم کتنے ہی قلیل ہوں تو ایسے سیال کو متجانس الاجز سیال کہتے ہیں۔

۲۷۔ ایک وزنی، متجانس الاجز سیال کا دباؤ ایک ہی افقی سطح کے تمام نقطوں پر وہی ہوتا ہے۔

سیال کے اندر دو نقطے ن اور ق کو جو ایک ہی افقی سطح پر واقع ہوں۔

ن ق کو ملاؤ اور سیال کے ایک چھوٹے سے حصے ن ق پر غور کرو جس کی شکل ایک پتلے اسطوانہ کی ہے اور جس کا محور ن ق ہے۔



اس اسطوانہ پر محور N کی سمت میں عمل کرنے والی صرف دو قوتیں ہیں اور وہ N اور Q پر کے دباؤ ہیں جو اسطوانہ کے مستوی سروں پر عمل کرتے ہیں۔

[باقی سب قوتیں جو اسطوانہ پر عمل کرتی ہیں N کی طرف عمود وار ہیں، اس لئے N کی سمت میں ان کا اثر کچھ نہیں ہے] اسلئے توازن کی لازمی شرط یہ ہے کہ یہ دباؤ مساوی اور متقابل ہوں۔

اب فرض کرو کہ اسطوانہ کے ان مستوی سروں کا رقبہ نہایت ہی کم کر دیا گیا ہے، اس صورت میں سروں پر کے دباؤ فی اکائی رقبہ مستقل خیال کئے جا سکتے ہیں اور ہم ان کو بالترتیب N اور Q پر کے دباؤ کے مساوی خیال کر سکتے ہیں۔

اس لئے N پر کا دباؤ $N \times$ پر کے مستوی سرے کا رقبہ
 $= Q$ پر کا دباؤ $Q \times$ پر کے مستوی سرے کا رقبہ

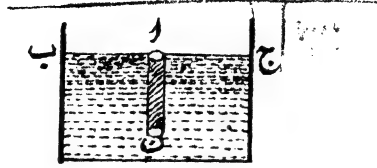
اس لئے N پر کا دباؤ $= Q$ پر کا دباؤ

۲۸۔ ایک وزنی متجانس مائع کی کسی مفروضہ گہرائی پر کا دباؤ دریافت کرو اور ایسا کرنے میں کرہ ہوائی کے دباؤ کو نظر انداز کرو۔ مائع کے اندر کوئی نقطہ N لو اور ایک انتصابی خط N ایسا

کھینچو جو مائع کی سطح کو نقطہ ۱ پر ملے۔

مائع کے ایک پتلے اسطوانہ پر غور کرو جس کا محور N ۱ ہے، یہ اسطوانہ ان قوتوں کے زیر عمل جو اس پر عمل کرتی ہیں متوازن ہے۔

محلی



اس اسطوانہ پر عمل کرنے والی انتصابی قوتیں صرف دو ہیں، ایک تو اس کا وزن، دوسرے وہ قوت یا دباؤ جو باقی ماندہ سیال 'ن' پر کے مستوی سرے پر ڈالتا ہے۔

اگر مستوی سرے کا رقبہ 'ل' ہو اور گہرائی 'ن' = 'لا' تو مائع کے اس چھوٹے اسطوانے کا وزن 'د' \times 'ل' \times 'لا' ہوگا جہاں 'د' مائع کا ذاتی وزن ہے۔

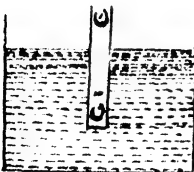
نیز انتصابی قوت جو 'ن' پر کے مستوی سرے پر عمل کرتی ہے 'د' \times 'ل' ہے جہاں 'د' نقطہ 'ن' پر کا دباؤ فی اکائی رقبہ ہے اس لئے 'د' \times 'ل' = 'د' \times 'ل' \times 'لا' نہ 'د' \times 'ل' = 'د' \times 'لا'

نتیجہ صریح۔ چونکہ ایک مائع کے کسی نقطہ پر کا دباؤ صرف اس نقطہ کی گہرائی پر منحصر ہے اس لئے معلوم ہوا کہ ایک حوض کی پشتہ بندی کو کافی طور پر مضبوط بنانے کے لئے ہمیں صرف پانی کی گہرائی کو ملحوظ رکھنا چاہئے نہ کہ سطح کی وسعت کو۔ ۲۹۔ دفعہ گذشتہ میں کسی نقطہ پر کا دباؤ معلوم کرنے کے لئے ایک جملہ دیا گیا ہے۔ اس کے اندر جو مقادیر شامل ہیں انکی اکائیوں کا خاص طور پر خیال رکھنا چاہئے، اگر انگریزی اکائیاں

استعمال کی جائیں تو لا گہرائی ہے قوتوں میں، و وزن ہے مانع کے ایک مکعب فٹ کا اور د دباؤ ہے فی مربع فٹ پونڈوں کے وزن میں اگر س، گ، ٹ اکائیاں استعمال کی جائیں تو لا گہرائی ہوگی سنتی میٹروں میں، و وزن ہوگا مانع کے ایک مکعب سنتی میٹر کا، اور د دباؤ ہوگا فی مربع سنتی میٹر گراموں میں۔ پانی کی صورت میں یاد رہے کہ و ایک گرام کے وزن کے مساوی ہے۔

۳۰۔ مسئلہ دفعہ ۲۸ کی تصدیق بذریعہ تجربہ اس طرح ہو سکتی ہے ایک مجتہد اسطوانہ ن ق ہے جس کا ایک سراق ایک پتلی، ہلکی، چپٹی تختی سے بند کیا گیا ہے جو اس سرے پر خوب پھنس کر آتی ہے اسطوانہ اور تختی کو پانی میں اس طرح دھکیل دیا جاتا ہے کہ اسطوانہ ہمیشہ انتصابی حالت میں رہتا ہے۔ ایسا کرنے سے تختی اسطوانہ سے الگ نہیں ہو جائے گی کیونکہ پانی کا دباؤ اسے تھامے ہوئے ہے۔

اب اسطوانہ کے اوپر کے سرے میں آہستہ سے پانی ڈالا جاتا ہے، تجربہ سے معلوم ہوگا کہ تختی اس وقت تک نہیں گرتی جب تک کہ اسطوانہ کے اندر کے پانی کی بلندی قریب قریب باہر کے پانی کی بلندی کے برابر نہ ہو جائے نیز جتنا تختی کا وزن کم ہوگا اتنا ہی ان بلندیوں کا



باہمی فرق کم ہوگا۔
فرض کرو کہ نقطہ ق کی گہرائی
گ ہے اور اسطوانہ کے سرے کا

رقبہ L ہے، اب چونکہ بیرونی سیال کا دباؤ Q پر اندرونی سیال کے وزن کے ساتھ متوازن ہے اور یہ وزن $L \times g \times D$ یعنی $R \times g$ ہے اس لئے معلوم ہوا کہ Q پر کا بیرونی دباؤ N اکائی رقبہ $D \times g$ ہے۔

۳۱۔ دفعہ ۲۸ میں ہم نے کرہ ہوائی کے دباؤ کو نظر انداز کیا ہے یعنی L پر کے دباؤ کو صفر مان لیا ہے۔ اگر اس دباؤ کو بھی ملحوظ رکھا جائے تو اس صورت میں جبکہ یہ دباؤ π ہو دفعہ مذکورہ کی مساوات یہ ہو جائے گی

$$D \times R = D \times L \times g + \pi \times L$$

$$\text{یعنی } D = D \times L + \pi$$

کرہ ہوائی کا دباؤ تقریباً ۱۵ پونڈ وزن فی مربع انچ کے برابر ہے [اس دباؤ کو "۱۵ پونڈ فی مربع انچ" کہتے ہیں] کرہ ہوائی کے دباؤ کو اس طرح بیان کرنے کے بجائے کہ "یہ اتنے پونڈ وزن فی مربع انچ ہے" اکثر اوقات اس طرح بیان کرتے ہیں کہ دباؤ مذکور پانی یا پارہ کے ایک خاص بلندی والے ستون کے دباؤ کے برابر ہے۔

اس کا مطلب یہی ہے (جیسا ہمیں باب ہفتم سے معلوم ہوگا) کہ مانع مذکور کے بار پیمیا کا ارتفاع دیا ہوا ہے۔ مثلاً اگر ہمیں معلوم ہو کہ آبی بار پیمیا کا ارتفاع ۳۴ فٹ ہے تو اس سے ہمیں یہ معلوم ہوتا ہے کہ کرہ ہوائی کا دباؤ N مربع

= پانی کے ایک ستون کا وزن جس کا قاعدہ ایک مربع فٹ ہے
اور جس کا ارتفاع ۳۴ فٹ ہے

$$= ۳۴ \text{ مکعب فٹ پانی کا وزن}$$

$$= ۳۴ \times \frac{1}{4} \times ۶۲ \text{ پونڈ وزن}$$

اس لئے کرہ ہوائی کا دباؤ فی مربع انچ

$$= \frac{۳۴ \times \frac{1}{4} \times ۶۲}{۱۲} \text{ پونڈ وزن}$$

$$= \frac{۱۰۹}{۱۴۴} \text{ پونڈ وزن}$$

اسی بات کو بعض اوقات اس طرح بیان کرتے ہیں کہ دباؤ مذکور
پانی کے ۳۴ فٹ اونچے سر "یا ۳۴ فٹ ارتفاع کی وجہ سے
پیدا ہوا ہے۔

ایک فرضی افقی سطح کو جس کا ارتفاع ہموار سطح ب ج (شکل
دفعہ ۲۸) سے آبی بار پیمائے کے ارتفاع کے مساوی ہو مؤثر سطح
کہتے ہیں، پانی کے کسی نقطہ پر کا دباؤ اس صورت میں نقطہ کی
اُس گہرائی کے متناسب ہوگا جو مؤثر سطح سے ناپی گئی ہو۔

مشق ۱۔ اگر آبی بار پیمائے کا ارتفاع ۳۴ فٹ ہو تو پانی کے اندر ۲۲۲
فٹ کی گہرائی پر کا دباؤ دریافت کرو۔

اگر ایک مکعب فٹ پانی کا وزن ۱ ہو تو

$$= ۱ \times ۳۴ \text{ پونڈ وزن}$$

$$= ۱ \times ۳۴ + ۱ \times ۲۲۲$$

$$= ۲۵۶ \times ۱۰ \text{ فی مربع فٹ}$$

$$= ۲۵۶ \times \frac{۱}{۴} \times ۶۲ \text{ پونڈ وزن فی مربع فٹ}$$

$$= \frac{۱۶۰۰۰}{۱۴۴} \text{ پونڈ وزن فی مربع انچ}$$

$$= \frac{۱}{۱۰} \text{ پونڈ وزن فی مربع انچ}$$

مشق ۲۔ پانی کے اندر ۱۰ میٹر کی گہرائی پر دباؤ دریافت کرو جبکہ کرہ ہوائی کا دباؤ پارہ کے ۶۰، ملی میٹر ارتفاع کے مساوی ہے اور پارہ کی اضافی کثافت بلحاظ پانی کے ۱۳۶ ہے۔

یہاں $\Pi =$ کرہ ہوائی کا دباؤ فی مربع سنتی میٹر

$$= ۶۰ \text{ سنتی میٹر اونچے ستون کا وزن}$$

$$= \text{پارہ کے ۶۰ مکعب سنتی میٹر کا وزن}$$

$$= ۶۰ \times ۱۳۶ \text{ گرام}$$

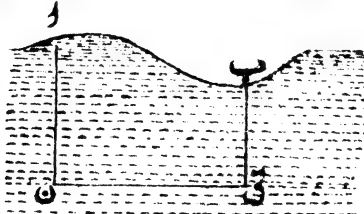
$$\therefore \Pi = ۱۰۰۰ \times ۱ + (۶۰ \times ۱۳۶) = ۱۰۰۰ + ۸۱۶۰ \text{ گرام وزن}$$

فی مربع سنتی میٹر

اب چونکہ $\rho =$ پانی کے ایک مکعب سنتی میٹر کا وزن = اگر

$$= ۲۰۳۳۶ \text{ گرام فی مربع سنتی میٹر}$$

۳۳۔ حالت سکون میں ایک وزنی مائع کی سطح ہموار ہوتی ہے۔



مانع کے اندر کوئی دو نقطے n اور q لو جو ایک ہی افقی سطح پر واقع ہوں، انتصابی خط n اور q بکھینچو جو مانع کی سطح سے 1 اور b پر ملیں۔

تب بموجب دفعہ ۲، n پر کا دباؤ = q پر کا دباؤ
اسلئے دفعہ ۳ کی رُو سے $\pi + \rho \times n = \pi + \rho \times q$
 $n = q$

اب چونکہ n q متوازی الافق ہے اسلئے 1 b لازماً افق کے متوازی ہوگا۔

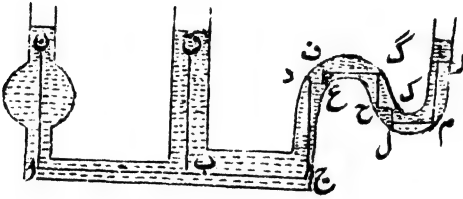
چونکہ n اور q کوئی دو نقطے ہیں جو ایک افقی خط پر واقع ہیں، اسلئے معلوم ہوا کہ اگر کوئی خط 1 b مانع کی سطح میں کھینچا جائے تو وہ بھی متوازی الافق ہوگا۔
اسلئے سطح مذکور متوازی الافق ہے۔

۳۳۔ اوپر کے ثبوتوں میں ہم نے فرض کر لیا ہے کہ سیالوں کے مختلف حصوں کے وزن شاقولی سمت میں نیچے کی طرف عمل کرتے ہیں اور ان کے خطوط عمل متوازی ہوتے ہیں، علم سکون دفعہ ۹۶ میں بھی اس کا ذکر کیا گیا ہے کہ یہ مفروضہ صرف اُسی صورت میں صحیح ہو سکتا ہے جبکہ جسم زیر بحث زمین کے مقابلہ میں نہایت ہی چھوٹا ہو۔

اگر جسم کے حجم کو زمین کے مقابلہ میں نظر انداز نہ کر سکیں تو اس صورت میں یہ کہنا زیادہ صحیح ہوگا کہ جسم کے مختلف حصوں کے وزن متوازی سمتوں میں عمل نہیں کرتے بلکہ وہ زمین کے مرکز کی

سمت میں عمل کرتے ہیں۔
اسلئے دفعہ گذشتہ کا مسئلہ سمندر کی سطح کے لئے صحیح ہوگا
خواہ سمندر بالکل حالت سکون میں ہو۔

۳۴۔ مسئلہ دفعہ ۲، اُس صورت میں بھی ثابت ہو سکتا
ہے جبکہ دو نقطوں کو ایک ایسے افقی خط سے ملانا ناممکن ہو
جو بالتمام سیال کے اندر واقع ہو



کیونکہ نقطے ن اور ق انتصابی اور افقی خطوط ن اور ب، باق
کے ذریعہ وصل کردئے جاسکتے ہیں ملاحظہ ہو شکل،

ا ب ۱ پر کا دباؤ = ب پر کا دباؤ

لیکن ۱ پر کا دباؤ = ن پر کا دباؤ + د × ا ن

اور ب پر کا دباؤ = ق پر کا دباؤ + د × ب ق

لیکن ن اور ق ایک ہی افقی سطح میں واقع ہیں

یعنی ا ن = ب ق

اسلئے ن پر کا دباؤ = ق پر کا دباؤ

اسی طرح سے یہ مسئلہ کسی اور دو نقطوں کے لئے بھی صحیح ہوگا
جو ایک ہی ہموار سطح پر واقع ہوں۔

پس اگر ن اور ا ایک ہی ہموار سطح پر واقع ہوں تو انکو

انتصابی اور افقی خطوں کے ذریعہ وصل کیا جاسکتا ہے ملاحظہ ہو شکل۔

پس نقطہ ل پر کا دباؤ

$$= \text{ن پر کا دباؤ} + \text{ن} \times \text{ل} - \text{د} \times \text{ج} - \text{د} \times \text{ع} + \text{ف} \\ + \text{د} \times \text{گ} + \text{ح} \times \text{ک} - \text{ل} \times \text{م}$$

= ن پر کا دباؤ

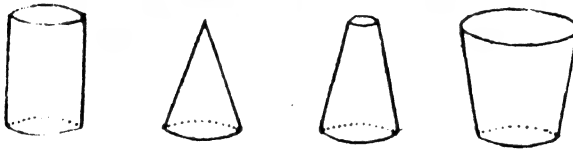
کیونکہ $\text{ج} + \text{د} + \text{ع} + \text{ف} = \text{ل} + \text{ن} + \text{ح} + \text{گ} + \text{ک}$ کیونکہ اگر سیال ساکن ہو تو اس کی سطح کا ارتفاع ہر مقام پر وہی ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر ہم دیکھ سکتے ہیں کہ چائے دانی اور اس کی ٹونٹی کے اندر چائے کی ہمواری (لیول) وہی ہوتی ہے۔

۳۵۔ مائعات کی اس خاصیت کو کہ اگر وہ حالت سکون میں ہوں تو ان کی سطح متوازی الافق ہوتی ہے اس طرح بھی بیان کرتے ہیں کہ ”پانی اپنی ہمواری خود ڈھونڈ لیتا ہے۔“

مائعات کی یہی خاصیت ہے جس کی وجہ سے ایک شہر کے مختلف مقامات کو پانی بہم پہنچایا جاسکتا ہے، کسی خاص مقام پر ایک حوض بنایا جاتا ہے جو اس شہر اور اس کی اطراف سے جنہیں پانی پہنچانا منظور ہوتا ہے زیادہ بلندی پر واقع ہوتا ہے، بڑے بڑے نلوں کو جو حوض سے نکلتے ہیں بڑی سڑکوں پر لگا دیا جاتا ہے، اور چھوٹی نلیاں جو بڑے نلوں سے نکلتی ہیں پانی کو مختلف سمتوں میں گھروں تک لے جاتی ہیں، اگر حوض اور نلیوں کے اندر پانی ساکن ہو

اس کی مہواری حوض اور تلیوں میں ایک ہی ہو گی بشرطیکہ یہ ممکن ہو۔ ہم ان نلوں اور تلیوں کو اپنی ضرورت کے موافق جس بلندی یا پستی پر لے جانا چاہیں لے جا سکتے ہیں مگر ایسا کرنے میں اس بات کا ضرور خیال رکھنا چاہئے کہ نلوں اور تلیوں کے کسی حصہ کا ارتفاع حوض کے پانی کی سطح کے ارتفاع سے بڑھنے نہ پائے۔

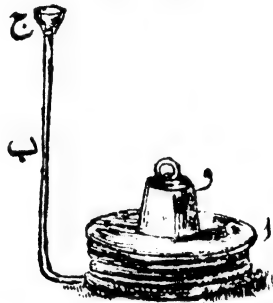
۳۶۔ دفعہ گذشتہ سے ظاہر ہے کہ اگر کسی ظرف کے اندر پانی ہو تو اسکے قاعدہ کے کسی نقطہ پر کا دباؤ ظرف کی شکل پر منحصر نہیں ہوتا بلکہ اس نقطہ کی گہرائی پر منحصر ہوتا ہے۔
ذیل کی شکل میں چار برتن ہیں جن کی شکلیں مختلف ہیں مگر ارتفاع ایک ہی ہیں۔
فرض کرو کہ ان سب کو پانی سے بھر دیا گیا ہے۔



دفعہ ۲۷ کی رو سے قاعدہ کے کسی نقطہ پر کا دباؤ اس کے مرکز پر کے دباؤ کے برابر ہے اور مرکز پر کا دباؤ سیال کی سطح کے انتصابی ارتفاع کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے۔

آبی دھونکنی اس اصول کی بنا پر بنائی جاتی ہے کہ مائع کے اندر کسی نقطہ پر کا دباؤ اس کی گہرائی کے متناسب ہوتا ہے۔ ایک چمڑے کی دھونکنی کے ساتھ ایک نلی

ب ج لگا دی جاتی ہے اور دھونکنی کے اوپر کے تختہ پر ایک وزن و رکھ دیا جاتا ہے، جب سرے ج میں سے نلی کے اندر پانی ڈالا جاتا ہے تو وزن و اوپر اٹھ جاتا ہے فرض کرو کہ دھونکنی کے اوپر کے تختہ کے اس حصہ کا رقبہ جو پانی سے مس کرتا ہے لا ہے۔



اگر نلی میں پانی کی چوٹی کا ارتفاع دھونکنی سے لا ہو تو رقبہ لا کی ہر اکائی پر دباؤ لا \times و عمل کرتا ہے [دفعہ ۲۸] پس کل قوت جو دھونکنی کی اوپر کی سطح پر عمل کرتی ہے لا لا و ہے اگر یہ قوت وزن و سے زیادہ ہو تو وزن و اوپر اٹھ جائے گا اور اس طرح سے نلی کے اندر پانی کا ارتفاع اتنا کم ہو جائے گا کہ مقدار لا لا و اور وزن و باہم مساوی اور متوازن ہو جائینگے۔

اس تجربہ کو بعض اوقات سکون سیالات کا مسئلہ غریبہ کہتے ہیں ۷۳۔ دو متجانس الاجزا، ذرنی مائع باہم مل نہیں سکتے، ان میں سے ایک مائع دوسرے پر ساکن ہے، پچھلے مائع کی کسی گہرائی پر دباؤ دریافت کرو۔

فرض کرو کہ نیچے اور اوپر کے مائعات کے اوزان فی اکائی حجم بالترتیب ρ اور ρ' ہیں، نیز فرض کرو کہ نیچے مائع کے اندر کوئی نقطہ N ہے [شکل دفعہ ۳۸] اس نقطہ میں سے ایک انتصابی خط کھینچو جو مائعات کی سطح مشترک سے h پر اور اوپر کے مائع کے اوپر کی سطح سے h' پر ملے۔

حسب دفعہ ۲۸ ایک پتلے اسطوانہ پر غور کرو جس کا محور N h ہے اور جسکی عمودی تراش h' ہے، اگر N پر کا دباؤ فی اکائی رقبہ D ہو تو

$$D \times h' = \rho \times h' + \rho' \times h + \rho \times h' + \rho' \times h$$

$$D \times h' = \rho \times h' + \rho' \times h + \rho \times h' + \rho' \times h$$

$$D \times h' = \rho \times h' + \rho' \times h + \rho \times h' + \rho' \times h$$

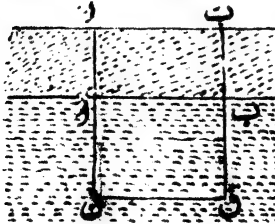
جہاں D اوپر کے مائع کا ارتفاع ہے اور N نقطہ مفروضہ کی گہرائی ہے مائعات کی سطح مشترک سے۔

۳۸۔ دو متجانس الاجزاء، وزنی مائعات باہم مل نہیں سکتے،

ثابت کرو کہ ان کی سطح مشترک متوازی الافق ہے۔

فرض کرو کہ نیچے مائع میں N اور Q دو نقطے ہیں اور انکے

ملانے والا خط NQ متوازی الافق ہے۔



نیز فرض کرو کہ D اور D' کے وہی معنی ہیں جو دفعہ گذشتہ میں بیان ہوئے ، انتصابی خط N اور Q ، Q ب B کھینچو جو مشترک سطح سے B اور B' پر اور اوپر کے مائع کی سطح سے N اور B' پر ملیں ۔

چونکہ N Q افق کے متوازی ہے

اسلئے N پر کا دباؤ = Q پر کا دباؤ [دفعہ ۲،

$$\therefore D \times N + D' \times Q = D \times Q + D' \times B \dots [2]$$

$$\therefore (D - D') \times N = (D' - D) \times B \dots [3]$$

..... (۱)

لیکن N Q افق کے متوازی ہے اور B B' بموجب دفعہ ۳ متوازی الایق ہے

اسلئے N اور Q = B

اسلئے (۱) ہو جائے گی $(D - D') \times N = (D' - D) \times B$

$$\therefore N = B$$

اس لئے B اور B' کے متوازی ہے اور اس لئے متوازی الایق ہے ۔

اس سے معلوم ہوا کہ سطح مشترک پر کے کسی دو نقطوں کو ملانے والا خط افق کے متوازی ہوتا ہے یعنی سطح مشترک افق کے متوازی ہوتی ہے ۔

امثلہ نمبری ۴

۱۔ پانی کے ایک کعب فٹ کا وزن ۱۰۰۰ اونس ہے ، پانی کی سطح

نیچے ایک سیل کی گہرائی پر دباؤ فی مربع انچ دریافت کرو۔

۲۔ اگر کرہ ہوائی کا دباؤ ۱۵ پونڈ وزن فی مربع انچ ہو تو پانی کے اندر وہ گہرائی دریافت کرو جس پر دباؤ ۱۰۰ پونڈ وزن فی مربع انچ ہو

۳۔ ایک سیال کی کثافت اضافی ۵۶ ہے، اور سیال کے اندر کسی نقطہ پر کا دباؤ ۱۲۰۹۰ اونس وزن کے برابر ہے، اگر طول کی اکائی ایک فٹ ہو تو اس نقطہ کی گہرائی دریافت کرو۔

۴۔ ایک مکان کے پہلے فرش کی ہمواری پر ایک پانی کی تلی کے اندر دباؤ ۳۴ پونڈ وزن فی مربع انچ ہے اور تیسرے فرش کی ہوائی پر دباؤ تلی کے اندر ۱۸ پونڈ وزن فی مربع انچ ہے، تیسرے فرش کی اونچائی پہلے فرش سے دریافت کرو۔

۵۔ اگر کرہ ہوائی کا دباؤ ۱۴ پونڈ وزن فی مربع انچ ہو اور ہوا کی کثافت اضافی ۱۲۵ ہے، ہو تو ہوا کے ایک ستون کا ارتفاع دریافت کرو جس کی کثافت یکساں ہو اور جس کا دباؤ وہی ہو جو اصلی کرہ ہوائی کا ہے۔

۶۔ ایک سطح مستوی پر کرہ ہوائی کا دباؤ اتنا ہے جتنا کہ پانی کے ۳۴ فٹ اونچے ستون کا جو اس سطح پر قائم ہو۔ اگر ایک کھڑکی کا آئینہ ۱۶ انچ اونچا اور ایک فٹ چوڑا ہو تو کرہ ہوائی اس کی ایک جانب جو قوت لگاتا ہے اس کی مقدار دریافت کرو۔

۷۔ ایک کنوئیں کی تہ پر کا دباؤ اس دباؤ کا چار گنا ہے جو پانی کی سطح سے ۲ فٹ کی گہرائی پر ہو، اگر کرہ ہوائی کا دباؤ ۳۰ فٹ اونچے پانی کے دباؤ کے مساوی ہو تو کنوئیں کی گہرائی دریافت کرو۔

۸۔ اگر آبی بار پیم کا ارتفاع ۳۴ فٹ ہو تو پانی کی سطح کے نیچے ایک ایسے نقطہ کی گہرائی دریافت کرو جس پر کا دباؤ ۱۱ فٹ کی گہرائی پر کے دباؤ کا دو چند ہو۔

۹۔ ایک جھیل کی سطح کے نیچے ایک نقطہ کی گہرائی ۵ فٹ ہے اور اس پر کا دباؤ ایک ایسے نقطہ پر کے دباؤ کا نصف ہے جس کی گہرائی ۴۴ فٹ ہے کہہ ہوائی کا دباؤ پونڈوں میں فی مربع انچ دیتا کرو۔

۱۰۔ اگر سمندر کے پانی کی کثافت اضافی ۱۲۰۲۶ ہو اور تازہ پانی کا وزن $\frac{1}{16}$ پونڈ فی مکعب فٹ ہو تو سمندر کی سطح کے نیچے ۱۱ فٹ کی گہرائی پر جو دباؤ ہے اس کو فی مربع گز ٹونوں میں دریافت کرو۔

۱۱۔ اگر پارہ کی کثافت اضافی ۱۳۱۵۹۶ ہو تو معلوم کرو کہ پانی کے اندر ۵۰۰ میٹر کی گہرائی پر جتنا دباؤ ہے اتنا ہی دباؤ پارہ کے اندر کس گہرائی پر ہو گا ؟

۱۲۔ پارہ (کثافت اضافی = ۱۳۱۵۹۶) کی کس گہرائی پر دباؤ فی مربع سنتی میٹر ایک کلو گرام وزن کے مساوی ہو گا۔

۱۳۔ ایک سیمابی بار پیم کا ارتفاع ۷۵۰ ملی میٹر ہے اور پارہ کے ایک مکعب سنتی میٹر کا وزن ۱۳۱۶ گرام ہے، ایک مربع کلہمدن جس کا ہر ضلع ایک دسی میٹر ہے ایک قابلہ کو بند کئے ہوئے ہے جس کی ہوا خارج کردی گئی ہے اگر امون کے وزن میں اس قوت کی تقریبی قیمت معلوم کرو جو کلہمدن کے مرکز پر لگائی جائے اور اس کو کھولنے کیلئے

عین کافی ہو۔

۱۴۔ اگر کرہ ہوائی کا دباؤ ۱۵ پونڈ وزن فی مربع انچ کے برابر ہو اور پانی کے ایک کعب فٹ کا وزن $\frac{1}{4}$ پونڈ ہو تو پانی کی سطح کے نیچے ذیل کی گہرائیوں پر دباؤ فی مربع انچ دریافت کرو۔

(۱) ۱۰ فٹ کی گہرائی پر (۲) ایک میل کی گہرائی پر۔

۱۵۔ ایک برتن کا پیندا متوازی الافق ہے اور اس کے اندر ۳ انچ کی اونچائی تک پارہ ڈالا گیا ہے، اگر پارہ کے اوپر ۲۳ انچ کی اونچائی تک پانی ڈالا جائے تو پیندے کے کسی نقطہ پر کا دباؤ فی مربع انچ پونڈوں کے وزن میں دریافت کرو۔ (پارہ کی اضافی کثافت

۱۳۶۶ ہے)

۱۶۔ ایک ظرف کا کچھ حصہ پانی سے بھر دیا گیا ہے اور پانی کے اوپر تیل ڈالا گیا ہے، تیل کی اونچائی چھ انچ ہے۔ اگر تیل کی اضافی کثافت ۹۲ ہو اور پانی کے ایک کعب انچ کا وزن ۲۵۲ گرین ہو تو ایک ایسے نقطہ پر کا دباؤ فی مربع انچ معلوم کرو جس کی گہرائی تیل کی اوپر کی سطح سے ۸۶۵ انچ ہے۔

۱۷۔ ایک ظرف کے اندر کچھ پانی ہے اور کچھ پارہ، پانی کی گہرائی ۲ فٹ ہے، اگر پارہ کی اضافی کثافت ۵۶۸ ہو اور پانی کے ایک کعب فٹ کی کثافت ۱۰۰۰ اونس ہو تو ایک ایسے نقطہ پر کا دباؤ فی مربع انچ پونڈوں کے وزن میں دریافت کرو جو سطح مشترک سے ۲ انچ کی گہرائی پر واقع ہو۔

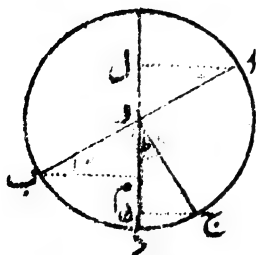
۱۸۔ ایک لائٹی کی ایک شلخ کی عمودی تراش مربع انچ ہے

اور دوسری شاخ کی ادمرج انج ، نلی میں پارہ بھرا گیا ہے جسکی کثافت اضافی ۵۹۶ ۱۳ ہے ، بتاؤ کہ بڑی نلی میں کتنا پانی ڈالا جائے کہ چھوٹی نلی میں پارہ ایک انج اور اوپر چڑھ جائے ۔

۱۶۔ دائرہ کی شکل کی ایک چھوٹی یکساں نلی انتصابی سطح میں واقع ہے، دو سیالوں کی مساوی مقداروں سے آدھی نلی کو بھرا گیا ہے، اگر سیالوں کی کثافتیں k اور k' ہوں تو ثابت کرو کہ سیالوں کی سطح مشترک میں سے گزرنے والا نصف قطر انتصابی خط سے زاویہ $\sin^{-1} \frac{k-k'}{k+k'}$ بناتا ہے۔

فرض کرو کہ مانع کا سب سے اونچا نقطہ A ہے اور سب سے نیچلا
 ب، اس طرح سے A و B مرکز زمین سے گزرے گا۔ اس لئے انکے
 کا مشترک نقطہ C ایسا ہے کہ A و C = B و C ۔
 اگر C کے انتصابی قطر کا سب سے نیچلا نقطہ D ہو اور اس قطر پر
 عمود AL ، B م، اور C ن نکالے جائیں تو دفعہ ۲ کی رو سے
 D پر کا دباؤ = C و D × D م [کیونکہ دباؤ سیال B د کی وجہ
 سے ہے]

نیز اگر سیال د ج کا دباؤ نقطہ د پر محسوب کیا جائے تو یہ



= ک و x دن + ج پر کا دباؤ

$$= \text{ک} \times \text{د} + \text{ن} \times \text{ل}$$

$$\therefore \text{ک} \times \text{دہم} = \text{ک} \times \text{دن} + \text{ک} \times \text{نل}$$

یعنی $k \times n = m \times k$ نل

یعنی کپ [جم طہ - جم (۹۰ - طہ)] = کپ [جم طہ + جم (۹۰ - طہ)]

یعنی کپ (جم طہ - جب طہ) = کپ (جم طہ + جب طہ)
یا جم طہ پر تقسیم کرنے سے

کپ (۱ - مس طہ) = کپ (۱ + مس طہ)

یا مس طہ (کپ + کپ) = کپ - کپ

اس لئے مس طہ = $\frac{\text{کپ} - \text{کپ}}{\text{کپ} + \text{کپ}}$

۲۔ دائرہ کی شکل کی ایک پتلی، یکساں انتصابی ملی میں مائعیات ڈالے گئے ہیں جن کی کثافتیں بالترتیب کپ اور کپ ہیں، دائرہ کی جس قوس کے اندر اول الذکر مائع ہے اس کے محاذی دائرہ کے مرکز پر زاویہ قائمہ بنتا ہے اور دوسرے مائع کی قوس کے محاذی مرکز پر زاویہ عمہ بنتا ہے، ثابت کرو کہ مائع کی سطح مشترک میں سے

گذرنیوالا نصف قطر خط انتصابی سے زاویہ مس ۱ = $\frac{\text{کپ} - \text{کپ} + \text{کپ جم عمہ}}{\text{کپ} + \text{کپ جب عمہ}}$

بناتا ہے۔

۳۔ دائرہ کی شکل کی ایک پتلی یکساں ملی ہے، اس کے نچلے نصف دائرہ کا آدھا حصہ ایک مائع سے بھر دیا گیا ہے جس کی کثافت ۲ ک ہے اور باقی کے آدھے حصے میں دو مائعیات ڈالے گئے ہیں جو ایک دوسرے سے نہیں ملتے اور جنکی کثافتیں ۳ ک اور ک میں ثابت کرو کہ ان آخری دو مائعیات میں سے نچلے کا حجم دوسرے کے حجم کا دو چندان ہے۔

۲۲۔ دائرہ کی شکل کی ایک پتلی کیسان نلی چار ایسے سیالوں کی مسادی جھجوں سے آدھی بھری گئی ہے جو آپس میں نہیں ملتے اور جن کی اضافی کثافتوں کی باہمی نسبتیں ۱:۳:۸:۷ ہیں، اگر نلی انتصابی سطح میں واقع ہو تو ثابت کرو کہ آزاد سطحوں کو ملانے والا قطر انتصابی خط کے ساتھ زاویہ مس ۲۱ بنا رہا ہے۔

۲۳۔ ن ماسات جنکی کثافتیں اوپر کے مائع سے شروع ہو کر بالترتیب ک، ۲ ک، ۳ ک، ...، ن ک ہیں ایک دوسرے کے اوپر ترتیب دئے گئے ہیں۔ اگر ہر ایک مائع کی موٹائی ص ہو تو سب سے نچلے مائع کے سب سے نیچے کے نقطے پر کا دباؤ معلوم کرو۔

۲۴۔ ایک غیر متجانس الاجزا سیال کے اندر گہرائی می پر کثافت

ک ی ہے، ثابت کرو کہ اس گہرائی پر کا دباؤ

$$\frac{1}{2} \frac{J C K Y}{1} + \Pi$$

۳۹۔ کل دباؤ۔ تعریف۔ اگر کسی جسم کی سطح پانی

کے اندر ڈوبی ہوئی ہو اور اس کے رقبہ کے ہر ایک چھوٹے جزو پر کا دباؤ معلوم کیا جائے جو اس جزو پر عموداً عمل کرتا ہے تو ان دباؤں کا مجموعہ سطح پر کا کل دباؤ کہلاتا ہے۔ اگر یہ سطح مستوی ہو تو صاف ظاہر ہے کہ اس قسم کا کل دباؤ ان سب دباؤن کے حاصل (یعنی مجموعی دباؤ) کے

سادہ ہے جو اس پر عمل کرتے ہیں۔ ذیل کے مسئلہ سے ہم اس مجموعی دباؤ کو معلوم کر سکیں گے۔

مسئلہ۔ اگر ایک مستوی سطح پانی کے اندر ڈبوئی جائے تو اس پر کل دباؤ یا مجموعی دباؤ $\rho \times h \times g$ سی کے مساوی ہو گا جہاں ρ سطح مستوی کا رقبہ ہے اور h سیال کی سطح سے سطح مستوی کے مرکز ثقل کی گہرائی ہے، اس میں ہوا کے دباؤ کو نظر انداز کیا گیا ہے۔

کسی مستوی سطح پر غور کرو جو پانی میں ڈبوئی گئی ہے، یہ سطح متوازی الافق ہو سکتی ہے یا افق کے ساتھ کوئی زاویہ بنا سکتی ہے۔

سطح مستوی کے رقبہ کے ایک

چھوٹے جزو $\rho \times h \times g$ پر غور کرو

جو θ پر واقع ہے۔

نقطہ N سے سیال کی

سطح پر عمود N کی پیمائش، فرض کرو کہ N کا طول h ہے

اس لئے اس چھوٹے جزو پر کا دباؤ $= \rho \times h \times g$ (دفعہ ۲۸)

اسی طرح سے اگر ρ ، ρ ، سطح مستوی کے رقبہ کے اور

چھوٹے اجزا ہوں اور ان کی گہرائیاں بالترتیب h_1 ، h_2 ،

ہوں تو ان پر کے دباؤ بالترتیب $\rho \times h_1 \times g$ ، $\rho \times h_2 \times g$ ،

ہوں گے۔

لئے حال مجموعی دباؤ $= \rho \times [h_1 + h_2 + \dots]$ (علم سکون دفعہ ۵)

لیکن اگر رقبہ مفروضہ کے مرکز ثقل کی گہرائی سی ہو تو بموجب دفعہ ۱۱۱ علم سکون

$$\frac{\text{عم ی} + \text{عم ی} + \text{عم ی} + \dots}{\text{عم} + \text{عم} + \dots} = \text{سی}$$

۳. عم ی + عم ی + عم ی + = سی (عم + عم + = سی) اس لئے حاصل مجموعی دباؤ = سی = سطح کا رقبہ × مرکز ثقل پر کا دباؤ

یعنی حاصل مجموعی دباؤ مانع کے ایک ایسے اسطوانہ کے وزن کے مساوی ہے جس کا قاعدہ مفروضہ مستوی سطح کے رقبہ کے برابر ہے اور جس کا ارتفاع سطح مذکورہ بالا کے مرکز ثقل کی گہرائی کے برابر ہے۔

۴۰۔ اگر ہوا کے دباؤ کو نظر انداز نہ کیا جائے تو سی مؤثر سطح کے نیچے مرکز ثقل کی گہرائی کو تعبیر کریگا۔ (مؤثر سطح وہ ہے جس کا ارتفاع مانع کی سطح کے اوپر ف ہو جہاں ف اسی سیال کے بار پیا کی اونچائی ہے) اگر یہ معلوم ہو کہ کرہ ہوائی کا دباؤ رقبہ کی ایک اکائی پر Π ہے۔ تو سطح پر کے مجموعی دباؤ کا وہ حصہ جو کرہ ہوائی کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے Π سی ہو گا۔

۴۱۔ اگر سطح زیر بحث منحنی ہو تو کل دباؤ اس حالت میں بھی دفعہ ۳۹ کے ضابطہ سے معلوم ہو سکے گا اور اس کا ثبوت اسی دفعہ کے موافق ہو گا لیکن ایک منحنی سطح کی

صورت میں کل دباؤ کوئی طبعی معنی نہیں رکھتا۔ اور اس لئے اس کے معلوم کرنے سے کوئی خاص فائدہ حال نہیں ہوتا۔ یاد رہے کہ منحنی سطح کی صورت میں کل دباؤ اور حاصل مجموعی دباؤ دونوں ایک ہی چیز نہیں ہیں۔ حاصل مجموعی دباؤ معلوم کرنے کے طریقہ پر ہم اگلے باب میں بحث کریں گے۔

۴۲۔ مشق ۱۔ ایک مربع تختی جس کا کنارہ ۸ انچ ہے سمندر کے پانی میں غرق کی گئی ہے۔ اس کے اوپر کا کنارہ متوازی الاضلاع اور پانی کی سطح سے ۱۲ انچ کی گہرائی پر ہے، اگر تختی افق کے ساتھ ۵۴° کا زاویہ بنائے تو اس کی سطح پر کا مجموعی دباؤ معلوم کرو (فرض کرو کہ سمندر کے پانی کے ایک مکعب فٹ کی کمیت ۶۴ پونڈ ہے) تختی کے مرکز ثقل کی گہرائی = ۱۲ + ۴ = ۱۶ جم ۵۴ = (۱۲ + ۲۷) انچ

$$= \frac{۲۷+۱۲}{۲} \text{ فٹ}$$

نیز تختی کا رقبہ = $\left(\frac{۲}{۳}\right)^2$ مربع فٹ

اس لئے مجموعی دباؤ = $\frac{۲}{۹} \times \frac{۲۷+۱۲}{۲} \times ۶۴$ پونڈ وزن

= ۳۵۱۴۹ پونڈ وزن تقریباً

مشق ۲۔ ایک مجوف مخروط افقی مینر پر قاعدہ کے بل پڑا ہے، قاعدہ کا رقبہ ۱۰۰ مربع انچ ہے۔ اور مخروط کا ارتفاع ۶۴ ۸۵ انچ ہے۔ اگر اس مخروط کو پانی سے بھر دیا جائے تو مخروط کے قاعدے پر کا دباؤ معلوم کرو اور نیز اس دباؤ کی نسبت اُس پانی کے وزن کے ساتھ معلوم کرو جو مخروط کے اندر ہے۔

مجموعی دباؤ = ۸۶۲۴×۱۰۰ مکعب انچ پانی کا وزن

$$= \frac{۸۶۲۴}{۱۶۲۸} \times ۱۰۰۰ \text{ اونس وزن} = ۵۰۰ \text{ اونس وزن}$$

$$= ۳۱.۲۵ \text{ پونڈ وزن}$$

چونکہ مخروط کا حجم قاعدہ کے رقبہ اور ارتفاع کے حاصل ضرب کی ایک تہائی کے برابر ہوتا ہے اس لئے اندر کے پانی کا وزن

$$= \frac{۱}{۳} \times ۸۶۲۴ \times ۱۰۰ \text{ مکعب انچ پانی کا وزن}$$

$$= \frac{۱}{۳} \times ۳۱.۲۵ \text{ پونڈ وزن}$$

اس لئے مخروط کے قاعدہ پر کا مجموعی دباؤ = مخروط کے پانی کے وزن کا تین گنا۔

یہ جواب بادی النظر میں نامکن معلوم ہوتا ہے لیکن اس کی صحت اس سے واضح ہوتی ہے کہ سمت رأس میں قاعدہ کا جو مجموعی دباؤ سیال پر ہے وہ دو چیزوں کا موازنہ کرتا ہے اولاً مانع کے وزن کا اور ثانیاً اس مجموعی دباؤ کے شائعولی جزو ترکیبی کا جو سطح مغنی اندر کے مانع پر ڈالتی ہے۔ اگلے باب سے یہ ثابت ہو سکے گا کہ یہ جزو ترکیبی سیال کے وزن کا دو چند ہے۔

مشق ۳۔ ایک سیال کے اکائی حجم کا وزن W ہے، اس پر ایک دوسرا سیال جو پہلے سیال سے نہیں ملتا ساکن ہے، اس سیال کے اکائی حجم کا وزن W' ہے اور اس کا ارتفاع h ہے۔ ایک مربع جس کا ایک ضلع b (< 1) دونو سیالوں میں

انتصاؤں کو لگایا ہے اگر مربع کے اوپر کا کنارہ اوپر کے سیال کی بالاترین سطح میں واقع ہو تو مربع پر کا مجموعی دباؤ معلوم کرو۔
 اس مربع پر سیالوں کا دباؤ دو سیالوں کے مجموعی دباؤں کے برابر خیال کیا جا سکتا ہے۔ ایک تو ایسا سیال جس کا ذاتی وزن ρ ہے اور جو سب مربع کی سطح کو مس کرتا ہے۔ اور دوسرا ایسا سیال جس کا ذاتی وزن ρ_1 ہے اور جو مربع کے صحت نیچے حصہ کو مس کرتا ہے ان دو مائع کی وجہ سے جو مجموعی دباؤ مربع پر عمل کرتے ہیں ان کا حاصل جمع، مطلوبہ مجموعی دباؤ کے مساوی ہوگا۔

پہلے مائع کی وجہ سے جو مجموعی دباؤ پیدا ہوتا ہے وہ بموجب دفعہ ۲

$$= \rho \times b \times \frac{b}{2}$$

اور جو دباؤ دوسرے مائع کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے

$$= (\rho_1 - \rho) \times b \times \frac{b}{2} = \frac{b^2}{2} (\rho_1 - \rho)$$

۳۔ مطلوبہ مجموعی دباؤ

$$= \rho \times \frac{b^2}{2} + (\rho_1 - \rho) \times \frac{b^2}{2} = \frac{b^2}{2} (\rho + \rho_1 - \rho) = \frac{b^2}{2} \rho_1$$

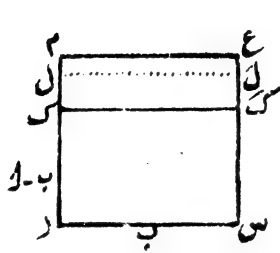
$$= \frac{1}{2} \rho_1 b^2$$

$$= \frac{1}{2} \rho_1 b^2$$

متبادل ثبوت - یہ مجموعی دباؤ اس طرح سے بھی محسوب کیا جاسکتا ہے -

مرح کے اس حصہ پر کا دباؤ جو اوپر کے مانع میں ہے

$$= \text{و} \times \text{ب} \times \text{ل} \times \frac{\text{ل}}{\text{پ}}$$



نچلے حصہ ک دس کے پر کا مجموعی دباؤ معلوم کرنے کے لئے فرض کرو کہ مانع م ک کے ع کو جس کا وزن و ہے ہٹا کر اس کی جگہ مانع ل ک کے ل رکھا گیا ہے جس کا ذاتی وزن و ہے، اس آخرا لہ کر مانع سے ہواری ک کے پر وہی دباؤ پیدا ہوتا ہے جو اصلی سیال سے ہوتا ہے -

$$\text{اس لئے ک ل} \times \text{و} = \text{ک م} \times \text{و} = \text{ل} \times \text{و}$$

∴ ک دس کے پر کا مجموعی دباؤ

$$= \text{اس کا رقبہ} \times \text{و} \times \left(\text{ک ل} + \frac{\text{ب-ل}}{\text{پ}} \right) \quad (\text{دفعہ ۳۹})$$

$$= \text{ب} (\text{ب-ل}) \times \left[\frac{\text{ل-و}}{\text{و}} + \frac{\text{ل}}{\text{پ}} \right]$$

$$= \text{ب} (\text{ب-ل}) \times \left[\frac{\text{ل}}{\text{و}} + \frac{\text{ل}}{\text{پ}} \right] (\text{ب-ل})$$

∴ مطلوبہ حاصل مجموعی دباؤ

$$\frac{1}{4} \times \text{ب} \div \text{ا} + \text{ب} (\text{ب} - \text{ا}) (\text{ا} \div \text{و} + \frac{1}{4} (\text{ب} - \text{ا})) (\text{و}) =$$

$$\frac{1}{4} \text{ب} (\text{ب} - \text{ا}) (\text{ا} \div \text{و} + \text{ا} \text{ب} \div \text{و}) [\frac{1}{4} + \text{ب} - \text{ا}] =$$

$$\frac{1}{4} \text{ب} (\text{ب} - \text{ا}) (\text{ا} \div \text{و} + \frac{1}{4} \text{ا} \text{ب} (\text{ا} - \text{ب})) (\text{و} \text{بوجب سابق}) =$$

امثلہ نمبری ۵

۱۔ ایک برتن میں چار فٹ کی گہرائی تک پانی بھرا ہوا ہے اور اس کے پینڈے میں ایک مکعب جس کا ہر ایک کنارہ ۲ فٹ ہے اپنے ایک رخ کے بل پڑا ہے۔ مکعب کے کسی انتصابی رخ پر پانی کا مجموعی دباؤ معلوم کرو۔

۲۔ ایک حوض سطح سمندر سے ۴۰۰ فٹ اونچا ہے، اس میں سے ایک نل کے ذریعہ ایک مکان میں پانی لایا جاتا ہے۔ اگر نل کی ٹوٹی سطح سمندر سے ۱۵۰ فٹ اونچی ہو اور اس کی عمودی تراش کا رقبہ $\frac{1}{4}$ مربع انچ ہو تو ٹوٹی پر کا مجموعی دباؤ معلوم کرو۔

۳۔ ایک مکعب پانی کے اندر معلق ہے، اس کے اوپر کا رخ متوازی الافق ہے اور پانی کی سطح سے ۷۵ سنتی میٹر کی گہرائی پر ہے۔ اگر مکعب کا ایک کنارہ ۳۰ سنتی میٹر ہو تو مکعب کے ہر ایک رخ پر کا مجموعی دباؤ معلوم کرو۔

۴۔ ایک جہاز کے پینڈے میں آبی خطا کے نیچے ۲ فٹ کی گہرائی پر ایک سوراخ ہو گیا ہے جس کا رقبہ ۶ انچ مربع ہے۔ اگر

سمندر کے پانی کا وزن ۶۴ پونڈ فی مکعب فٹ ہو تو دریافت کرو کہ ایک لکڑی کے ٹکڑے سے سوراخ کو بند رکھنے کے لئے کتنی قوت درکار ہوگی۔

۵۔ ایک انتصابی دیوار پانی میں تعمیر کی گئی ہے اور اس کے اوپر کا کنارہ پانی کی سطح میں ہے، دیوار کی اونچائی ۱۲ فٹ ہے اور چوڑائی ۸ فٹ۔ اگر آبی بار پیا کا ارتفاع ۳۳ فٹ ہو تو دیوار کے کسی ایک پہلو پر پانی کا مجموعی دباؤ دریافت کرو۔

۶۔ ایک ظرف کو جس کے پیندے کا رقبہ ۱۵ سنتی میٹر مربع ہے اور جس کی اونچائی ۱۵ سنتی میٹر ہے پانی سے بھرا گیا ہے، اس ظرف کی ایک گردن ہے جس کا طول ۵، ۷ سنتی میٹر ہے اور جس کی عمودی تراش ۱۰ مربع سنتی میٹر ہے، ظرف کے پیندے پر کا مجموعی دباؤ معلوم کرو۔

۷۔ اگر آبی بار پیا کی اونچائی ۱۰۳۳ سنتی میٹر ہو تو ایک ایسی گول تختی پر کا مجموعی دباؤ معلوم کرو جس کی گہرائی پانی کے اندر ۵۰ میٹر ہے اور جس کا نصف قطر ۷ سنتی میٹر ہے۔

۸۔ ایک تالاب کا بند ۲۰۰ گز لمبا ہے اور اس کا جو رخ پانی سے مس کرتا ہے وہ شکل میں مستطیل ہے اور افق کے ساتھ ۳۰° کا زاویہ بناتا ہے۔ اگر پانی کی گہرائی ۳۰ فٹ ہو تو بند پر کا مجموعی دباؤ معلوم کرو۔

یہ بھی معلوم کرو کہ تالاب کے اندر جو پانی ہے اسکی سطح کی وسعت کا کوئی اثر مجموعی دباؤ پر پڑے گا یا نہیں۔

۹۔ مخروط ناقص کی شکل کا ایک ظرف پانی سے بھرا گیا ہے، اس کی چوٹی کا قطر ۱ انچ ہے اور پینڈے کا ۸ انچ، اور اس کی اونچائی ۱۲ انچ ہے۔ قاعدہ پر کا مجموعی دباؤ اور قاعدہ کے مرکز پر کا دباؤ فی مربع انچ پونڈوں کے وزن میں معلوم کرو۔

۱۰۔ ایک مربع کو ایک مانع کے اندر اس طرح رکھا گیا ہے کہ اسکا ایک کنارہ مانع کی سطح میں ہے، مربع پر ایک افقی خط کھینچنے کا عمل دریافت کرو جو مربع کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرے جن پر کے مجموعی دباؤ باہم مساوی ہوں۔

۱۱۔ کعب کی شکل کا ایک برتن ایک تہائی پارہ سے بھرا گیا ہے جس کی کثافت اضافی ۱۳۶ ہے اور باقی دو تہائی پانی سے۔ اگر کعب کا ہر ایک ضلع ایک دسی میٹر ہو تو اس کے ایک رخ پر کا مجموعی دباؤ کلوگراموں کے وزن میں معلوم کرو۔

۱۲۔ ایک برتن کی اونچائی ایک فٹ ہے اور اس کے ایک پہلو کا طول ۱۰ انچ ہے، اس میں ۸ انچ تک پارہ بھرا ہوا ہے اور باقی پانی۔ پارہ کی کثافت اضافی ۱۳۶۵۹ ہے اور کرو ہوائی کا دباؤ فی مربع انچ ۱۵ پونڈ وزن کے برابر ہے، برتن کے ایک رخ پر کا مجموعی دباؤ معلوم کرو۔

۱۳۔ ایک مستطیل شکل کے برتن کا ایک رخ ۲ فٹ اونچا ہے اور ایک فٹ چوڑا، اس کو آدھا پارہ سے اور آدھا پانی سے بھرا گیا ہے، اگر پارہ کی کثافت اضافی ۱۳۵ ہو تو اس رخ پر کا مجموعی دباؤ معلوم کرو۔

۱۴۔ ایک حوض میں پانی بھرا ہوا ہے، اس کے ایک رخ پر پانی کے اندر مختلف گہرائیوں پر مساوی چھوٹے رقبے ۱ اور ۲ ہیں۔ ۱ پر کا مجموعی دباؤ ۲ پر کے مجموعی دباؤ کا چار گنا ہے، لیکن جب حوض میں سے اتنا پانی نکال لیا جائے کہ پانی کی سطح ایک فٹ نیچے ہو جائے تو ۱ پر کا مجموعی دباؤ ۲ پر کے مجموعی دباؤ کا ۹ گنا ہو جاتا ہے۔ پانی کی سطح کے نیچے ۱ اور ۲ کی سابق گہرائیاں دریافت کرو۔

۱۵۔ کعب کی شکل کے ایک صندوق کا ایک کنارہ ایک فٹ ہے اس میں ایک نلی لگی ہوئی ہے جس کے دوسرے سرے کا انتصابی ارتفاع صندوق کے ڈھکنے سے ۲ فٹ ہے، صندوق میں نلی کے اوپر کے سرے تک پانی بھرا ہوا ہے۔ ڈھکنے پر کا مجموعی دباؤ سمت رأس میں اور قاعدہ پر کا مجموعی دباؤ سمت شاقولی میں دریافت کرو اور ثابت کرو کہ ان کا فرق اُس پانی کے وزن کے برابر ہے جو صندوق کے اندر ہے۔

اس امر کی تشریح کرو کہ قاعدہ پر کا مجموعی دباؤ صندوق کے پانی کے وزن سے کیوں زیادہ ہے۔

۱۶۔ ایک مصنوعی جھیل $\frac{1}{4}$ میل لمبی اور ۱۰۰ اکر چوڑی ہے، اس کی تہ ایک سطح مائل ہے جس کی گہرائی عرض کے ایک کنارے پر صفر ہے اور بتدریج بڑھتے بڑھتے عرض کے دوسرے کنارے پر ۸۸ فٹ ہو جاتی ہے، عرض کے اس کنارے پر ایک پکی دیوار بنائی گئی ہے، اگر پانی کے ایک کعب گز کا وزن

۳۔ ٹن ہو تو ثابت کر دو کہ کل دیوار پر کا مجموعی دباؤ $\frac{2}{3} \times 2222$ ٹن ہوگا اور کل پانی کا وزن 2222×0.78 ٹن ہوگا۔

۱۷۔ ایک حوض کی دیواریں انتصابی ہیں اور اس کا قاعدہ ایک افقی منظم مدس ہے جس کا ہر ضلع 13 فٹ ہے، حوض کو پانی سے بھر دیا گیا ہے، اگر حوض کی ہر ایک دیوار پر کا مجموعی دباؤ قاعدہ پر کے مجموعی دباؤ کے مساوی ہو تو حوض کی گہرائی دریافت کرو۔

۱۸۔ ایک منظم ذواربعتہ السطوح کا ہر ایک کنارہ 1 ہے، اس جسم کو پانی میں اس طرح ڈبوایا گیا ہے کہ اسکی ایک سطح ستوازی الافق ہے اور اس سطح کے مقابل کا نقطہ رأس نیچے کی طرف ہے۔ اگر افقی سطح کی گہرائی g ہو تو ہر ایک رخ پر کا مجموعی دباؤ معلوم کرو اور اس کی مدد سے ذواربعتہ السطوح پر کا حاصل مجموعی دباؤ دریافت کرو۔

۱۹۔ مستطیل شکل کا ایک انتصابی دروازہ ہے جس کی چوڑائی 50 فٹ ہے، اس کی ایک جانب ٹھیکین پانی (کثافت اضافی 1.024) 25 فٹ کی گہرائی تک بھرا ہوا ہے اور دوسری جانب تازہ پانی ہے، اگر دروازہ کے دونوں طرف کے مجموعی دباؤ باہم مساوی ہوں تو تازہ پانی کی گہرائی دریافت کرو۔

۲۰۔ ایک محوط مخروط کو جس کا قاعدہ نیچے کی طرف ہے اور جس کا محور انتصابی ہے دو مائعات کے مساوی حجموں سے بھرا گیا ہے۔ ان مائعات کی کثافتوں کی باہمی نسبت $3:1$ ہے۔

ثابت کرو کہ مخروط کے قاعدہ پر کا مجموعی دباؤ اس دباؤ کا (۳- تا ۴) گنا ہے جو سارے مخروط کو ہلکے سیال سے بھرنے سے حاصل ہوتا ہے۔
 ۲۱- ایک مستطیل کے اضلاع ۱ اور ۱ ہیں، ضلع ۱ متوازی الاضلاع ہے اور اس کی گہرائی پانی کی سطح کے نیچے ج ہے، اگر مستطیل کی سطح انتصابی خط کے ساتھ زاویہ طہ بنائے تو مستطیل پر کا مجموعی دباؤ معلوم کرو۔

۲۲- ایک مستدیر اسطوانہ کا ارتفاع ف اور نصف قطر ۱ ہے، اگر اسطوانہ کے وسطی نقطہ کی گہرائی پانی کی سطح کے نیچے ج ہو اور اس کا محور خط انتصابی سے زاویہ طہ بنائے تو اس کے دونوں مستوی سروں پر کے مجموعی دباؤ معلوم کرو۔

۲۳- ایک پانی سے بھرا ہوا مخروط اپنے مائل ارتفاع کے بل ایک افقی میز پر پڑا ہے، اگر مخروط کا زاویہ رأس ۲ عہ ہو تو ثابت کرو کہ اس کے قاعدہ پر کا مجموعی دباؤ پانی کے وزن کا ۳ جب عہ گنا ہے۔

۲۴- ایک مخروط بے وزن مخروط کا زاویہ رأس ۲ عہ ہے، اس کو پانی سے بھرا گیا ہے، اگر مخروط کو محیط قاعدہ کے کسی نقطہ سے بلا تکلف لٹکایا جائے تو ثابت کرو کہ قاعدہ پر کے مجموعی دباؤ کو مخروط کے پانی کے وزن کے ساتھ نسبت

۱۲ جب ۱۲ عہ : حجم عہ ۱۱ + ۱۵ جب ۱۵ عہ ہے۔

۲۵- ایک مخروط بے وزن اگر قاعدہ کے محیط پر کے ایک نقطہ سے بلا تکلف لٹکایا گیا ہے، اگر اس کو پانی سے بھرا جائے تو

ثابت کرو کہ سطح مستوی پر کے مجموعی دباؤ کو پانی کے وزن سے نسبت $12:137$ ہے۔

۲۶۔ ایک متوازی الاضلاع کو پانی کے اندر اس طرح ڈبویا گیا ہے کہ اس کا ایک ضلع پانی کی سطح میں ہے، اس کی سطح پر افقی خط کھینچنے سے اس کو ایسے ۸ حصوں میں تقسیم کرو جن پر کے مجموعی دباؤ باہم مساوی ہوں، ثابت کرو کہ ان خطوں کی گہرائیوں کو آپس میں وہی نسبت ہے جو طبعی اعداد کے جذرون کو آپس میں ہے۔

۲۷۔ ایک مربع شکل کا پتہ $ABCD$ پانی میں اس طرح ڈبویا گیا ہے کہ اس کا کنارہ AB پانی کی سطح میں ہے، نقطہ L میں سے ایک خط مستقیم کھینچو جو پتہ کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرے جن پر کے مجموعی دباؤ باہم مساوی ہوں۔

۲۸۔ ایک مربع ایک سیال میں ڈبویا گیا ہے، اگر مربع کا ایک کنارہ پانی کی سطح میں ہو اور مربع کی سطح انتصابی ہو تو مربع پر قطر کے متوازی ایک خط کھینچنے سے اس کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو جن پر کے مجموعی دباؤ باہم مساوی ہوں۔

۲۹۔ نصف دائرہ کی شکل کا ایک پتہ پانی میں ڈبویا گیا ہے، اگر اس کا قطر پانی کی سطح میں ہو اور اس کی سطح انتصابی ہو تو اس کو ایسے ۸ قطاعوں میں تقسیم کرو جن پر کے مجموعی دباؤ باہم مساوی ہوں۔

۳۰۔ ایک مثلث پانی میں پورا ڈوبا ہوا ہے اور اس کا نقطہ L اس ج پانی کی سطح میں ہے، نقطہ L میں سے ایک خط

کھینچنے کا طریقہ معلوم کرو جو مثلث مذکور کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرے جنہر کے مجموعی دباؤ باہم مساوی ہوں۔

۳۱۔ ایک سیال کی کثافت ρ ہے، اس کے اوپر ایک اور ہلکا سیال پڑا ہے جس کی کثافت ρ_1 ہے اور جس کی گہرائی h_1 انچ ہے، ایک مربع جس کا ہر ایک ضلع b ہے ان سیالوں میں اس طرح ڈبویا گیا ہے کہ اس کی سطح انتصابی ہے اور اس کے اوپر کا ضلع اوپر کے سیال کی بالائی سطح میں ہے، اگر مربع کے ان دو حصوں پر کے مجموعی دباؤ جو ان دو سیالوں کو مس کرتے ہیں باہم برابر ہوں تو ثابت کرو کہ

$$\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 = \rho h \quad \text{کے (ب)۔ (۱)}$$

۳۲۔ ایک مثلث ABC ج پانی کے اندہ انتصاباً غرق کیا گیا ہے، نقطہ G پانی کی سطح میں ہے اور اضلاع AB ، BC ، CA کی سطح کے ساتھ مساوی زاوے بناتے ہیں، ثابت کرو کہ اگر G میں سے ایک انتصابی خط کھینچا جائے تو وہ مثلث کو ایسے دو حصوں میں تقسیم کرے گا جن پر کے مجموعی دباؤں کی نسبت $AB : AC : BC = 1 : 2 : 3$ ہوگی جہاں AB ، BC ، CA مثلث کے اضلاع ہیں۔

۳۳۔ ایک مکعب صندوق کو جس کے پہلو انتصابی ہیں مختلف سیالوں کی مساوی مقداروں سے بھرا گیا ہے، یہ سیال آپس میں نہیں ملتے اور ان کی کثافتیں اوپر سے شروع ہو کر بالترتیب $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ ہیں ثابت کرو کہ قاعدہ پر کا مجموعی دباؤ

ایک منحنی کے اس حصہ پر کے مجموعی دباؤ کا (ن + ۱) گنا ہے جو حصہ سب سے نچلے سیال کو مس کرتا ہے۔

۳۴۔ اسطوانہ کی شکل کا ایک گلاس آدھا ایک سیال سے بھرا گیا ہے اور باقی آدھا دوسرے سیال سے، پہلے سیال کی کثافت ک ہے اور دوسرے کی ک'، یہ سیال ایک دوسرے سے نہیں ملتے، اگر گلاس کا ارتفاع ف ہو اور اس کے قاعدے کا نصف قطر r تو ثابت کرو کہ گلاس کے قاعدہ پر کے مجموعی دباؤ کو سطح منحنی پر کے کل دباؤ کے ساتھ نسبت

۲ (ک + ک') : ف (ک + ک') ہے۔

۳۵۔ ایک بند مخروط مخروط کا نقطہ رأس اوپر کی طرف ہے اور اس کا محور انتصابی ہے، مخروط کو پانی سے بھرا گیا ہے، اس کی منحنی سطح کو ایک افقی سطح کے ذریعہ ایسے دو حصوں میں تقسیم کرو جن پر کے کل دباؤ باہم مساوی ہوں۔

مخروط کو ایسے ہی دو حصوں میں تقسیم کرو جبکہ نقطہ رأس نیچے کی جانب ہو۔

۳۶۔ ایک اسطوانہ ن مختلف سیالوں کے مساوی جموں سے بھرا گیا ہے، یہ سیال آپس میں نہیں ملتے اور اوپر سے نیچے کی طرف ان سیالوں کی کثافتیں بالترتیب ک، ک'، ک''، ک'''، ک''''، ک'''''' ہیں، ثابت کرو کہ منحنی سطح کے مختلف حصوں پر کے کل دباؤ باہم یہ نسبت رکھتے ہیں ۱ : ۲ : ۳ : ۴ : ۵ : ۶ : ۷ : ۸

۴۳۔ ایک مستوی رقبہ پر کے دباؤ کا مرکز۔ اگر ایک مستوی

رقبہ کو ایک سیال کے اندر ڈبویا جائے تو اس کے کسی نقطہ کا دباؤ مستوی رقبہ پر عمود وار ہوگا اور اس نقطہ کی گہرائی کے متناسب ہوگا۔

ظاہر ہے کہ سطح مذکورہ کی ایک جانب کے سب نقطوں پر کے دباؤ متوازی قوتوں کا ایک نظام بناتے ہیں اور ان کی مقداریں بھی معلوم ہیں۔

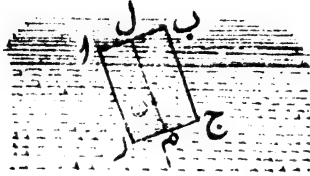
علم سکون دفعہ ۵۳ کی رو سے تمام متوازی قوتیں ایک قوت واحد میں ترکیب دی جاسکتی ہیں اور یہ قوت مستوی رقبہ کے ایک خاص نقطے پر عمل کرتی ہے۔

اس قوت واحد کو حاصل سیالی دباؤ کہتے ہیں اور مستوی رقبہ کی صورت میں یہ دہی چیز ہے جو کہ کل دباؤ ہے، اور رقبہ کا وہ نقطہ جس پر یہ عمل کرتی ہے اس رقبہ پر کے دباؤ کا مرکز (مرکز دباؤ) کہلاتا ہے۔

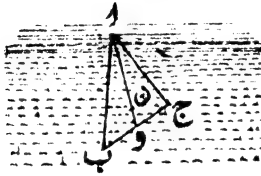
کسی دی ہوئی صورت میں دباؤ کے مرکز کا مقام معلوم کرنا ایک دقت طلب امر ہے، ہم باب ۹ میں اس پر مفصل بحث کریں گے، یہاں صرف ایک یا دو آسان صورتوں میں دباؤ کے مرکز کا مقام بتا دیا جائے گا۔

(۱) ایک مستطیل $ABCD$ جہاں پانی میں ڈبویا گیا ہے، اس کا ایک ضلع AB پانی کی سطح میں ہے، اگر AB اور

ج ر کے وسطی نقطے بالترتیب ل اور م ہوں تو دباؤ کا مرکز
ن پر ہوگا جہاں $ل = \frac{پ}{۲}$ ل م



(۲) ایک مثلث ا ب ج پانی کے اندر ڈبویا گیا ہے، اس
کا نقطہ راس ا پانی کی سطح کے اندر ہے اور قاعدہ ب ج
متوازی الافق ہے، اگر ب ج کا وسطی نقطہ و ہو تو دباؤ کا
مرکز ن، ا و پر ایک ایسا نقطہ ہوگا کہ $ل = \frac{پ}{۲}$ ل و



(۳) ایک مثلث ا ب ج پانی کے اندر ڈبویا گیا ہے، اسکا
قاعدہ ب ج پانی کی سطح میں ہے، اگر قاعدہ کا وسطی نقطہ
و ہو تو دباؤ کا مرکز ن، و ا کا نقطہ تنصیف ہوگا۔



مشق ۱۔ ایک حوض کے ایک پہلو میں مستطیل شکل کا ایک سوراخ
 ۱۰ ب ج د ہے، اس سوراخ کے نیچے کا ضلع ج د متوازی الاضلاع
 ہے، ۱۰ ب اور ۱۰ د کے طول بالترتیب ۱۰ فٹ اور ۱۲ فٹ ہیں،
 اگر اس سوراخ کو ایک ایسے انتصابی دروازے سے بند کیا جائے
 جو ۱۰ ب کے گرد گھوم سکتا ہو اور حوض میں پانی کی سطح ۱۰ ب
 پر ہو تو بتاؤ کہ دروازے کو بند رکھنے کے لئے ج د کے وسطی
 نقطہ پر کتنی قوت لگانے کی ضرورت ہوگی۔

اگر قوت مطلوبہ ق ہو تو ۱۰ ب کے گرد اس کا جو معیار اثر ہوگا
 وہ ۱۰ ب کے گرد پانی کے دباؤ کے معیار اثر کے مساوی ہوگا۔
 دفعہ ۳۴ کی رو سے پانی کا مجموعی دباؤ

$$= 1000 \times 2 \times 12 \times 10 \times \frac{1}{17} \text{ پونڈ وزن} = 4500 \text{ پونڈ وزن}$$

نیز صورت اول کی رو سے یہ اُس نقطہ پر عمل کرتا ہے جس کا
 فاصلہ ۱۰ ب سے

$$= \frac{2}{3} \times 10 = 6.67 \text{ فٹ}$$

اس لئے ۱۰ ب کے گرد معیار اثر محسوب کرنے سے

$$12 \times 10 \times 4500 = 540000$$

$$= 3000 \text{ پونڈ وزن}$$

۶۔ امثلہ نمبری

۱۔ پانی سے بھرے ہوئے ایک مکعب صندوق کا ڈھکنا ایک

مربع شکل کی تختی ارب ج د ہے جس کا وزن صندوق کے پانی کے وزن کا دو تہائی ہے، ڈھکنا ارب کے گرد گھوم سکتا ہے اور صندوق کو اس طرح رکھا گیا ہے کہ ڈھکنے کی سطح افق سے ۵۴° کا زاویہ بناتی ہے، اگر ارب متوازی الافق ہو اور ج د سے اوپر ہو تو ثابت کرو کہ ڈھکنا کھلنے کے عین قریب ہے۔

۲۔ ایک مکعب شکل کے صندوق کا ایک انتصابی پہلو اپنے اوپر کے کنارے کے گرد گھوم سکتا ہے، اس پہلو میں اس کے اوپر کے کنارے پر ایک سلاخ لگی ہے جو پہلو پر عمود دار ہے اور جس کی لمبائی مکعب کے ایک کنارے کے برابر ہے، اگر سلاخ کا وزن ۵ پونڈ ہو اور اس پانی کا وزن جس سے صندوق بھر جائے ۲۴ پونڈ ہو تو بتاؤ کہ صندوق کے اندر کتنا پانی ڈالا جائے کہ اس کا یہ پہلو عین کھلنا شروع ہو جائے۔

۳۔ ایک متوازی الافق نلی کے اندر پانی ہے، اس کو ایک ایسے مربع ڈھکنے سے بند کیا گیا ہے جو افق کے ساتھ ۵۴° کا زاویہ بناتا ہے، اور جس کے دو کنارے متوازی الافق ہیں، ڈھکنے کا ہر ایک کنارہ ایک فٹ ہے اور وہ اپنے نیچے کے کنارے کے گرد گھوم سکتا ہے۔ اگر ڈھکنے اس وقت کھلنے کے عین قریب ہو جبکہ اس کے اوپر کا کنارہ پانی کی سطح میں ہو تو ڈھکنے کا وزن معلوم کرو۔

باب چہارم

کسی سطح پر کا حاصل مجموعی دباؤ

۴۴۔ اگر کسی منحنی سطح کا ایک حصہ ایک وزنی مائع کے اندر ڈبوایا جائے جیسا اگلی دفعہ کی شکل میں ہے تو اس سطح پر مائع کے دباؤ کا مجموعی اثر معلوم کرنا یا بانفاذ دیگر سیال کا حاصل مجموعی دباؤ معلوم کرنا ایک دقت طلب امر ہے۔ اس کی وجہ یہ ہے کہ مختلف نقطوں پر کے دباؤ مختلف سمتوں اور مختلف سطحوں میں عمل کرتے ہیں۔ لیکن اگر ہم سطح کے ہر ایک جزو پر کے دباؤ کو انتصابی اور افقی اجزائے ترکیبی میں تحلیل کریں تو ہم ایسی قوتیں معلوم کر سکتے ہیں جو حاصل مجموعی دباؤ کے مساوی ہوں۔ سب سے پہلے ہم اس سطح پر مائع کی انتصابی قوت کی پوری مقدار معلوم کریں گے۔ اس قوت کو حاصل انتصابی دباؤ کہتے ہیں۔ ظاہر ہے کہ سطح مفروضہ کے مختلف نقاط پر جو دباؤ عمل کرتے ہیں ان کے انتصابی اجزائے ترکیبی کا حاصل، اس حاصل دباؤ کے برابر ہے کیونکہ یہ انتصابی

اجزاء ترکیبی متوازی قوتیں ہیں اور اس لئے وہ ایک
امتصالی قوت واحد میں ترکیب دی جاسکتی ہیں۔

اگلی دفعہ میں یہ بیان ہوگا کہ کس طرح سے یہ انتصابی حاصل دیاؤ معلوم ہو سکتا ہے۔

۴۵۔ ایک سطح وزنی مائع کے اندر غرق کی گئی ہے اس پر کا حاصل انتصابی دباؤ دریافت کرو۔

ایک سطح مائع کے اندر غرق کی گئی ہے ، اس کے ایک حصہ ن ر ق سی پر غور کرو۔

فرض کرو کہ اس کے احاطہ کرنے والے کنارے کے ہر ایک نقطہ میں سے ایک ایک انتصابی خط کھینچا گیا ہے اور یہ انتصابی خط پانی کی سطح سے ایسے نقطوں پر ملتے ہیں جن سے مخفی راجح دبنا ہے۔



اب مائع کے اس حصہ کے توازن پر غور کرو جو ان انتصابی خطوط، سطح ن ر ق س، اور مستوی سطح ا ج ب د کے اندر گھرا ہوا ہے۔

دفعہ ۲۸ کے موافق سطح ن س ق کے ہر ایک جزو کا

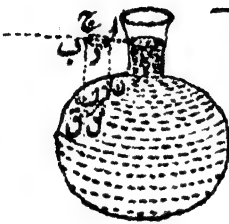
مجموعی دباؤ راسی سمت میں مائع کے اس پتلے اسطوانہ کے وزن کا موازنہ کرتا ہے جو اس جزو کے اوپر قائم ہے، پس اس قسم کے جتنے جزوی مجموعی دباؤ سمت راس میں عمل کرتے ہیں ان کا محل یعنی سطح کا محل راسی دباؤ سیال پر ان چھوٹے اسطوانوں کے اوزان کے حاصل کے مساوی اور متقابل ہوگا۔ اور ان دونوں حاصلوں کا خط عمل بھی ایک ہی ہوگا۔ لیکن مائع کے اسطوانوں کے وزنوں کا حاصل، مائع ن رقیس دلج ب کا وزن ہے اور اس کے مرکز ثقل میں سے عمل کرتا ہے۔ نیز سطح کا جو مجموعی دباؤ مائع پر ہے وہ اس مجموعی دباؤ کے مساوی و متقابل ہے جو مائع کا سطح مذکور پر ہے۔ اس لئے معلوم ہوا کہ اگر کوئی سطح وزنی مائع میں غرق کی جائے تو اس پر حاصل انتصابی دباؤ اس مائع کے وزن کے مساوی ہوتا ہے جو اس پر قائم ہو اور اس قائم علیہ مائع کے مرکز ثقل میں سے عمل کرتا ہے۔

۴۶۔ اگر سطح کو نیچے کی طرف دبائے کی بجائے مائع اس کو اوپر کی طرف دبائے جیسا کہ ذیل کی شکل میں ہے تو بھی وہی عمل کرنا چاہئے جو دفعہ گذشتہ میں کیا گیا ہے۔

سطح ن رقیس کے کسی نقطہ پر کا دباؤ مائع کی سطح کے نیچے اس نقطہ کی محض گہرائی پر موقوف ہے، اس لئے اس سطح کے کسی نقطہ پر کا دباؤ دونوں صورتوں میں خواہ مائع برتن کے اندر ہو یا باہر مقدار میں ایک ہی ہوگا (بشرطیکہ مائع

کے باہر ہونے کی صورت میں اس کی آزاد سطح اب فرض کی جائے گی مائع کے باہر ہونے کی صورت میں یہ نیچے کی طرف عمل کرے گا اور اندر ہونے کی صورت میں اوپر کی طرف ظاہر ہے کہ موجود صورت میں یہ اوپر کی طرف عمل کرتا ہے۔

پس سطح ن ر ق س پر کا حاصل انتصابی دباؤ، مائع ن ق اب کے وزن کے برابر ہے۔

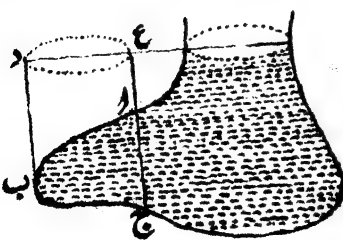


لہذا سطح مذکور کے حصہ مفروضہ پر کا حاصل انتصابی دباؤ اس مائع کے وزن کے برابر ہے۔

جو اس حصہ پر اصلی مائع کی سطح تک قائم ہو سکے اور یہ دباؤ مائع کے مرکز ثقل میں سے اُسی سمت میں عمل کرتا ہے۔

۷۳۔ اگر سطح اس طرح کی ہو جیسے ذیل کی شکل میں دکھائی گئی ہے تو حصہ اب پر کا حاصل انتصابی دباؤ سمت رأس میں عمل کرتا ہے اور اس مائع کے وزن کے برابر ہے جو ب د ع د میں بھرا جا سکتا ہے۔

ب ج پر کا حاصل انتصابی دباؤ نیچے کی طرف ہے اور اس مائع کے وزن کے برابر ہے



جو ب د ع د میں بھرا جا سکتا ہے اور سطح اب ج پر کا حاصل

انتصابی دباؤ ان کے فرق کے برابر ہے اور اس لئے مائع ج ب ا کے وزن کے مساوی ہے اور نیچے کی طرف عمل کرتا ہے۔

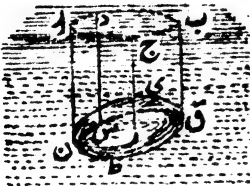
۴۸۔ دفعہ ۴۶ میں اگر مائع متجانس الاجزا نہ ہو تو جو مائع ن ق ا ب کے اندر بھرا جائے گا اس کی کثافت کسی نقطہ پر وہی فرض کی جائے گی جو اس نقطہ کی گہرائی پر برتن کے اندر اصلی مائع کی ہے، لیکن اس کتاب میں بہت کم مثالیں ایسی ہیں جن میں کہ مائع متجانس الاجزا نہ ہو۔

۴۹۔ ایک جسم کھلیا جز پانی میں ڈلوایا گیا ہے، ثابت کر دو کہ اس پر کا

حاصل مجموعی دباؤ ہٹائے ہوئے پانی کے وزن کے برابر ہوتا ہے [مبادل ثبوت کے لئے دیکھو نوٹ دفعہ ۵۶]

ایک جسم ن ط ق ی پورا پانی کے اندر ڈوبا ہوا ہے۔ فرض کر دو کہ ایک انتصابی خط جسم مذکور کی سطح کے گردا گرد اس

کو منحنی ن ر ق س پر مس کرتا ہے اور مائع کی سطح کو منحنی ا ج ب د پر ملتا ہے۔



سطح (ط، ن ر ق س) پر کا حاصل انتصابی دباؤ اس

مائع کے وزن کے برابر ہے جو ن ط ق ب ا میں بھرا جاسکتا

اور اس کے مرکز ثقل میں سے سمت رأس میں عمل کرتا ہے۔ اور سطح (ی، ن، ر، ق، س) پر کا حاصل انتصابی دباؤ اس مانع کے وزن کے برابر ہے چونکہ ی، ق، ب، ا میں بھرا جا سکتا ہے اور اس کے مرکز ثقل میں سے شاؤلی سمت میں عمل کرتا ہے۔

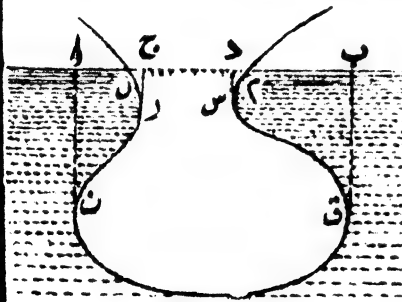
یہ دو مجموعی دباؤ ہیں جن کا حاصل سارے جسم پر کے حاصل انتصابی دباؤ کے مساوی ہے اور اس لئے یہ حاصل انتصابی دباؤ اس مانع کے وزن کے مساوی ہے جو جگہ ن ط ق ی کو بھر سکتا ہے اور ن ط ق ی کے مرکز ثقل میں سے اوپر کی طرف عمل کرتا ہے۔

لہذا معلوم ہوا کہ اگر ایک جسم پورا پانی کے اندر ڈوبا ہوا ہو تو اس پر کا حاصل انتصابی دباؤ ہٹائے ہوئے مانع کے وزن کے مساوی ہوتا ہے اور ہٹائے ہوئے مانع کے مرکز ثقل میں سے سمت رأس میں عمل کرتا ہے۔ [دفعہ ۵۲ سے

یہ معلوم ہوگا کہ جسم پر کا حاصل افقی دباؤ صفر ہوتا ہے] ہٹائے ہوئے مانع کے مرکز ثقل کو اکثر مرکز سباحت یا اچھال کا مرکز کہتے ہیں اور حاصل انتصابی دباؤ کو اچھال کی قوت کہتے ہیں۔

یہ نہایت ضروری مسئلہ جو ابھی بیان ہوا اصول ارشمیدس کے نام سے موسوم کیا جاتا ہے، ارشمیدس ایک یونانی حکیم تھا جو سنہ عیسوی سے قریباً ۲۵۰ سال قبل گزرا ہے

۵۰۔ یہ آسانی سے ثابت کیا جاسکتا ہے کہ مسئلہ مذکور اُس صورت میں بھی برقرار رہتا ہے جبکہ جسم کو جزئ پانی کے اندر غرق کیا جائے۔ اگر جسم کی شکل قدرے غیر منتظم واقع ہو جیسے ذیل کی شکل میں تو حاصل انتصابی دباؤ مائع ذیل کے وزن کے مجموعہ جبر یہ کے مساوی ہو گا (۱) مائع ذیل کے وزن کا وزن جو اوپر کی طرف عمل کرتا ہے (۲) مائع سے دباؤ کی طرف اور ذیل کے وزن کے دونوں نیچے کی طرف عمل کرتے ہیں اور (۳) مائع دس م اور جی کے وزن جو اوپر کی طرف عمل کرتے ہیں۔ یعنی حاصل انتصابی دباؤ اُس مائع کے وزن کے برابر ہے جو ل ر ن ق س م میں بھرا جاسکتا ہے اور اس کے مرکز ثقل میں سے سمت ر اُس میں عمل کرتا ہے۔



۵۱۔ اگر مائع متجانس الاجزا نہ ہو تو دفعہ ۴۸ کی طرح یہ فرض کیا جائے گا کہ جسم سے گھری ہوئی جگہ میں ایک ایسا مائع بھر دیا گیا ہے جس کی کثافت جسم کے اندر کسی خاص گہرائی پر وہی ہے جو جسم کے باہر کے مائع کی اُسی گہرائی پر ہے۔

اشکال نمبری ۷

۱۔ ایک برتن مخروط ناقص کی شکل کا ہے۔ اُس کا پسیندا اور چوٹی

دو مدور تختیوں سے بند کئے گئے ہیں جن کے نصف قطر بالترتیب ۸ انچ اور ۶ انچ ہیں، اگر برتن کو پانی سے بھر دیا جائے تو اس کو بڑی تختی اور چھوٹی تختی کے بل رکھنے سے جو مجموعی دباؤ نیچے کی تختی پر ہونگے ان کا باہم مقابلہ کرو۔

اس امر کی تشریح کرو کہ کیوں ایک حالت میں یہ مجموعی دباؤ سیال کے وزن سے زیادہ ہو گا اور دوسری حالت میں کم۔

۲۔ شراب کا ایک گلاس مخروطی شکل کا ہے، گلاس کو پانی سے بھر کر میز پر اوندھا رکھا گیا ہے، ثابت کرو کہ پانی کا جو مجموعی دباؤ گلاس پر ہے وہ میز پر کے مجموعی دباؤ کا دو تہائی ہے۔
۳۔ ایک مخروط کا ارتفاع F ہے اور اس کے قاعدہ کا نصف قطر R ہے، اس مخروط کو پانی سے بھرا گیا ہے اور اس پانی کو ایک ایسے اسطوانہ میں ڈالا گیا ہے جس کے قاعدہ کا نصف قطر R ہے، اگر مخروط اور اسطوانہ دونوں کے محور انتصابی ہوں تو ان کے قاعدوں پر جو مجموعی دباؤ دونوں صورتوں میں عمل کرتے ہیں ان کا مقابلہ کرو۔

۴۔ ایک مجوف اسطوانہ کو پانی سے بھرا گیا ہے اور اس کے دونوں سروں کو بند کر کے اس کو اس طرح سے رکھا گیا ہے کہ اس کا محور افق کے متوازی ہے، اسطوانہ کی سطح کے نیچے نصف پر کا انتصابی مجموعی دباؤ معلوم کرو۔

۵۔ ایک نصف کردی پیالہ کو پانی سے بھر کر مستوی قاعدہ کے بل ایک افقی میز پر رکھا گیا ہے، ثابت کرو کہ اس کی سطح پر کا

حاصل انتصابی دباؤ مینر پر کے مجموعی دباؤ کا ایک تہائی ہے۔
 ۶۔ ایک قائم مستدیر مخروط کے مستوی قاعدہ کو ایک پتلی تختی سے بند کر دیا گیا ہے، اگر اس کو پانی سے بھر کر اس سطح رکھا جائے کہ اس کا محور متوازی الاقاعی ہو تو (۱) سطح منحنی کے اوپر کے نصف پر کا اور (۲) نیچے کے نصف پر کا حاصل انتصابی دباؤ معلوم کرو۔

۷۔ ایک ڈول مخروط ناقص کی شکل کا ہے، اس کی چوٹی اور بنیدے کے نصف قطر بالترتیب ۶ انچ اور ۴ انچ ہیں، اور اسکی اونچائی ایک فٹ ہے، ڈول کو پانی سے بھرا گیا ہے، اگر پانی کا وزن فی مکعب فٹ ۱۰۰۰ اونس ہو تو اس کی منحنی سطح پر کا کل انتصابی دباؤ معلوم کرو۔

۸۔ ایک اسطوانے کے ایک سرے پر ایک مخروط قائم کرنے سے ایک مجوف برتن تیار کیا گیا ہے اور اس کو پانی سے بھر کر بند کر دیا گیا ہے مخروط کا محور اسطوانہ کے محور کا تین گنا ہے، ثابت کرو کہ دونوں صورتوں میں جبکہ برتن کا محور انتصابی ہو مخروط کی سطح پر کا حاصل مجموعی دباؤ برابر ہوگا۔

۹۔ ایک دھری کیف دو مخروطوں کے رؤسوں کو جوڑنے سے بنائی گئی ہے، مخروطوں کے محور ایک ہی خط مستقیم میں ہیں اور مشترک نقطہ رؤس پر کا ایک سوراخ دونوں مخروطوں کو ملاتا ہے، کیف کو ایک افقی سطح پر اسطح رکھا گیا ہے کہ اس کا محور انتصابی ہے، اگر کیف کو پانی سے بھرا جائے تو ثابت کرو کہ

نچلے مخروط کی مخنی سطح پر کا حاصل انتصابی دباؤ پانی کے وزن کا $\frac{1}{4}$ ۲ گنا ہے۔

۱۰۔ دھڑے مخروط کی شکل کا ایک برتن دو مساوی مخروطوں کے راسوں کو جوڑنے سے بنایا گیا ہے، مخروطوں کے محور ایک ہی خط مستقیم میں ہیں اور مشترک نقطہ راس پر ایک چھوٹا سوراخ ان دونوں مخروطوں کو ملاتا ہے، برتن کو ایک افقی میز پر اس کی ایک مستوی سطح کے بل رکھ کر پانی سے بھرا گیا ہے، برتن پر کا حاصل انتصابی دباؤ دریافت کرو اور ثابت کرو کہ اگر برتن کے اوپر کے حصہ کا محور نچلے حصہ کے محور سے دوچند ہو تو یہ حاصل انتصابی دباؤ صفر ہوگا۔

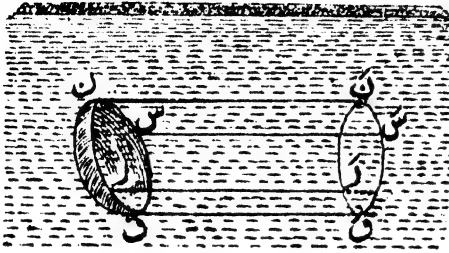
۱۱۔ مخروطی شکل کے ایک وزنی گلاس کو ایک چکنی افقی سطح پر اس طرح رکھا گیا ہے کہ اس کا راس اوپر کی طرف ہے اور اس کے اندر اس کی چوٹی پر کے ایک چھوٹے سوراخ میں سے آہستہ آہستہ پانی ڈالا گیا ہے، پیالہ کا وزن اس پانی کے وزن کا $\frac{1}{2}$ ہے جو اس کو بھرنے کے لئے عین کافی ہو، ثابت کرو کہ پیالہ اس وقت سطح مستوی سے عین اوپر اٹھنے کو ہوگا جبکہ پانی کی گہرائی پیالہ کے ارتفاع کے نصف کے برابر ہو جائے۔

۱۲۔ مخروطی شکل کا ایک خول ایک افقی میز پر اس طرح رکھا گیا ہے کہ اس کا راس اوپر کی طرف ہے اور اس کے اندر راس پر کے ایک چھوٹے سوراخ میں سے کوئی مائع ڈالا گیا ہے،

اگر مخروط میز پر سے اس وقت اٹھنا شروع کرے جبکہ اس کے اندر کے مائع کا وزن مخروط کے وزن کے مساوی ہو تو ثابت کرو کہ مخروط کے وزن کو اس مائع کے وزن کے ساتھ جو مخروط کو بھرنے کے لئے عین کافی ہوتا ہے نسبت ۹ - ۳:۳۱ ہوگی۔

۱۳۔ دو مساوی مجوف مخروطوں کے رأسوں کو باہم جوڑنے سے ایک دہری کیف تیار کی گئی ہے، مشترک رأس پر کا ایک سولخ دونوں مخروطوں کو ملاتا ہے، کیف ایک مستوی سطح پر قائم ہے اور اس کا مشترک محور افق پر عمود ہے۔ کیف کے اندر اتنا مائع ڈالا گیا ہے کہ اس کی سطح اوپر کے مخروط کے محور کی تنصیف کرتی ہے، اگر اس وقت مائع نچلے مخروط اور میز کے درمیان میں سے باہر نکلنے کے عین قریب ہو تو ثابت کرو کہ کسی ایک مخروط کے وزن کو اس مائع کے وزن کے ساتھ جو ایک مخروط کے اندر آسکتا ہے نسبت ۲۷:۱۶ ہوگی۔

۵۲۔ ایک سطح پانی کے اندر غرق کی گئی ہے، اس پر کا حاصل افقی دباؤ کسی خاص سمت میں دریافت کرو۔ سطح مذکور کے محیط کے ہر ایک نقطہ میں سے سمت مفروضہ میں افقی خطوط $ن$ ، $ق$ ، $ق$ ، $ر$ ، $ر$ ، $س$ میں سے... وغیرہ کھینچو اور فرض کرو کہ یہ خط ایک ایسی مستوی سطح کو جو سمت مفروضہ پر عمود وار ہو نخی $ن$ ، $ر$ ، $ق$ ، $س$... پر ملتے ہیں۔



رقبہ کا ایک نہایت ہی
چھوٹا جزو ن ر ق س
لو اور دفعہ ۲۷ کے موافق
اس پر ایک پتلا اسطوانہ
بناؤ جس کا دوسرا سرا

مستوی سطح ن ر ق س پر واقع ہو اور جس کے تکوینی
خط ن ن کے متوازی ہوں -

جو قوتیں اس اسطوانہ پر عمل کرتی ہیں اُن کو ن ن کے
متوازی تحلیل کرنے سے ظاہر ہے کہ چھوٹے جزو ن ر ق س
پر کا افقی مجموعی دباؤ = اس کے متناظر چھوٹے
جزو ن ر ق س پر کا افقی مجموعی دباؤ [کیونکہ باقی جو
قوتیں اس پتلے اسطوانے پر عمل کرتی ہیں یعنی اُس کا وزن
اور اس کے گرد کے سیال کا دباؤ وہ سب کی سب سمت ن ن
سے زاویہ قائمہ بناتی ہیں]

اب چونکہ اوپر کا بیان رقبہ کے تمام اجزاء کے لئے درست
ہے بشرطیکہ اجزاء کافی طور پر چھوٹے ہوں اس لئے معلوم
ہوا کہ ن ر ق س کا حاصل افقی دباؤ سمت ن ن میں
ن ر ق س پر کے حاصل افقی دباؤ کے مساوی اور
متقابل ہے اور نیز ان دباؤں کا خطِ عمل بھی ایک ہی ہے۔
اب ن ر ق س کا حاصل افقی دباؤ دفعہ ۳۹ میں معلوم
کیا گیا ہے کیونکہ یہ ن ر ق س پر کامل دباؤ ہے،

نیز ہم جانتے ہیں کہ اس کا نقطہ عمل N رقیق سس پر کے دباؤ کا مرکز ہے۔

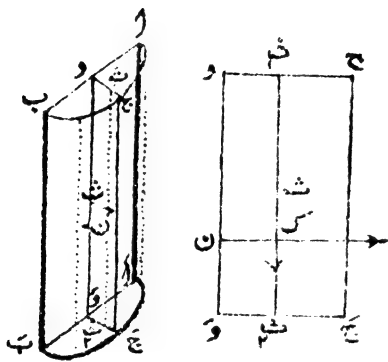
لہذا کسی سطح پر کا حاصل افقی دباؤ کسی خاص سمت میں معلوم کرنے کے لئے ہمیں اس سطح کا ظل ایک ایسی انتصابی سطح مستوی پر پیتانا چاہئے جو سمت مفروضہ پر عمود وار ہو۔ تب سطح مذکور پر کا حاصل افقی دباؤ اس ظل پر کے کل دباؤ کے مساوی ہو گا اور اس ظل کے دباؤ کے مرکز میں سے عمل کرے گا۔
۵۳۔ ایک سطح پانی میں غرق کی گئی ہے، اس پر کا حاصل مجموعی دباؤ معلوم کرو۔

اب ہم کسی سطح پر کا حاصل مجموعی دباؤ ذیل کے طریقہ سے معلوم کر سکتے ہیں۔ دفعہ ۴۵ کی مدد سے حاصل انتصابی دباؤ کی مقدار اور اس کا خط عمل دونوں معلوم ہو سکتے ہیں، نیز دفعہ ۵۲ کی مدد سے حاصل افقی دباؤ اور ان کے خط عمل دو ایسی افقی سمتوں میں معلوم ہو سکتے ہیں جو ایک دوسرے سے زاویہ قائمہ بنائیں، اگر ان تینوں قوتوں کو ایک قوت واحد (حاصل) میں ترکیب دینا ممکن ہو (جیسا کہ متشاکل اجسام کی صورت میں بالعموم ممکن ہو گا) تو یہ حاصل، اس مسئلہ کی مدد سے جو قوتوں کا متوازی السطوح کہلاتا ہے معلوم ہو سکے گا۔

۵۴۔ مشتق ایک مجوف اسطوانہ کا ایک مستوی مرا ایک پتلی تختی سے بند کیا گیا ہے اور اس کو پانی سے بھر کر اس طرح رکھا گیا ہے کہ اس کا

محور انتصابی ہے، اگر ایک انتصابی سطح جو اسطوانہ کے محور میں سے گذرتی ہو اسطوانہ کے دو حصے کرے تو اسطوانے کے ایک نصف پر کا حاصل مجموعی دباؤ معلوم کرے اور اس دباؤ کا خط عمل بھی دریافت کرو۔

فرض کرو کہ اسطوانہ کا ارتفاع F ہے اور اس کے قاعدہ کا نصف قطر R ہے، نیز فرض کرو کہ تقسیم کرنے والی مستوی سطح



اسطوانے کو سطح AB میں کاٹتی ہے۔ AB کے وسطی نقطہ O میں سے نصف قطر OC وج کھینچو جو اوپر کے مستوی نصف

دائرہ کی تنصیف کرے، وج پر ایک نقطہ D ایسا لو کہ

$$OD = \frac{R^2}{3H} \quad \left[\text{علم سکون دفعہ ۱۱۸} \right]$$

تب D نصف دائرہ کا مرکز ثقل ہوگا۔

اب نصف اسطوانہ کے قاعدہ پر نقطہ D سے عمود DE کھینچو جو قاعدہ سے D پر ملے اور D کی تنصیف F پر کرو تب نقطہ D اس مائع کے نصف اسطوانے کا مرکز ثقل ہوگا۔ دفعہ ۴۵ کی رو سے انتصابی سمت میں عمل کرنے والا مجموعی

دباؤ نقطہ نش میں سے عمل کرتا ہے اور = مانع کے نصف
اسطوانے کا وزن

$$= \frac{1}{2} \pi r^2 \times \text{ن} \times \text{د}$$

جہاں د مانع کے اکائی حجم کا وزن ہے۔

اور دفعہ ۵۲ کی رو سے منحنی سطح پر کا افقی مجموعی دباؤ = مستطیل
ا ب ب ر پر کا مجموعی دباؤ

اور یہ دفعہ ۴۳ (۱) کی رو سے دباؤ کے مرکز ن پر عمل کرتا ہے
جہاں ون = $\frac{1}{2} \pi r^2$ و و اور اسکی مقدار = د \times رقبہ سطح
ا ب ب ر \times اس کے مرکز ثقل کی گہرائی

$$= \frac{1}{2} \pi r^2 \times \text{ن} \times \text{د} = \text{و} \times \text{ن} \times \text{ر}$$

اگر مرکز نش میں سے گزرنے والا انتصابی خط نقطہ ن میں سے
گذرنے والے افقی خط سے نقطہ ک پر ملے [ملاحظہ ہو دائیں طرف
کی شکل] تو حاصل مجموعی دباؤ ک میں سے گزرے گا، اگر اس
حاصل کی مقدار ح ہو اور اس کا زاویہ میلان افق سے طہ ہو تو

$$\text{ح} = \text{جہم طہ} = \text{و} \times \text{ن} \times \text{ر}$$

$$\text{ح جب طہ} = \frac{1}{2} \pi r^2 \times \text{ن} \times \text{د}$$

$$\therefore \text{مس طہ} = \frac{\pi r^2}{2}$$

$$\text{اور ح} = \text{و} \times \text{ن} \times \text{ر} = \frac{1}{2} \pi r^2 \times \text{ن} \times \text{د}$$

اس طرح سے حاصل مجموعی دباؤ کی مقدار اور اس کا خط عمل دونوں

معلوم ہو گئے۔

امثلہ نمبری ۸

۱۔ ایک ٹھوس نصف کرے کو جس کا نصف قطر ۱ ہے پانی کے اندر اتنا غرق کیا گیا ہے کہ اس کے مرکز کی گہرائی پانی کی سطح کے نیچے گ ہے اور اس کی مستوی سطح انتصابی ہے، اس کی منحنی سطح پر کا افقی مجموعی دباؤ معلوم کرو اور نیز اس پر کا کل مجموعی دباؤ دریافت کرو۔

۲۔ ایک ٹھوس، قائم، مستدیر مخروط پانی کے اندر اس طرح رکھا گیا ہے کہ اس کا محور متوازی الافق ہے اور اس کے محور کی گہرائی پانی کی سطح کے نیچے گ ہے، محور میں سے گزرنے والی ایک انتصابی سطح مخروط کو دو حصوں میں تقسیم کرتی ہے، مخروط کے ایک نصف پر کا افقی مجموعی دباؤ دریافت کرو۔

۳۔ ایک مجوف، قائم، مستدیر مخروط کا محور انتصابی ہے اور اس کے نیچے کی طرف ہے، مخروط کو مائع سے بھر دیا گیا ہے، اگر محور میں سے گزرنے والی ایک سطح مخروط کو دو برابر حصوں میں تقسیم کرے تو سطح منحنی کے ایک نصف پر کا حاصل افقی دباؤ دریافت کرو۔

۴۔ ایک مجوف، قائم، مستدیر اسطوانہ کو پانی سے بھر کر اس طرح رکھا گیا ہے کہ اس کا محور متوازی الافق ہے، اگر محور میں سے گزرنے والی ایک سطح اسطوانہ کے دو برابر

حصے کرے تو سطح منحنی کے ایک نصف پر جو حاصل مجموعی دباؤ ہے اس کی مقدار اور خطِ عمل دونوں دریافت کرو۔

۳۔ ایک برتن ایک قائم، مستدیر اسطوانے کی شکل کا ہے اس کو اس طرح رکھا گیا ہے کہ اس کا محور انتصابی ہے، آدھا برتن پانی سے بھرا گیا ہے باقی آدھے میں کوئی دوسرا سیال ڈالا گیا ہے جو پانی کے ساتھ نہیں ملتا اور جس کی کثافت اضافی ۲ ہے، اگر اسطوانے کے محور میں سے گزرنے والی ایک سطح اسطوانے کے دو حصے کرے تو سطح منحنی کے ایک نصف پر کے حامل مجموعی دباؤ کی سمت دریافت کرو۔

۴۔ ایک افقی پیالہ کی انتصابی تراش نصف دائرہ ہے، پیالہ کو پانی سے بھرا گیا ہے جس کا وزن ۱ ہے، اگر ایسا خیال کیا جائے کہ پیالہ کے وسط میں سے اس کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے تو ثابت کرو کہ پانی ان دو حصوں کو قوت $\frac{1}{2}$ سے افقی سمت میں الگ الگ کرنے کی کوشش کریگا اور تیز ثابت کرو کہ پیالہ کے کسی ایک نصف پر کا حاصل مجموعی دباؤ انتصابی خط کے ساتھ زاویہ $\frac{\pi}{2}$ بناتا ہے۔

۵۔ ایک سطح مستوی ایک ٹھوس، قائم، مستدیر، مخروط کے محور میں سے گزرتی ہے اور مخروط کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرتی ہے۔ اگر ایک حصہ پانی کے اندر اس طرح ڈالا جائے کہ اس کا راس نیچے کی طرف ہو اور یہ حصہ پانی میں عین ڈوب جائے تو اس کی سطح منحنی پر کا حاصل مجموعی

دباؤ معلوم کرو، نیز ثابت کرو کہ اس دباؤ کا خطِ عمل افق کے ساتھ زاویہ مس^۱ ($\frac{\pi}{2}$ مس^۲ ع) بناتا ہے جہاں ع مخروط کے راسی زاویہ کا نصف ہے۔

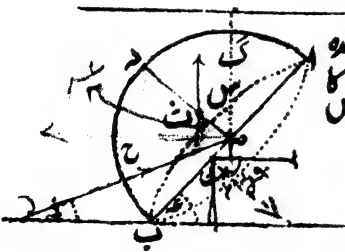
۸۔ ایک ٹھوس قائم، مستدیر، مخروط کسی متجانس الاجزا شے سے بنایا گیا ہے، اس کا راسی زاویہ ۲ ع ہے اور ارتفاع ف^۱ یہ پانی کے اندر اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا نقطہ راس نیچے کی طرف ہے، محور انتصابی ہے اور اس کے محور کا طول ف^۱ پانی کے اندر ہے، مخروط کے محور میں سے گزرنے والی ایک انتصابی سطح مخروط کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرتی ہے اور یہ حصے نقطہ راس پر ایک قبضہ کے ذریعہ وصل کئے گئے ہیں، ثابت کرو کہ یہ دو حصے باہم پیوستہ رہینگے اگر ف^۱ جب ع [دفعات ۴۵ اور ۵۲ کی رو سے ایک حصہ پر جو مجموعی دباؤ ہے اس کے افقی اور انتصابی اجزائے ترکیبی اور نیز ان کے نقاطِ عمل معلوم ہو سکتے ہیں۔ ان قوتوں کے جو معیار اثر راس کے گرد ہیں اگر ان کا مجموعہ ایک حصہ کے وزن کے معیار اثر سے زیادہ ہو تو یہ دونو حصے جدا نہیں ہوں گے]

۹۔ ایک پتلا جوت برتن ایک قائم مخروط کی شکل کا ہے اور اس کا پیندا مستدیر ہے، محور میں سے گزرنے والی ایک سطح برتن کو دو حصوں میں تقسیم کرتی ہے جن کو راس پر ایک قبضہ کے ذریعہ وصل کیا گیا ہے اور اس کے کناروں پر

چربی لگادی گئی ہے تاکہ پانی باہر نہ جائے، اگر برتن کو رأس سے لٹکایا جائے اور رأس کے نزدیک ایک چھوٹے سوزاخ میں سے برتن میں پانی بھرا جائے تو ثنایت کرد کہ اگر برتن کا رأسی زاویہ ۱۲۰ سے بڑا ہو تو پانی باہر نہیں نکلے گا۔

۵۵۔ اگر کوئی سطح کسی مستوی خط منحنی سے گھری ہوئی ہو تو دفعہ ۵۲ کی مدد سے بغیر ان پر کا حاصل مجموعی دباؤ بعض اوقات زیادہ آسانی سے معلوم ہو سکتا ہے، یہ طریقہ اگلی دفعہ کی مثالوں سے بخوبی واضح ہوگا۔

۵۶۔ مشق ۱۔ ایک نصف کرہ پانی کے اندر اس سطح غرق کیا گیا ہے کہ اس کے مرکز کی گہرائی سطح آب کے نیچے گ ہے اور اس کا مستوی قاعدہ افق کے ساتھ زاویہ عمہ بناتا ہے، سطح منحنی پر کے حاصل مجموعی دباؤ کی مقدار اور سمت دریافت کرو۔



فرض کرد کہ نصف کرہ کا مستوی قاعدہ اصل ب ہے نیز اس کا نصف قطر ا ہے اس مرکز م اور مرکز ثقل ث ہے دفعہ ۴۹ کی رو سے پورے

جسم پر کا حاصل مجموعی دباؤ ہٹائے ہوئے پانی کے وزن یعنی $\frac{\pi}{2} R^2 d$ کے مساوی ہے اور نقطہ ث میں سے انتصابی سمت میں عمل کرتا ہے۔

لیکن یہ مجموعی دباؤ ذیل کی دو قوتوں کا حاصل ہے۔

(۱) ایک قوت لا جو مستوی قاعدہ اس ب پر کا مجموعی دباؤ ہے یہ دباؤ بموجب دفعہ ۳۹، آگ کے مساوی ہے اور مستوی قاعدہ کے کسی نقطہ ن پر عموداً عمل کرتا ہے، جسم کے متساوی ہونے کی وجہ سے ظاہر ہے کہ نقطہ ن، ب پر واقع ہوگا۔

(۲) دوسری قوت ان دباؤں پر مشتمل ہے جو سیال نصف کرہ کی سطح منحنی کے مختلف نقاط پر ڈالتا ہے، ایسے ہر ایک دباؤ کی سمت عمل کرہ کی سطح پر عمود وار ہوگی اور اس لئے مرکز م میں سے گزرے گی۔

پس سطح منحنی پر کا حاصل مجموعی دباؤ کسی قوت ح کے مساوی ہوگا اور اس کا خط عمل افق کے ساتھ کوئی زاویہ نہ بنائے گا۔ ح اور لا کے حاصل کو انتصابی مجموعی دباؤ $\frac{2}{3} \pi R^2 \rho$ کے مساوی رکھنے سے

$$\left. \begin{aligned} \frac{2}{3} \pi R^2 \rho &= ح جب فہ + لا جم عہ = ح جب فہ + \frac{2}{3} \pi R^2 \rho جب عہ \\ &= 0 = ح جم فہ - لا جب عہ = ح جم فہ - \frac{2}{3} \pi R^2 \rho جب عہ \end{aligned} \right\}$$

$$ح جب فہ = \frac{2}{3} \pi R^2 \rho [ر - گ جم عہ]$$

$$اور ح جم فہ = \frac{2}{3} \pi R^2 \rho گ جب عہ$$

$$ح = \frac{2}{3} \pi R^2 \rho [ر - گ جم عہ + گ جب عہ]$$

اور یہ دوسری قوت ث میں سے عمل کرتی ہے نیز ظاہر ہے کہ
ح کا معیار اثر م کے گرد صفر ہے کیونکہ یہ قوت م میں سے
گذرتی ہے

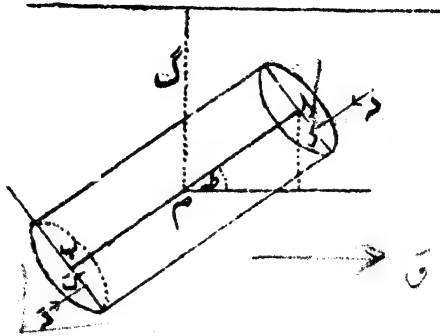
$$\therefore \text{لا} \times \text{م} \text{ن} = \frac{1}{2} \pi \text{آ} \times \text{د} \times \text{م} \text{ث جب عہ}$$

$$\text{یعنی آ} \times \text{آ} \times \text{د} \times \text{م} \text{ن} = \frac{1}{2} \pi \text{آ} \times \text{آ} \times \text{د} \times \text{م} \text{ث جب عہ} \dots\dots\dots$$

[علم سکون دفعہ ۲۲۵]

۲. م ن = $\frac{1}{2} \pi \text{آ} \times \text{د} \times \text{م} \text{ث جب عہ}$
پس ثابت ہوا کہ کسی مستوی دائرہ پر کے دباؤ کا مرکز اس کے
مرکز ہندسی سے ہمیشہ $\frac{1}{2} \pi \text{آ} \times \text{د} \times \text{م} \text{ث جب عہ}$ کے فاصلہ پر ہوتا ہے
نتیجہ صریح - اگر غرق شدہ دائرہ کی سطح انتصابی ہو لینے
عہ = ۹۰ تو م ن = $\frac{1}{2} \pi \text{آ} \times \text{د} \times \text{م} \text{ث جب عہ}$ اور اس لئے ایسی صورت میں
دباؤ کے مرکز کی گہرائی مانع کی سطح کے نیچے گ + $\frac{1}{2} \pi \text{آ} \times \text{د} \times \text{م} \text{ث جب عہ}$ ہوگی جہاں
آ دائرہ کا نصف قطر ہے اور گ مانع کی سطح کے نیچے
اس کے مرکز کی گہرائی ہے۔

مشق ۳ - ایک اسطوانہ جس کے دونوں سرے بند ہیں پانی کے
اندر پورا غرق کیا گیا ہے، اگر اس کا ارتفاع ۴ اور نصف
قطر ۲ ہو اور اس کا محور افق سے زاویہ طہ بنائے تو اس کی منحنی
سطح پر کے حاصل افقی اور حاصل انتصابی دباؤ دریافت
کرو۔



اگر محور کے وسطی نقطہ م کی گہرائی گ ہو تو اوپر کے
مستوی سرے کے مرکز د کی گہرائی = گ - $\frac{ق}{۲}$ جب طہ،
اور اس مستوی سرے پر کا مجموعی دباؤ د

$$\pi = \pi ر^۲ (گ - \frac{ق}{۲} \text{ جب طہ}) د \text{ (دفعہ ۳۹) (۱)}$$

نیز نیچے مستوی سرے کے مرکز ب کی گہرائی = گ + $\frac{ق}{۲}$ جب طہ
اور اس سطح سے اس سرے پر کا دباؤ د

$$\pi = \pi ر^۲ (گ + \frac{ق}{۲} \text{ جب طہ}) د \text{ (۲)}$$

فرض کرو کہ اسطوانہ کی منحنی سطح پر کے مجموعی دباؤ افقی اور
انتصابی سمتوں میں بالترتیب ق اور ص ہیں جہاں ق
بائیں جانب عمل کرتا ہے اور ص سمت رأس میں -
اب ص اور ق اور مستوی سروں پر کے مجموعی دباؤں د

اور د کا حاصل کل اسطوانہ پر کے حاصل مجموعی دباؤ کے برابر ہے اور یہ آخر الذکر انتصابی سمت میں عمل کرتا ہے اور اس کی مقدار $\pi R^2 F \times D$ ہے (دفعہ ۴۹)

اس لئے افقی اور انتصابی سمتوں میں تحلیل کرنے سے

$$- C + (D - d) \text{ جم طہ} =$$

اور $V + (D - d) \text{ جم طہ} = \pi R^2 F \times D$

نیز (۱) اور (۲) سے $D - d = \pi R^2 F \times D \text{ جم طہ}$

$$C = (D - d) \text{ جم طہ} = \pi R^2 F \times D \text{ جم طہ}$$

اور $V = \pi R^2 F \times D - \pi R^2 F \times D = \pi R^2 F \times D \text{ جم طہ}$

پس حاصل $\pi R^2 F \times D \text{ جم طہ}$ جو افقی سے زاویہ 90° یعنی سمت انتصابی سے زاویہ طہ بناتا ہے۔

اگر مستوی سروں پر کے دباؤ کے مرکز بالترتیب ک اور ک ہوں تو مشق ۲ کی رو سے

$$\text{ارک} = \frac{R^2}{(R^2 - r^2) \text{ جم طہ}} \text{ جم طہ اور بک} = \frac{R^2}{(R^2 + r^2) \text{ جم طہ}} \text{ جم طہ}$$

$$\text{اس لئے } D \times \text{ارک} = D \times \text{بک}$$

یعنی دو متوازی قوتوں د اور د کے معیار اثر نقطہ م کے گرد م کے اور متقابل ہیں۔

اس لئے ان کا حاصل نقطہ م میں سے گذرتا ہے، نیز سارے اسطوانہ پر جو حاصل مجموعی دباؤ عمل کرتا ہے اس کا خط عمل بھی م میں سے گذرتا ہے

اس لئے ق اور ص کا حاصل م میں گزرتا ہے پس معلوم ہوا کہ مخنی سطح پر کا حاصل مجموعی دباؤ م میں سے گذرتا ہے اور مقدار میں وجم طہ کے مساوی ہے جہاں طہ اس کا زاویہ میلان سمتِ راس سے ہے اور وکل ہٹائے ہوئے پانی کا وزن ہے۔

امثلہ نمبری ۹

۱۔ ایک ٹھوس نصف کرہ مانع کے اندر اس طرح غرق کیا گیا ہے کہ اس کے مستوی قاعدہ کا سب سے اونچا نقطہ پانی کی سطح کے اندر ہے اور قاعدہ افق سے زاویہ مس-ا بناتا ہے، ثابت کرو کہ مخنی سطح پر کا حاصل مجموعی دباؤ ہٹائے ہوئے مانع کے وزن کا دو چندان ہے۔

۲۔ ایک بند اسطوانہ کو جس کا ارتفاع اس کے قطر کے مساوی ہے پانی سے بھر کر ایک رسی کے ذریعہ جو اس کے اوپر کے کنارہ کے ایک نقطہ سے بندھی ہے بلا تکلف اٹکایا گیا ہے، اگر اسطوانہ کے وزن کو نظر انداز کیا جائے تو ثابت کرو کہ اسکی مخنی سطح پر کے حاصل مجموعی دباؤ کے اجزائے ترکیبی افقی اور انتصابی سمتوں میں جداگانہ اسطوانہ کے اندر کے پانی کے نصف وزن کے برابر ہیں۔

۳۔ ایک تجوف بے وزن نصف کرہ کو پانی سے بھر کر ایک رسی کے ذریعہ جس کا ایک سر نصف کرہ کے مستوی قاعدہ کے

ایک نقطہ پر بندھا ہے بلا تکلف لٹکایا گیا ہے، منحنی سطح پر کے حاصل مجموعی دباؤ کا سیلان افق سے دریافت کرو۔

۴۔ ایک قائم مخروط کو پانی سے بھر کر بند کر دیا گیا ہے اور ایک مینر پر اس کو اس طرح رکھا گیا ہے کہ اس کا تکوینی خط مینر کو مس کرتا ہے، منحنی سطح پر کے حاصل افقی اور حاصل انتصابی دباؤ دریافت کرو۔

۵۔ ایک ٹھوس مخروط کو پانی کے اندر اس طرح ڈبویا گیا ہے کہ اس کا ایک تکوینی خط پانی کی سطح کے اندر ہے، ثابت کرو کہ منحنی سطح پر کا حاصل مجموعی دباؤ سمت انتصابی سے زاویہ

مس^۱ = $\frac{۳ \text{ مس} \text{ع}}{۳ \text{ مس} \text{ع}}$ بناتا ہے جہاں ۲ عہ مخروط کا راسی زاویہ

۶۔ ایک مخروط ایک مانع کے اندر تیر رہا ہے اور اس کا محور متوازی الافق ہے، اگر مانع کی کثافت مخروط کی کثافت کی دوچند ہو تو مخروط کے قاعدہ پر کا دباؤ معلوم کرو، نیز ثابت کرو کہ اگر سطح منحنی پر کا حاصل مجموعی دباؤ خط انتصابی کے ساتھ زاویہ طہ بنائے اور اگر مخروط کا راسی زاویہ ۲ عہ ہو تو

$$\text{مس طہ} = \frac{۴}{۳} \text{ مس عہ}$$

۷۔ ایک مجوف مخروط کا زاویہ راس ۲ عہ ہے، اس کو پانی سے بھر کر ایک سطح مائل پر اس طرح لٹا دیا گیا ہے کہ اس کا راس نیچے کی طرف ہے، اگر سطح مائل اسقدر کھردری ہو کہ مخروط کو پھسلنے نہ دے اور اس کا زاویہ سیلان افق سے بہ ہو تو مخروط

کی منحنی سطح پر کے حاصل افقی اور حاصل انتصابی دباؤ معلوم کرو۔
 ۸۔ اسطوانہ کی شکل کا ایک ہند برتن ہے جس کے دونوں سرے نصف کرہ کی شکل کے ہیں، برتن کو پانی سے بھر کر اس طرح رکھا گیا ہے کہ اس کا محور افقی کے متوازی ہے، ہر ایک سرے پر کا حاصل مجموعی دباؤ دریافت کرو اور اس کا خط عمل بھی معلوم کرو۔

۹۔ ایک بے وزن کرہ کو ایک انتصابی مستوی سطح کے ذریعہ دو مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے اور کرہ کے سب سے نیچے نقطہ پر ایک قبضہ لگانے سے ان حصوں کو باہم وصل کر دیا گیا ہے، اب اگر کرہ میں اس قدر پانی ڈالا جائے جو اس کو عین بھر دینے کے لئے کافی ہو اور ایک رسی نصف کرہ کے سب سے اونچے نقاط کو باہم ملائے رکھے تو ثابت کرو کہ رسی کا تناؤ کرہ کے اندر کے پانی کے وزن کا $\frac{1}{2}$ گنا ہے۔

۱۰۔ ایک دھات کی باریک یکسان چادر سے دو نصف کرے بنائے گئے ہیں جو ایک دوسرے پر خوب پھنس کر آتے ہیں، ان کے کناروں کو ایک قبضہ کے ذریعہ وصل کر دیا گیا ہے اور اس کردی خول کو آب بند بنانے کے لئے کناروں پر چربی لگادی گئی ہے اگر خول کو ایک رسی کے ذریعہ قبضہ سے لٹکایا جائے اور قبضہ پر کے ایک سوراخ سے خول کو پانی سے بھر دیا جائے تو ثابت کرو کہ نصف کرہ کا باہمی تماس قائم رہے گا اگر خول کا وزن اس پانی کے وزن کے

سہ چند سے زیادہ ہو جو خول کو بھرنے کے لئے عین کافی ہوتا ہے۔
 نوٹ نتیجہ دفعہ ۴۹ (یا ۵۰) اس طرح بھی حاصل ہو سکتا
 ہے، ایسا خیال کرو کہ جسم ہٹا لیا گیا ہے اور جبکہ
 ن م ی ق ر ن کو مزید مائع سے بھر دیا گیا ہے جس
 سے باقی مائع پر کسی قسم کا اثر نہیں پڑتا۔

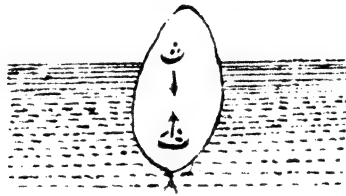
اب اس مزید مائع کی سطح کے ہر ایک جزو پر کا دباؤ
 وہی ہے جو جسم کے متناظر جزو پر تھا، (دفعہ ۲۸) اسلئے
 جسم پر کا حاصل مجموعی دباؤ وہی ہے جو زائد مائع پر کا
 حاصل مجموعی دباؤ ہے، لیکن یہ حاصل مجموعی دباؤ مزید
 مائع کے وزن کا موازنہ کرتا ہے، اس لئے وغیرہ وغیرہ



باب پنجم

تیرنے والے اجسام کا توازن

۷۵۔ ایک جسم پانی کے اندر بلا تکلف تیر رہا ہے، اس کے توازن کی شرائط معلوم کرو۔
ایک تیرنے والے جسم کے توازن پر غور کرو جو جزوً یا کلاً پانی کے اندر ڈوبا ہوا ہو۔



جسم پر صرف دو انتصابی قوتیں عمل کرتی ہیں۔
(۱) جسم کا وزن جو اس کے مرکز ثقل ث میں سے عمل کرتا ہے۔

(۲) جسم پر حاصل انتصابی دباؤ جو ہٹائے ہوئے مانع کے وزن کے مساوی ہے اور اُچھال کے مرکز یعنی ہٹائے

ہوئے مائع کے مرکز ثقل سے عمل کرتا ہے۔
توازن کے لئے ضروری ہے کہ یہ قوتیں باہم مساوی
اور متقابل ہوں اس لئے مطلوبہ شرائط یہ ہیں
(۱) ہٹائے ہوئے مائع کا وزن جسم کے وزن کے مساوی ہو
(۲) جسم کا مرکز ثقل اور ہٹائے ہوئے مائع کا مرکز ثقل ایک
ہی انتصابی خط میں واقع ہوں۔

۵۸۔ مشق ۱۔ لکڑی کا ایک اسطوانہ جس کا ارتفاع ۶ فٹ
اور وزن ۵۰ پونڈ ہے پانی کے اندر تیر رہا ہے، لکڑی کی کثافت
اضافی ۳ ہے، اگر اس کی اوپر کی سطح پر ۱۰ پونڈ کا وزن
رکھ دیا جائے تو معلوم کرو کہ یہ اور کتنا پانی کے اندر چلا جائیگا
فرض کرو کہ اسطوانہ کی تراش کا رقبہ ۱ ہے، تب

$$۶۲ \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times 6 \times 1 = 9 \times \frac{3}{4} \times 6 \times 1 = 50$$

$$\text{پس } 1 = \frac{12}{4} \text{ فٹ}$$

اگر لکڑی پر ۱۰ پونڈ کا وزن رکھا جائے تو فرض کرو کہ پانی کے اندر
اور ۱۲ فٹ غرق ہو جاتی ہے، اس سے معلوم ہوا کہ پانی کے
ایک ایسے اسطوانہ کا وزن جس کی تراش ۱ ہو اور جس کا
ارتفاع ۱۲ ہو ۱۰ پونڈ وزن کے مساوی ہے۔

$$\therefore ۶۲ \frac{1}{4} \times 12 \times \frac{1}{4} = 9 \times 12 \times 1 = 108$$

$$\therefore 12 = \frac{108}{9} \text{ فٹ}$$

مشق ۲۔ ایک شخص کا وزن ۱۶۰ پونڈ ہے اور اس کی
اضافی کثافت ۱۱ ہے، وہ ایک کاگ کے ٹکڑے کے ذریعہ

جو پورا پانی کے اندر ڈوبا ہوا ہے پانی میں اس طرح ساکن رہ سکتا ہے کہ اس کا سرعین پانی کے باہر ہوتا ہے، اگر اسکے سر کا حجم اس کے کل حجم کا $\frac{1}{4}$ ہو اور کاگ کی اضافی کثافت ۲۴ ہو تو کاگ کا حجم دریافت کرو۔

اگر پانی کے ایک مکعب فٹ کا وزن $\frac{1}{4} \times 62$ پونڈ ہو اور آدمی کا حجم ح ہو تو

$$160 = 7 \times \frac{11}{1} \times \frac{1}{4} \times 62$$

$$\text{یعنی ح} = \frac{128}{55} \text{ مکعب فٹ}$$

اب چونکہ آدمی اور کاگ کا وزن لازماً ہٹائے ہوئے مانع کے وزن کے مساوی ہے اسلئے اگر کاگ کا حجم ح مکعب فٹ ہو تو

$$160 + 7 \times 24 \times \frac{1}{4} \times 62 = \left(\frac{15}{14} \times \frac{1}{4} \times 62 \right) \times 62$$

$$\therefore \frac{15}{14} \times \frac{1}{4} \times 62 \times \frac{1}{4} \times 62 - 160 = 7 \times 24 \times \frac{1}{4} \times 62$$

$$= \frac{125}{2} \times \frac{128}{55} \times \frac{15}{14} - 160 =$$

$$\therefore \frac{260}{11} = \frac{1500}{11} - 160 = \frac{95}{2} \times \frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{104}{2.9} = \frac{260}{11} \times \frac{2}{95} = \text{ح} \text{ مکعب فٹ}$$

مشق ۳۔ لکڑی کے ایک ٹکڑے اور نیز ربڑ کے ایک ٹکڑے

کرہ کو جس کے اندر ہوا ہے مصنوعی طور پر الگ الگ وزنی بنا کر پانی کے اندر ڈالا گیا ہے اور یہ دونوں جسد اگانہ پانی کے اندر عین تیر سکتے ہیں اب اگر ان دونوں کو سمندر کے اندر ایک بڑی گہرائی پر لیجا کر چھوڑ دیا جائے تو معلوم کرو کہ ہر صورت میں کیا واقع ہو گا؟

ایک متجانس الاجزائے کا حاصل مجموعی دباؤ ایک جسم پر سمت راس میں ہمیشہ وہی رہتا ہے خواہ جسم کی گہرائی مانع کی سطح کے نیچے کچھ ہی ہو بشرطیکہ جسم کا حجم نہ بدلے۔

چونکہ دباؤ کے زیر عمل لکڑی دب نہیں سکتی اس لئے بڑی گہرائی پر بھی اس پر کا حاصل مجموعی دباؤ وہی ہو گا جو پانی کی سطح پر ہے اس لئے اس گہرائی پر بھی وہ عین تیر سکنے کے قابل ہوگی۔

چونکہ سمندر کے پانی کا دباؤ بڑی گہرائی پر سطح کی نسبت زیادہ ہے اس لئے لچکدار کرہ اس کے زیر عمل پچک یا سکڑ جائے گا اور چونکہ اس کا حجم کم ہو جائے گا اس لئے ہٹائے ہوئے پانی کی مقدار سطح کی نسبت کم ہوگی۔

پس حاصل انتصابی دباؤ اس طرح سے بہت کم ہو جائیگا اور کرہ جو سطح پر عین تیرنے کے قابل تھا اب نیچے ڈوبتا جائے گا۔

امثلہ نمبری ۱۰۔

۱۔ ایک شخص وزنی ۱۶۰ پونڈ پانی کے اندر اس حالت میں

رہ سکتا ہے کہ اس کے جسم کا ۴ مکعب انچ پانی کے پورے ہوتا ہے،
اُس کا حجم مکعب فٹوں میں دریافت کرو۔

۲۔ لوہے کی کثافت اضافی ۷ ہے اور کاگ کی $\frac{1}{10}$ ، ایک
پونڈ کاگ کے ساتھ لوہے کا کتنا وزن باندھا جائے کہ دونوں
مل کر پانی میں عین تیر سکیں۔

۳۔ ایک جسم پانی میں عین تیر سکتا ہے، جب اس کو گندھک
کے تیزاب میں ڈالا جاتا ہے جس کی کثافت اضافی ۱.۸۵ ہے
تو اس کو ڈوبنے کے لئے مزید ۴۲.۵ گرام وزن کی ضرورت
ہوتی ہے، اس جسم کا حجم دریافت کرو۔

۴۔ ایک غبارہ اس قدر پتلا ہے کہ اس کی موٹائی کو نظر انداز کیا
جا سکتا ہے، اس میں ۱.۵ مکعب فٹ کوئلہ کی گیس بھری ہوئی
ہے اور اُس کا کل وزن ۷۰ گارڈی و دیگر سازو سامان کے ایک
اونس ہے، یہ غبارہ ایک کمرہ کے اندر عین معلق رہ سکتا ہے
گیس کی کثافت اضافی (۱) لمحاظ ہوا کے اور (۲) لمحاظ پانی کے
معلوم کرو جبکہ ہوا کے ایک مکعب فٹ کا وزن ۱.۲ اونس ہو۔

۵۔ ہوا کے ایک لیٹر (یعنی ایک مکعب دسی میٹر) کی کمیت
۱.۲ گرام ہے اور ہائیڈروجن کے ایک لیٹر کی ۰.۸۹ گرام،
ایک خالی غبارہ کا وزن ۵۰ گرام ہے اور اس کو ہائیڈروجن سے
بھرا گیا ہے، معلوم کرو کہ غبارہ کا کیا حجم ہو کہ یہ ہوا میں عین
معلق رہ سکے۔

۶۔ لوہے کا ایک ٹکڑا جس کا وزن ۲۷۵ گرام ہے پارہ میں

تیر رہا ہے، اگر اس کے حجم کا $\frac{5}{9}$ حصہ پارہ کے اندر ڈوبا ہوا ہو اور پارہ کی کثافت ۱۵۰۵۹ ہو تو لوہے کی کثافت اضافی اور حجم معلوم کرو۔

۷۔ یخ کا ایک ٹودا مکعب شکل کا ہے اور پانی کے اندر اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کے اس حصہ کی اونچائی جو سطح آب سے باہر ہے ۳۰ فٹ ہے۔ اگر یخ کی کثافت کو پانی کی کثافت سے نسبت ۹۱۸ : ۵۰۲۵ ہو تو معلوم کرو کہ پانی کی سطح کے نیچے اس کی کیا گہرائی ہے۔

۸۔ ایک جہاز کی کمیت ۱۰۰۰ ٹن ہے، خط آب پر اس کی تراش کا رقبہ ۱۵۰۰ مربع فٹ ہے اور سطح آب سے اوپر اس کے پہلو انتصابی ہیں، اگر ٹنکین پانی کی کثافت اضافی ۱۵۰۲۶ ہو تو بتاؤ کہ جہاز تازہ پانی سے ٹنکین پانی میں جانے پر کتنا اوپر اٹھ آئیگا۔

۹۔ ایک جہاز جب سمندر سے دریا میں آتا ہے تو ۱ انچ اور ڈوب جاتا ہے۔ لیکن جب اس میں سے لا ٹن وزن کا اسباب اتار لیا جاتا ہے تو وہ ۱۵ انچ اوپر اٹھ آتا ہے، اگر سمندر کا پانی دریا کے پانی سے $\frac{1}{10}$ گنا زیادہ بھاری ہو تو ثابت کرو کہ جہاز کی کمیت ۴۱ ٹن ہے۔

۱۰۔ ٹکڑی کے ایک مکعب شکل کے ٹکڑے کا ہر ایک کنارہ ایک فٹ ہے اور یہ تانہ پانی کے دریا میں اس طرح بہتا ہوا سمندر کی طرف جا رہا ہے کہ اس کے دو رخ متوازی الاقاف ہیں، سمندر میں پہنچنے کے بعد وہ برف باری کی وجہ سے اتنا ہی پانی

کے اندر ڈوبا رہتا ہے جتنا کہ دریا میں تھا، لکڑی کی کثافت اضافی ۸ ہے اور سمندر کے پانی کی ۱۰۰۲۵، ثابت کرو کہ ٹکڑے پر جو برف پڑی ہے اس کا وزن ۲ اونس ہے۔

۱۱۔ اتار کے درخت کی لکڑی کا ایک ٹکڑا جس کی کثافت ۱۵۳۵ ہے ایک ہلکی قسم کی لکڑی کے ٹکڑے سے باندھا گیا ہے، مؤخر الذکر لکڑی کی کثافت ۶۵ ہے، اگر دونوں ٹکڑے پانی میں تیر سکنے کے عین قابل ہوں تو ثابت کرو کہ دونوں ٹکڑوں کے حجم مساوی ہیں۔
۱۲۔ کاگ کے ایک ٹکڑے کا وزن ۱۹ اونس ہے، اس کو چاندی کی ایک سِلخ کے ساتھ جس کا وزن ۶۳ اونس ہے باندھ دیا گیا ہے اور دونوں ٹکڑے پانی میں تیرنے کے عین قابل ہیں، اگر چاندی کی کثافت اضافی ۱۰۵۵ ہو تو کاگ کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۱۳۔ ایک یکساں تراش کی سِلخ کا کچھ حصہ پلائی نم کا بنا ہوا ہے اور کچھ حصہ لوہے کا، پلائی نم کی کثافت اضافی ۲۱ ہے اور لوہے کی ۵۵، اگر پلائی نم کا حصہ ۲ انچ لمبا ہو اور سِلخ پارہ (کثافت اضافی ۱۳۵) میں اس طرح تیر سکے کہ ایک انچ پارہ کی سطح سے باہر رہے تو لوہے کے حصہ کا طول دریافت کرو۔

۱۴۔ سونے کے ایک ٹکڑے کی کثافت اضافی ۱۹۶۲۵ ہے اور اس کا وزن ۹۶۵۲۵ گرام ہے، اگر اس ٹکڑے کو پانی میں ڈالا جائے تو ہٹانے ہوئے پانی کا وزن ۶ گرام ہوتا ہے، معلوم کرو کہ ٹکڑا اندر سے کھوکھلا ہے یا نہیں، اگر ہے تو اس کے اندر کس قدر خلا ہے۔
۱۵۔ ایک آدمی کی کثافت اضافی ۱۰۱ ہے اور اس کا وزن ۱۰۰ اسٹون

ہے، وہ کاگ کے ایک ٹکڑے کو پانی کے اندر تھام رکھنے سے عین تیر سکتا ہے، اگر کاگ کی کثافت اضافی ۲۴ ہو تو کاگ کا حجم دریافت کرو۔

۱۶۔ اسطوانہ کی شکل کی ایک پنسل پانی میں اس طرح تیر سکتی ہے کہ اس کے حجم کا $\frac{1}{2}$ حصہ پانی کے اندر ڈوبا رہتا ہے، اگر پنسل کا سرمہ اسطوانہ کی شکل کا ہو اور اس کا نصف قطر پنسل کے نصف قطر کا ایک چوتھائی ہو تو سرمہ کی کثافت اضافی دریافت کرو جبکہ لکڑی کی کثافت اضافی ۷۸ ہے۔

۱۷۔ لکڑی کا ایک ٹکڑا ایک سیال میں اس طرح تیر سکتا ہے کہ اس کے حجم کا $\frac{3}{5}$ ڈوبا رہتا ہے، دوسرے سیال میں اس کے حجم کا $\frac{1}{5}$ ڈوبا رہتا ہے، اگر دونو سیالوں کے مساوی وزنوں کو ملایا جائے تو دریافت کرو کہ آمیزہ میں لکڑی کے حجم کی کونسی کسر ڈوب جائے گی۔

۱۸۔ ایک سیال میں ایک مجسم کے حجم کا $\frac{1}{3}$ ڈوب سکتا ہے، دوسرے میں اس کے حجم کا $\frac{1}{6}$ اور تیسرے میں $\frac{1}{3}$ ، اگر تینوں سیالوں کے مساوی (۱)، جموں (۲) وزنوں سے آمیزہ تیار کئے جائیں تو معلوم کرو کہ ان میں مجسم مذکور کے حجم کی کونسی کسرین ڈوب جائیگی۔

۱۹۔ لکڑی کا ایک مکعب پانی میں تیر رہا ہے، اس کے اوپر کے رخ پر لوہے کا ایک ٹکڑا رکھا گیا ہے جسکی کمیت ۲۶ پونڈ ہے، اس کی وجہ سے مکعب مذکور پانی میں اتنا اور ڈوب جاتا ہے کہ اس کے اوپر کے رخ کی سطح پانی کی سطح میں آجاتی ہے، پھر

اس لوہے کے ٹکڑے کو ہٹا کر کعب کی نچلی سطح کے ساتھ ایک اور لوہے کا ٹکڑا باندھا جاتا ہے جس کی وجہ سے کعب کی چوٹی پہلے کی طرح پانی کی سطح میں آجاتی ہے، دوسرے ٹکڑے کی کمیت دریافت کر، لوہے کی کثافت اضافی ۷.۵ ہے۔

۲۰۔ ایک مجون کعب صندوق لکڑی کے ایک انچ موٹے تختے سے بنایا گیا ہے، باہر سے اس کے ہر ایک کنارے کا طول ایک فٹ ہے، کعب پانی میں اس طرح تیرتا ہے کہ $\frac{3}{4}$ انچ کی گہرائی تک پانی میں ڈوبا رہتا ہے، معلوم کرو کہ کعب کے اندر کتنے کعب انچ پانی ڈالا جائے کہ اندر کے پانی کی ہمواری وہی ہو جائے جو باہر کے پانی کی ہے، اس صورت میں صندوق پانی کے اندر کتنا ڈوبا ہوگا۔

۲۱۔ ایک پتلی یکساں صلاح کا وزن ۷ ہے، اس کے ایک سرے پر ایک وزن ۷ باندھا گیا ہے جس کے حجم کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے، صلاح پانی کے اندر تنہی حالت میں تیر رہی ہے اور اس کی لمبائی کا $\frac{1}{2}$ حصہ پانی کے باہر ہے، ثابت کرو کہ

(۱-۲) $7 = 7$

۲۲۔ ایک پتلی اسطوانہ کی شکل کی صلاح کے ایک سرے پر وزن باندھا گیا ہے، یہ صلاح پانی میں اس طرح تیرتی ہے کہ اس کے طول کا نصف پانی میں ڈوبا رہتا ہے اور اس کی سمت افق کے ساتھ کوئی زاویہ بناتی ہے، ثابت کرو کہ بندھا ہوا وزن صلاح کے وزن کے برابر ہے۔

۲۳- ایک پتلی یکسان سلخ کے ایک سرے پر بھاری دھات کا ایک ٹکڑا باندھا گیا ہے جس کا حجم نظر انداز ہو سکتا ہے، سلخ پانی میں اس طرح تیر رہی ہے کہ اس کے طول کا نصف پانی کے اندر ڈوبا رہتا ہے اور اس کی سمت افق کے ساتھ کوئی زاویہ بناتی ہے، ثابت کرو کہ سلخ کی کثافت اضافی $\frac{1}{2}$ ہے۔

۲۴- ایک سلخ کی کثافت k ہے اور اس کی عمودی تراش بہت چھوٹی ہے، اس کے ایک سرے پر ایک بھاری دھات کا بہت چھوٹا ٹکڑا باندھا گیا ہے جس کا وزن سلخ کے وزن کا $\frac{1}{2}$ ہے، ثابت کرو کہ سلخ ایک ایسے سیال کے اندر جس کی کثافت k ہے کہ کسی ترجیحی حالت میں تیر سکے گی اگر

$$(n + 1)k = n^2 k$$

۲۵- ایک بوتل جس کے اندر کچھ پانی ہے اور کچھ ہوا پانی میں اس طرح تیر رہی ہے کہ اس کی گردن نیچے کی طرف ہے، ثابت کرو کہ اگر بوتل کو پانی کے اندر کسی خاص گہرائی تک ڈبوایا جائے تو چھوڑنے پر یہ ڈوب کرتے سے جا لگے لگی۔ کس شرط کے ماتحت وہ نقطہ معلوم ہوگا کہ اگر بوتل کو اس پر چھوڑ دیا جائے تو بوتل نہ اوپر آئے اور نہ ڈوبے۔

۲۶- تازہ پانی کے اندر ایک دُفانی جہاز اور اُس کے کل مال و اسباب کا مجموعی وزن خطِ آب پر فی انچ ۱۲ ٹن کے مساوی ہوتا ہے، جہاز میں روزانہ ۶۰ ٹن کوئلہ صرف ہوتا ہے، ۱۰ دن کے بعد سمندر کے پانی میں جہاز ۲ فٹ اوپر اٹھ آتا ہے اگر ایک مکعب

فٹ سمندر کے پانی کا وزن ۶۴ پونڈ ہو اور تازہ پانی کے ایک مکعب فٹ کا وزن ۶۲.۵ پونڈ ہو تو ثابت کرو کہ تازہ پانی میں جہاز کا آبی ہٹاؤ (یعنی ہٹائے ہوئے پانی کا وزن) ۵.۴ ٹن ہے۔

۲۷۔ ایک ٹھوس مخروط کی کثافت کب ہے اور اس کے محور کا ارتفاع ف ہے، یہ ایک سیال میں اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا رأس اوپر کی طرف ہے اگر سیال کی کثافت اضافی ک (ک) ہو تو معلوم کرو کہ مخروط کا محور کتنا سیال کے باہر رہے گا۔

۲۸۔ ایک مخروط کی اونچائی ۷ انچ ہے اور اس کے قاعدہ کا قطر ۲ انچ ہے، اس کے قاعدہ کے ساتھ ایک نصف کرہ جس کا قطر بھی ۲ انچ ہے چسپان کر دیا گیا ہے، مخروط کی کثافت اضافی $\frac{1}{4}$ ہے اور نصف کرہ کی $\frac{1}{2}$ ہے، یہ دونوں ایک سیال کے

اندر اس طرح تیر رہے ہیں کہ مخروط کے محور کا صرف ۳ انچ طول سیال کے باہر رہتا ہے، سیال کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۲۹۔ ایک متجانس الاجزا جسم قائم مستدیر، مخروط کی شکل کا ہے، ثابت کرو کہ یہ ایک ایسے سیال کے اندر جس کی کثافت اضافی جسم کی کثافت اضافی کا دو چندان ہو اس طرح تیر سکتا ہے کہ اس کا محور افق کے متوازی رہے۔

۳۰۔ ایک مجوف مخروطی برتن پانی میں اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا رأس نیچے کی طرف ہے اور اس کا محور ایک خاص ارتفاع تک پانی میں ڈوبا ہوا ہے، اگر اس ارتفاع تک مخروط کے ڈوبے ہوئے حصہ میں پانی بھر دیا جائے تو مخروط اتنا اور ڈوب جائے گا

کہ اس کا قاعدہ باہر کے پانی کی سطح میں آجاتا ہے، معلوم کرو کہ محور پہلے کس ارتفاع تک ڈوبا ہوا تھا۔

۵۹۔ ایک جسم اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کے حجم کا کچھ حصہ ایک سیال میں ڈوبا ہوا ہے اور باقی حصہ دوسرے سیال میں، توازن کی شرائط معلوم کرو۔

ظاہر ہے کہ جسم کا وزن دو سیالوں کے حاصل انتصابی دباؤ کے مساوی ہوگا یعنی دو سیالوں کے جو ہٹائے ہوئے حصے ہیں ان کے وزنوں کے مجموعہ کے مساوی ہوگا اور ان حصوں کے مرکروں کو جو خط ملاتا ہے اس پر کے ایک ایسے نقطہ میں سے گزریگا جس میں سے ان حصوں کے اوزان کا حاصل گزرتا ہے۔ [بموجب علم سکون دفعہ ۵۳] اس صورت میں وہ جسم بھی شامل ہے جس کا کچھ حصہ ہوا میں ہو اور کچھ حصہ سیال میں۔

۶۰۔ مشق ۱۔ ایک برتن میں کچھ پارہ ہے اور کچھ پانی، لوہے کا ایک مکعب جس کا ہر ایک کنارہ ۵ سنتی میٹر ہے ان دو سیالوں میں اس طرح ستوازن ہے کہ اس کے چار رخ انتصابی ہیں اور دو افقی، اگر لوہے اور پارے کی اضافی کثافتیں بالترتیب ۷، ۱۳ اور ۶ ہوں تو بتاؤ کہ مکعب کتنا ایک سیال میں ہوگا اور کتنا دوسرے میں۔

فرض کرو کہ مکعب کا جو حصہ پارہ میں ہے اس کی اونچائی لا سنتی میٹر ہے، تب اس حصہ کی اونچائی جو پانی میں ہے

(۵- لا) ستنی میٹر ہوگی۔

چونکہ مکعب کا وزن ہٹائے ہوئے پارہ اور پانی کے وزنوں کے محل جمع کے برابر ہے

$$اس لئے ۵ \times ۷۷ = لا \times ۶ + ۱۳ (۵ - لا) \times ۱$$

$$\therefore لا = \frac{۲۳}{۱۲۶} \times ۲ \text{ ستنی میٹر}$$

مشق ۲- لکڑی کا ایک ٹکڑا پانی کے ایک پیالہ میں اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کے حجم کا $\frac{۹}{۱۰}$ ڈوبا ہوا ہے، اگر پیالہ کو ہوا پمپ کے قابلہ میں رکھ کر اس کی ہوا خارج کی جائے اور ہوا کی کثافت ۱۳۰۰۰ ہو تو بتاؤ کہ ہوا خارج کرنے سے لکڑی کے ڈوبنے پر کیا اثر پڑے گا۔ فرض کرو کہ لکڑی کے ٹکڑے کا حجم ح ہے اور ہوا نکلنے کے بعد اس کا لاج حجم پانی میں ڈوبا ہوا ہے۔

پانی کے حجم $\frac{۹}{۱۰} ح$ کا وزن اور ہوا کے حجم $\frac{۱}{۱۰} ح$ کا وزن دونوں لکڑی پانی کے لاج کے وزن کے برابر ہوتے ہیں کیونکہ ان میں سے ہر ایک لکڑی کے وزن کے برابر ہے۔

$$\therefore ۱ \times \frac{۹}{۱۰} ح + ۱۳ \times \frac{۱}{۱۰} ح = لا \times ح$$

$$\therefore لا = ۱۳۰۰۰۹$$

پس ثابت ہوا کہ غرق شدہ حجم بڑھ جاتا ہے اور $۹ \times ح$ کی بجائے $۱۳۰۰۰۹ \times ح$ ہو جاتا ہے۔

امثلہ نمبری ۱۱

۱- ایک مستطیلہ اسطوانہ پانی میں اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا محور

انتصابی ہے اور آدھا پانی میں ڈوبا ہوا ہے، اگر ہوا کی کثافت اضافی ۱۳۔۰ ہو تو اسطوانہ کی کثافت اضافی دریافت کرد۔

۲۔ ایک مکعب کا کنارہ ایک انچ ہے اور اس کی کثافت اضافی

۱۵۲ ہے، مکعب کو ایک ایسے برتن میں ڈالا گیا ہے، جس میں دو

سیال ہیں جو آپس میں نہیں ملتے۔ ان دو سیالوں کی اضافی کثافتیں ۱۵ اور ۱۵

ہیں، معلوم کرو کہ مکعب کا کتنا حصہ نیچے کے سیال میں ڈوبا رہیگا۔

۳۔ ایک یکساں اسطوانہ پارہ میں اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا محور

پارہ میں ۱۴۳۲ ۵ انچ ڈوبا ہوا ہے، جب پارہ کے اوپر ایک

انچ کی گہرائی تک پانی ڈال دیا جاتا ہے تو محور پارہ کی سطح کے نیچے

۵۵۰۶۹۷ انچ غرق رہتا ہے، پارہ کی کثافت اضافی معلوم کرد۔

۴۔ ایک جسم سونے اور چاندی کو ملا کر بنایا گیا ہے، سونے کی

کثافت اضافی ۱۹۵۲۵ ہے اور چاندی کی ۱۰۰۵ ہے، جسم مذکور اس

طرح تیر رہا ہے کہ اس کے حجم کا $\frac{۱۵}{۱۶}$ پارہ میں ڈوبا ہوا ہے اور

باقی پانی میں، اگر پارہ کی کثافت اضافی ۱۳۵۶ ہو تو اس جسم میں

سونے اور چاندی کے وزنوں کی نسبت معلوم کرد۔

۵۔ لکڑی کا ایک مستطیلی مجسم جس کی اونچائی ۴ سنتی میٹر ہے

پانی میں اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کے اوپر کا رخ متوازی الافق

ہے، لکڑی کی کثافت اضافی ۹۷ ہے، پانی کے اوپر اتنا تیل ڈالا گیا ہے

کہ لکڑی کا ٹکڑا تیل میں عین ڈوب جاتا ہے، ثابت کرو کہ لکڑی پہلے

کی نسبت ۶ سنتی میٹر اوپر اٹھ آئے گی تیل کی کثافت اضافی ۶۷ ہے

۶۔ ایک جسم کا کچھ حصہ ایک سیال میں ڈوبا ہوا ہے، اگر وہ ہوا

جو جسم کو مس کرتی ہے کسی طرح ہٹائی جائے تو بتاؤ کہ جسم اوپر اٹھیکا یا اور نیچے ڈوب جائیگا۔

۷۔ ایک برتن میں دو ایسے سیال ڈالے گئے ہیں جو آپس میں نہیں ملتے، نچلے سیال کی کثافت کم ہے اور اوپر کے سیال کی کم ہے، ایک اسطوانہ ان دونوں سیالوں میں ڈوبا ہوا ہے اور اس کا محور انتصابی ہے، اگر اسطوانہ کی کثافت کم ہو تو کیا شرط پوری ہونی چاہئے کہ آدھا اسطوانہ ایک سیال میں رہے اور آدھا دوسرے میں۔

۸۔ ایک قالبہ کے اندر جس کی ہوا خارج کر دی گئی ہے ایک پانی کا برتن ہے جس میں ایک جسم اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا آدھا حجم پانی کے اندر غرق ہے، تب قالبہ کے اندر اتنی ہوا بھر دی جاتی ہے کہ اندر کی ہوا کی کثافت باہر کی ہوا کی کثافت کی ۸۰ گنی ہو جاتی ہے، ثابت کرو کہ اگر کرہ ہوائی کے دباؤ پر ہوا کی کثافت ۱۰۱۲۵ ہو تو مؤخر الذکر صورت میں غرق شدہ حجم کل حجم کا ۴/۵ ہو گا۔

۹۔ کشید کئے ہوئے پانی کے ایک برتن کے اندر ایک مکعب اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کے حجم کا ۳/۴ پانی میں ڈوبا ہوا ہے، پھر برتن کو ایک کشف کے اندر رکھ دیا ہے جس میں دباؤ ۱۰ ہوائی کروں کے دباؤ کے برابر ہے، اگر کرہ ہوائی کے دباؤ پر ہوا کی کثافت اضافی ۱۰۱۳ ہو تو معلوم کرو کہ غرق شدہ گہرائی میں کیا تبدیلی واقع ہو گی۔

۱۰۔ ایک اسطوانہ کی کثافت کم ہے اور وہ دو سیالوں میں اس طرح

تیر رہا ہے کہ اس کا محور انتصابی ہے ، اوپر کے سیال کی کثافت k ہے اور نیچے کے سیال کی k' ، اگر اسطوانہ کا ارتفاع F اوپر کے سیال کی گہرائی کا N گنا ہو اور $k > k'$ اور $k < k'$ کی صورت میں تو ثابت کرو کہ اسطوانہ کے اوپر کا رخ بالاترین سطح سے $\frac{F}{N}$ - F کی k - k' گہرائی پر ہو گا۔

۱۱۔ ایک قائم ، مستدیر ، مخروط کی کثافت k ہے ، مخروط ایک برتن کے اندر جس میں دو سیال ہیں اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا راس نیچے کی طرف ہے اور قاعدہ بالاترین سیال کی سطح میں ہے ، اگر سیالوں کی کثافتیں k ، k' ہوں ، تو ثابت کرو کہ سیالوں کی سطح مشترک مخروط کے محور سے اس کی لمبائی کا $\sqrt{\frac{k - k'}{k}}$ حصہ قطع کرتی ہے ۔

۶۱۔ ایک جسم ایک سیال میں پورا ڈوبا ہوا ہے اور ایک رسی اسے سہارے ہوئے ہے ، رسی کا تناؤ معلوم کرو ۔
جسم پر سمت راس میں عمل کرنے والی قوتیں صرف دو ہیں ، ایک رسی کا تناؤ ، دوسرے سیال کا حاصل انتصابی دباؤ ، اور آخر الذکر دفعہ ۴۹ کی رو سے ہٹائے ہوئے مانع کے وزن کے برابر ہے ، سمت شاقولی میں صرف ایک قوت عمل کرتی ہے اور وہ جسم کا وزن ہے ۔
اس لئے توازن کے لئے ضروری ہے کہ

رسی کا تناؤ + ہٹائے ہوئے مائع کا وزن = جسم کا وزن
 پس رسی کا تناؤ = جسم کا وزن - ہٹائے ہوئے مائع کا وزن
 ۶۲- دفعہ گذشتہ میں رسی کا تناؤ مائع مفروض کے اندر
 جسم کے ظاہری وزن کے مساوی ہے۔ پس ثابت ہوا کہ
 کسی مائع میں ایک جسم کا ظاہری وزن اس کے اصلی وزن
 سے بقدر اس مائع کے وزن کے کم ہوتا ہے جس کو جسم
 مذکور اپنی جگہ سے ہٹا دیتا ہے۔

ایک جسم کا وزن W ہے اور اس کی کثافت اضافی ض ہے،
 اگر اس جسم کو پانی کے اندر غرق کیا جائے تو ہٹائے ہوئے پانی
 کا وزن $W_{\text{ف}}$ ہوگا، پس وزن میں جو ظاہری کمی واقع ہوئی ہے
 وہ $W_{\text{ف}}$ کے مساوی ہے۔ اگر جسم کو ایک ایسے سیال کے اندر
 غرق کیا جائے جس کی کثافت اضافی ض ہو تو وزن میں جو ظاہری
 کمی واقع ہوگی وہ $W \times \frac{\text{ض}}{\text{ض}}$ کے مساوی ہوگی۔

یہ امر بالخصوص اُس وقت قابل غور ہوتا ہے جب ہم کسی
 جسم کو ترازو سے یا کسی اور طرح سے تولتے ہیں۔ اگر ہم
 یہ چاہیں کہ تولنے کے عمل سے کسی جسم کا وزن بالکل صحیح
 طور پر معلوم ہو سکے تو ہمیں اس جسم کو خلا کے اندر تولنا
 چاہیئے۔ اگر ہم ایسا نہ کریں گے تو جواب میں خفیف سی غلطی واقع
 ہوگی کیونکہ بالعموم جسم کی ہٹائی ہوئی ہوا اور باٹوں کی ہٹائی
 ہوئی ہوا کے اوزان میں اختلاف ہوتا ہے، لیکن چونکہ جسم
 کے وزن کے مقابل میں ہٹائی ہوئی ہوا کا وزن نہایت ہی

قلیل ہوتا ہے اس لئے غلطی فی الحقیقت نہایت ہی خفیف ہوگی۔
 اگر زیادہ صحت کی ضرورت ہو تو پہلے جسم کی اور باٹوں کی
 کثافتیں معلوم کر لینی چاہئیں اور پھر ظاہری وزن سے اصلی
 وزن معلوم کرنا چاہئے جیسا کہ ذیل کی دفعہ میں کیا گیا ہے۔
 ۶۳۔ ایک شے کی کثافت ک ہے، اس کو ایسے باٹوں سے
 تولا گیا ہے جن کی کثافت ک ہے، اگر ہوا کی کثافت ک
 ہو تو جسم کے کسی ظاہری وزن کے جواب میں اس کا اصلی وزن
 دریافت کرو۔

فرض کرو کہ جسم کا اصلی وزن و ہے اور اس کا ظاہری وزن
 جو ترازو سے معلوم ہوتا ہے و ہے یعنی و باٹوں کے
 مجموعہ اوزان کے مساوی ہے، اگر فرض کیا جائے کہ ترازو
 صحیح ہے تو دونوں پلڑوں کی رسیوں کے تناؤ برابر ہونگے

یعنی

شے مذکور کا وزن۔ اس کی ہٹائی ہوئی ہوا کا وزن
 = باٹوں کا وزن۔ ان کی ہٹائی ہوئی ہوا کا وزن

یعنی و۔ $\frac{W}{K} \times K = W - \frac{W}{K} \times K$ (۱)
 [کیونکہ دفعہ ۱۸ کی رو سے شے کا حجم = $\frac{W}{K}$ اور اس لئے
 اس کی ہٹائی ہوئی ہوا کا وزن = $\frac{W}{K} \times K$
 اس لئے باٹوں کا حجم = $\frac{W}{K}$ اور ان کی ہٹائی ہوئی ہوا
 کا وزن = $\frac{W}{K} \times K$]

$$\therefore W = \frac{1 - \frac{\rho}{\rho_0}}{\frac{\rho}{\rho_0} - 1} \dots (2)$$

پس ثابت ہوا کہ کسی جسم کا اصلی وزن معلوم کرنے کے لئے اس کے ظاہری وزن کو کسر $\frac{1 - \frac{\rho}{\rho_0}}{\frac{\rho}{\rho_0} - 1}$ سے ضرب دینا چاہیئے۔

اب بالعموم ہوا کی کثافت ρ شے اور باٹوں کی کثافتوں کے مقابلہ میں بہت کم ہوتی ہے یعنی کم بمقابلہ کم اور کثافت ہی کم ہے۔

$$\text{اس لئے کسر} = \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right) \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right)^{-1}$$

$$= \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right) \left(1 + \frac{\rho}{\rho_0} + \frac{\rho^2}{\rho_0^2} + \dots\right)$$

بذریعہ مسئلہ ثنائی

$$= 1 - \frac{\rho}{\rho_0} + \frac{\rho^2}{\rho_0^2} - \frac{\rho^3}{\rho_0^3} + \dots$$

نظر انداز کی جائیں۔

پس کافی حد تک تقریبی قیمت حسب ذیل ہے

$$W = \left[1 - \frac{\rho}{\rho_0} + \frac{\rho^2}{\rho_0^2}\right]$$

۶۴۔ مشق۔ ایک صحیح ترازو پانی کے اندر پوری غرق ہے، اس ترازو کے ایک پلٹے میں کچھ شیشہ ہے جس کی کثافت ρ صاف ہے ۲۵ ہے اور دوسرے پلٹے میں ایک پونڈ وزن کا باٹ ہے

اور یہ دونوں متوازن ہیں، اگر باٹ کی کثافت اضافی ۸ ہو تو شیشے کا اصلی وزن دریافت کرو۔

فرض کرو کہ شیشے کا اصلی وزن و پونڈ ہے، اسلئے شیشے کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن $\frac{1}{8}$ و $\frac{1}{8}$ و ہے۔

پس اُس پڑے کی رستی کا تناؤ جس میں شیشہ ہے
 $= د - \frac{1}{8} و = \frac{3}{8} و$ اسی طرح سے ایک پونڈ باٹ کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن $= \frac{1}{8}$ پونڈ وزن

پس اُس پڑے کی رستی کا تناؤ جس میں باٹ ہے

$= ۱ پونڈ - \frac{1}{8} پونڈ = \frac{7}{8} پونڈ$ وزن

چونکہ ترازو کی ڈنڈی متوازی الافقی ہے اس لئے ان رسیوں کے یہ تناؤ باہم مساوی ہیں، یعنی $\frac{3}{8} و = \frac{7}{8} و$

اس لئے $و = \frac{3}{7}$ پونڈ وزن جو شیشے کا اصلی وزن ہے

۱۲ مثلاً نمبری

۱۔ ایک جسم کا وزن ۱۸ پونڈ ہے اور اس کی کثافت اضافی ۳ ہے جسم کو ایک رستی کے ذریعہ لٹکایا گیا ہے، اگر جسم کو (۱) پانی میں (۲) ایسے سیال میں جسکی کثافت اضافی ۲ ہے لٹکایا جائے تو ہر صورت میں رستی کا تناؤ دریافت کرو۔

۲۔ ایک برتن میں پارہ کے اوپر کچھ پانی پڑا ہے، پارہ کی کثافت اضافی ۱۳ ہے، پلاٹنم کا ایک ٹکڑا جس کی کثافت اضافی ۲۱ ہے ایک رستی کے ذریعہ اس طرح لٹکایا گیا ہے کہ اس کے

حجم کا $\frac{19}{24}$ پارہ کے اندر ہے اور باقی پانی کے اندر، ثابت کرو کہ رستی کا تناؤ بلائی غم کے ٹکڑے کے نصف وزن کے برابر ہے۔

۳۔ ترازو کی ڈنڈی کے ایک سرے سے سونے کا ایک ٹکڑا لٹکایا گیا ہے اور دوسرے سرے سے چاندی کا ایک ٹکڑا، سونے اور چاندی کی اضافی کثافتیں بالترتیب ۱۹.۳ اور ۱۰.۵ ہیں، اگر سونے کو شورے کے تیزاب (کثافت اضافی ۱۵) اور چاندی کو انکھمل (کثافت اضافی ۸.۵) میں ڈبوایا جائے تو ترازو کی ڈنڈی متوازی الافقی ہوتی ہے، بتاؤ کہ دونوں ٹکڑوں کی کمیتوں کو آپس میں کیا نسبت ہے۔

۴۔ سوے کی کثافت اضافی ۱۷ ہے، معلوم کرو کہ اگر سوے کے ایک ہنڈر دیٹ کو پانی میں تو لاجائے تو اس کا ظاہری وزن کیا ہوگا، نیز دریافت کرو کہ کتنے پونڈ لکڑی (کثافت اضافی ۲.۵) اس سوے کے ساتھ باندھی جائے کہ دونوں ملکر پانی میں تیرنے کے عین قابل ہوں۔

۵۔ ایک ٹھوس جسم جس کا وزن ایک اونس ہے پانی کے ایک برتن کی تہ میں پڑا ہے، اگر برتن کی تہ پر جسم مذکور کا مجموعی دباؤ $\frac{35}{8}$ اونس ہو تو جسم کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۶۔ ایک جسم کا حجم ۳ مکعب سنتی میٹر ہے اور کثافت اضافی ۱۵.۱ ہے، جسم مذکور کو ایک برتن میں رکھا گیا ہے اور برتن میں اتنا پانی ڈالا گیا ہے جو جسم کو ڈبو دینے کے لئے عین کافی ہے، برتن کی تہ پر جسم کا مجموعی دباؤ معلوم کرو۔

۷۔ سونے چاندی کے ایک بھرت کو پانی کے اندر تو لےنے سے

اس کے وزن کا $\frac{1}{10}$ کم ہو جاتا ہے ، سونے کی کثافت اضافی ۱۹.۲۵ ہے اور چاندی کی ۱۰.۵ بھرت میں دونوں دھاتوں کے جموں کی باہمی نسبت دریافت کرو۔

۸۔ سیسے کا ایک ٹکڑا اور لکڑی کا ایک ٹکڑا ہوا میں تولنے سے باہم متوازن ہوتے ہیں معلوم کرو کہ ان میں سے کونسا دراصل زیادہ بھاری ہے اور کیوں۔

۹۔ ایک جسم A کی کمیت ایک دوسرے جسم B کی کمیت سے دوگنی ہے ، لیکن پانی میں تولنے سے ان کے ظاہری وزن باہم برابر ہیں ، اگر A کی کثافت اضافی $\frac{5}{9}$ ہو تو B کی کثافت اضافی معلوم کرو۔
۱۰۔ پانی کا ایک برتن ایک کمانیدار ترازو کے سرے سے انتصابی حالت میں شک رہا ہے ، اگر ایک اور ترازو کے سرے سے کسی جسم کو لٹکا کر برتن کے اندر پانی میں ڈبویا جائے تو بتاؤ کہ ترازو کی سوئیاں اوپر جائیگی یا نیچے۔

۱۱۔ اسطوانہ کی شکل کا ایک برتن جس کے اندر پانی ہے ایک میز پر پڑا ہے ، دھات کا ایک ٹکڑا جس کا حجم معلوم ہے ایک رسی کے ذریعہ پانی کے اندر ڈبویا گیا ہے ، بتاؤ کہ پیندے پر کے دباؤ پر کیا اثر پڑیگا اگر (۱) برتن پانی سے بھرا ہوا ہو (۲) اگر پانی سے بھرا ہوا نہ ہو۔ دوسری صورت میں کتنی تبدیلی واقع ہوگی؟

۱۲۔ لکڑی کا ایک ٹکڑا جسکا حجم ۲۶ مکعب اینچ ہے پانی کے اندر اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کے حجم کا $\frac{3}{4}$ پانی کے اندر غرق ہے ، اگر ایک دھات کی کثافت اضافی لکڑی کی کثافت اضافی کی

۸ گنی ہو تو بتاؤ کہ وہات کا کتنا حجم لکڑی کے نچلے حصہ سے بانڈھا جائے کہ لکڑی پانی کے اندر عین غرق ہو جائے، جب یہ حالت ہو تو معلوم کرو کہ رأسی سمت میں کس قدر قوت لگائی جائے کہ یہ لکڑی اور وہات سے بنا ہوا جسم پانی کے اندر آدھا غرق رہے۔
 ۱۳۔ اسطوانہ کی شکل کے ایک ڈول کو جس کا ارتفاع ایک فٹ ہے اور قطر ۱۰ انچ، پانی سے آدھا بھرا گیا ہے، نوہے کے ایک ٹکڑے کو جس کا وزن ایک ہنڈرویت ہے ایک پتلے تار سے بانڈھ کر پانی کے اندر اس طرح لٹکایا گیا ہے کہ وہ پورا پانی کے اندر ڈوبا ہوا ہے لیکن تہ سے نہیں چھوتا، بعد ازاں تار کو نکال دیا گیا ہے اور نوہاتہ سے جا لگتا ہے۔ ہر دو حالتوں میں نوہے کی موجودگی سے تہ پر کے دباؤ میں جو اضافہ ہوتا ہے اس کو معلوم کرو۔ [نوہے کے ایک مکعب فٹ کا وزن ۴۴۰ پونڈ ہے]

۱۴۔ اگر خلا اور پانی میں ایک جسم کے وزن بالترتیب و اور و ہوں تو ثابت کرو کہ اس کا وزن ہوا میں و۔ ض (و۔ و) ہو گا جہاں ض ہوا کی کثافت اضافی ہے۔

۱۵۔ ہوا کی کثافت اضافی ض ہے، ہوا اور پانی کے اندر ایک جسم کے وزن بالترتیب و اور و ہیں، ثابت کرو کہ خلا میں اس کا وزن

$$و + \frac{ض}{و - و} \text{ ہو گا۔}$$

۱۶۔ تین سیالوں کی اضافی کثافتیں ض، ض، ض ہیں اور ان کے اندر ایک جسم کے ظاہری وزن بالترتیب و، و، و ہیں، ثابت کرو کہ

و (ض-ض) x و (ض-ض) + و (ض-ض) = -

۱۴۔ ایک جسم تین متجانس الاجزا سیالوں کے اندر تولا گیا ہے اور ان سیالوں میں اس کے وزن بالترتیب د، د، و ہوتے ہیں، ایک دوسرے جسم کو انہی تین سیالوں میں تولا گیا ہے اور اس کے وزن بالترتیب د، د، و ہوتے ہیں، ثابت کرو کہ

و (د-د) + و (د-د) + و (د-د) = ۰

۶۵۔ اگر ایک جسم کو ایک ایسے سیال کے اندر ڈبویا جائے جس کی کثافت اضافی جسم مذکور کی کثافت اضافی سے زیادہ ہو تو جسم پر کا حاصل اتنصابی دباؤ جسم کے وزن سے زیادہ ہوگا اور جسم اوپر کو اٹھیکا بشرطیکہ کوئی بیرونی قوت اس کو اوپر آنے سے نہ روکے۔

مشق ۱۔ لکڑی کے ایک ٹکڑے کا وزن ۱۲ پونڈ ہے اور اس کی کثافت اضافی ۳ ہے، اس کو ایک رستی کے ذریعہ پانی کے ایک برتن کی تہ کے ساتھ اس طرح باندھا گیا ہے کہ یہ پورا ڈوبا رہتا ہے رستی کا تناؤ معلوم کرو۔

چونکہ $\frac{\text{لکڑی کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن}}{\text{لکڑی کا وزن}} = \frac{\text{پانی کی کثافت اضافی}}{\text{لکڑی کی کثافت اضافی}}$

$$\frac{۴}{۳} = \frac{۱}{۳} =$$

∴ ہٹائے ہوئے پانی کا وزن = $\frac{۴}{۳} \times ۱۲$ پونڈ وزن = ۱۶ پونڈ وزن
توازن کے لئے ضروری ہے کہ

رستی کا تناؤ + لکڑی کا وزن = ہٹائے ہوئے پانی کا وزن

∴ اسی کا تناؤ = ۱۶ - ۱۲ = ۴ پونڈ وزن

مشق ۲ - ایک غبارہ کی کمیت مع اس کی گیس کے ۳۵۰۰ پونڈ ہے اور غبارہ ۸۰۰۰ مکعب فٹ ہے، اگر ہوا کی کمیت ۱۵۲۵ اولس فی مکعب فٹ ہو تو بتاؤ کہ غبارہ کس اسراع سے اوپر چڑھنا شروع کریگا۔

اُس ہوا کا وزن جسکو غبارہ ہٹاتا ہے = ۸۰۰۰ × ۱۵۲۵ اولس وزن = ۳۴۵۰ پونڈ وزن

اس لئے وہ قوت جو غبارہ پر اوپر کی طرف عمل کرتی ہے = ہٹائی ہوئی ہوا کا وزن - غبارہ کا وزن = ۲۵۰ پونڈ وزن = ۲۵۰ ج پونڈ ل

∴ غبارہ کا ابتدائی اسراع = $\frac{\text{حرکت پیدا کرنے والی قوت}}{\text{حرکت کرنے والی کمیت}} = \frac{۲۵۰ \text{ ج}}{۱۳} = ۳۵.۰۰$

امثلہ نمبر ۱۳

۱۔ کاگ کے ایک ٹکڑے کا وزن ۳۰ گرام ہے، اس کو ایک ڈوری کے ذریعہ پانی کے ایک برتن کے اندر اسکے پیندے کے ساتھ سطح باندھ دیا گیا ہے کہ کاگ پانی کے اندر پورا ڈوبا رہتا ہے، اگر کاگ کی کثافت اضافی ۲۵ ہو تو ڈوری کا تناؤ معلوم کرو۔

۲۔ لکڑی کے ایک ٹکڑے کا وزن ۶ پونڈ ہے اور اس کی کثافت اضافی ۸ ہے، اس کو ایک رستی کے ذریعہ جو ۲ پونڈ سے زیادہ تناؤ برداشت نہیں کر سکتی ایک برتن کے اندر اسکے پیندے کے ساتھ باندھ دیا گیا ہے، برتن میں کچھ پانی ہے اور ٹکڑا پانی کے اندر پورا ڈوبا رہتا ہے۔

باقی برتن کو ایسے مانع سے بھر دیا جاتا ہے جسکی کثافت اضافی ۱۵۲ ہے اور جو پانی سے مل جاتا ہے، ثابت کرو کہ اگر برتن کا دو تہائی سے کم حصہ پانی سے بھرا ہوا ہوگا تو رستی ٹوٹ جائے گی۔

۳۔ لکڑی کا ایک اسطوانہ جسکا وزن ۱۵ پونڈ ہے اور طول ۳ فٹ پانی کے اندر اس طرح تیر رہا ہے کہ یہ آدھا پانی کے اندر ڈوبا رہتا ہے جبکہ اسکا محور انتصافی ہو، بتاؤ کہ اس کو ۶ اینچ اور ڈبو بنے کے لئے کتنی قوت درکار ہوگی؟

۴۔ ہوا کے ایک لیٹر کا وزن ۱۵۲۹ گرام ہوتا ہے اور کول گیس کے ایک لیٹر کا ۵۲ گرام، اگر ایک غبارہ کے اندر ۴۰ لاکھ لیٹر کول گیس ہو اور غبارہ اور اس کے دیگر لوازمات کا مجموعی وزن ۱۵ لاکھ گرام ہو تو بتاؤ کہ غبارہ اور کتنا وزن ہوا میں سہا رہ سکتا ہے۔

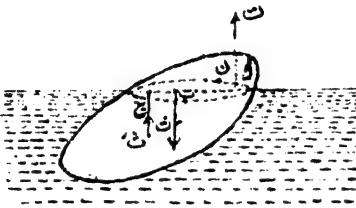
۵۔ ایک غبارہ کو جس کے اندر ۱۰ مکعب فٹ ہائیڈروجن ہے ایک رستی کے ذریعہ اوپر چڑھنے سے روکا گیا ہے، اگر یہ تسلیم کیا جائے کہ ہوا کے ایک مکعب فٹ کا وزن ۱۵۲۵ اونس اور اس کی کثافت اضافی ہائیڈروجن کی کثافت اضافی کا ۶/۱۴ گنا ہے تو رستی کا تناؤ معلوم کرو۔

۶۔ ایک غبارہ سے اور اس کے لوازمات کا مجموعی حجم ۴۰۰۰ مکعب فٹ ہے اور اس کی کثافت سے اس کی گیس کے ۲ ٹن ہے، اگر ہوا کے ایک مکعب فٹ کی کثافت ۱۵۴۴ اونس ہو تو دریافت کرو کہ غبارہ کس اسراع کے ساتھ اوپر چڑھنا شروع کرے گا۔

۷۔ ایک مثلث پتہ ۱ ب ج جس کے اضلاع ۱ ب اور ۱ ج

برابر ہیں پانی میں اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا منحلہ م ب ج افقی پر عمود ہے اور اس منحلہ کے طول کا $\frac{3}{4}$ پانی کے اندر ڈوبا ہوا ہے، پتھرے کو اس حالت میں ایک رستی کے ذریعہ متوازن رکھا گیا ہے جس کا ایک سرا Δ کے ساتھ بندھا ہے اور دوسرا برتن کے پیندے کے ساتھ پتھرے کی کثافت اضافی معلوم کرو اور ثابت کرو کہ رستی کا تناؤ پتھرے کے وزن کا $\frac{1}{4}$ ہے۔

۶۶۔ ایک جسم کسی مائع کے اندر جزئ غرق ہے اور ایک رستی جو اسکے کسی نقطہ کے ساتھ بندھی ہے اسکو سہارے ہوئے ہے، جسم کے توازن کی شرائط معلوم کرو۔ فرض کرو کہ جسم کے نقطہ ن کے ساتھ رستی بندھی ہے اور اس کا تناؤ ت پونڈل ہے۔



فرض کرو کہ جسم کا حجم ح ہے، اس کے حجم کی ایک اکائی کا وزن ρ ہے اور جسم کا مرکز ثقل ث ہے۔ نیز فرض کرو کہ ہٹائے ہوئے مائع کا حجم ح ہے، اس کے حجم کی ایک اکائی کا وزن ρ ہے اور اس کا مرکز ثقل ث ہے۔ فرض کرو کہ ن، ث، ث میں سے گزرنیوالے انتصابی خطوط مائع کی سطح سے بالترتیب نقاط Δ ، ب، ج پر ملتے ہیں۔ تب جسم پر انتصابی سمت میں عمل کرنے والی قوتیں حسب ذیل ہیں۔

- (۱) تناؤت جوں میں سے اوپر کی سمت میں عمل کرتا ہے
 (۲) جسم کا وزن H و J میں سے نیچے کی طرف عمل کرتا ہے اور
 (۳) حاصل انتصابی دباؤ H و J میں سے اوپر کی طرف
 عمل کرتا ہے (دفعہ ۴۹)۔

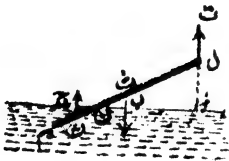
چونکہ یہ قوتیں متوازن ہیں اس لئے نقاط A و B 'مج لازمًا ایک ہی
 افقی خطِ استقیم پر واقع ہوں گے اور نیز علم سکون دفعہ ۵۳ کے رو سے

$$T + H = J \quad \text{--- (۱)}$$

$$\text{اور } H = J \times \text{ارج} = J \times \text{اب} \quad \text{--- (۲)}$$

مشق۔ ایک یکان سلاخ کا طول ۲ لہجے اور یہ ایک رتی کے سہارے
 جو اس کے ایک سرے پر بندھی ہے پانی کے اندر متوازن حالت میں جزو
 غرق ہے اگر مائع کی کثافت سلاخ کی کثافت کا $\frac{1}{2}$ ہو تو ثابت کرو کہ سلاخ کا
 نصف طول مائع کے باہر ہوگا۔ نیز

ڈوری کا تناؤ دریافت کرو۔



فرض کرو کہ سلاخ مذکور M ہے

اور n اس کا وہ نقطہ ہے جہاں

یہ پانی کی سطح سے ملتی ہے نیز m کا

وسطی نقطہ D ہے اور سلاخ کا وسطی نقطہ E ہے۔

فرض کرو کہ سلاخ کے حجم کی ایک اکائی کا وزن H ہے اور مائع کے

حجم کی ایک اکائی کا وزن J ہے۔

فرض کرو کہ سلاخ کے غرق شدہ حصہ کا طول L ہے اور اسکی عمودی

تراش کا رقبہ K ہے۔

تب صلاح کا وزن = ک \times ۲ \times ۱ \times د

اور ہٹائے ہوئے مانع کا وزن = ک \times لا \times ۱ \times ۱

اگر رستی کا تناؤ است ہو تو توازن کی شرائط یہ ہیں

$$\text{ت} + \text{ک} \times \text{لا} \times ۱ \times ۱ = ۲ \times \text{ک} \times ۱ \times \text{د} \dots\dots\dots (۱)$$

$$\text{اور ک} \times \text{لا} \times ۱ \times ۱ = ۲ \times \text{ک} \times ۱ \times \text{د} + \text{ب} \times ۱ \times ۱ \dots\dots\dots (۲)$$

دوسری مساوات سے

$$\frac{۱}{۲ - ۱} = \frac{\text{ل ت}}{\text{ل ت}} = \frac{\text{ب}}{\text{ج}} = \frac{۲}{۳} \\ \therefore \text{لا} = ۴ - ۱ = ۳ + ۱ = ۴$$

لہذا لا = ۴، مساوات بالا کا دوسرا حل (یعنی لا = ۳) صریحاً ناقابل تسلیم ہے۔

پس ثابت ہوا کہ آدھی صلاح ڈوبی ہوئی ہے۔

نیز لا کی قیمت مساوات (۱) میں درج کرنے سے

$$\text{ت} = ۲ \times \text{ک} \times ۱ \times \text{د} = \text{صلاح کے وزن کا ۱/۲}$$

۱۴۔ مثلہ نمبری

(۱) ۶ فٹ لمبی ایک یکسان صلاح ایک نصاب کے گرد جو پانی کی سطح سے باہر ہے گھوم سکتی ہے، توازن کی حالت میں صلاح کا ۴ فٹ طول ڈوبا ہوا ہے، ثابت کرو کہ اسکی کثافت اضافی ہے۔

(۲) ایک یکسان صلاح دو انتصابی رستیوں کے سہارے جو اس کے دونوں سروں پر بندھی ہیں اس طرح آویزان ہے کہ اس کا نصف طول پانی کے

اندر غرق ہے، اگر اس کی کثافت اضافی ۲۵ ہو تو ثابت کرو کہ رسیوں کے جو تناؤ ہوں گے ان کی نسبت ۹:۷ ہوگی۔

(۳) ایک یکسان سلاخ اپنے ایک سرے کے گرد جو پانی سے باہر ہے گھوم سکتی ہے، سلاخ ایسی حالت میں متوازن ہے کہ یہ انتصابی سمت کے ساتھ کوئی زاویہ بناتی ہے اور اس کے طول کی ایک تہائی پانی کے اندر غرق ہے، ثابت کرو کہ اس کی کثافت اضافی ۵ ہے۔

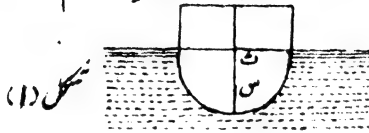
(۴) ایک سلاخ کا طول ۲ فٹ ہے، سلاخ اپنے ایک سرے کے گرد جو مائع کی سطح سے ارتفاع ف (> ۲) فٹ پر ثابت کر دیا گیا ہے بلا تکلف گھوم سکتی ہے، اگر سلاخ اور مائع کی کثافتیں بالترتیب ک اور ک' ہوں تو ثابت کرو کہ سلاخ بحالت توازن انتصابی سمت میں قائم رہ سکتی ہے یا ایسی سمت میں جو انتصابی سمت کے ساتھ زاویہ طہ بنائے چاہے

$$\text{جم طہ} = \frac{F}{\frac{1}{2} \frac{F}{k - k'}}$$

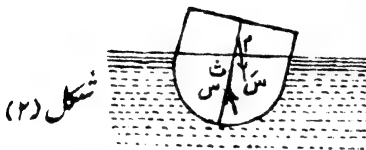
توازن کا قیام

۶۷۔ ہم پیشتر بتا چکے ہیں کہ جب ایک جسم پانی کے اندر تیر رہا ہو تو اس کا مرکز ثقل ث اور اس کے اچھال کا مرکز س دونوں ایک ہی انتصابی خط پر واقع ہونگے۔ [دفعہ ۵۷]
اگر جسم کو ذرا سا اس طرح گھما دیا جائے کہ س ث سمت انتصابی کے ساتھ ایک چھوٹا زاویہ بنائے تو ذیل کی دو صورتوں میں سے ایک صورت واقع ہوگی (۱)، مائع کا مجموعی دباؤ جسم کو پھر

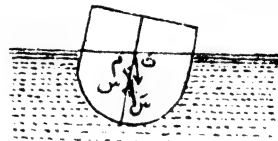
اصلی حالت میں لانے کی کوشش کرے گا، اگر ایسا ہو تو سمجھنا چاہئے کہ جسم مذکور کا توازن گھمانے سے پہلے قائم تھا۔
(۲) یا مانع کے مجموعی دباؤ کا میلان جسم مذکور کو حالت توازن سے اور دُور ہٹانے کی طرف ہوگا، اس صورت میں سمجھنا چاہئے کہ جسم کا توازن گھمانے سے پہلے غیر قائم تھا۔



شکل (۱)



شکل (۲)



شکل (۳)

اشکال بالا میں یہ دونو صورتیں دکھائی گئی ہیں، شکل (۱) میں جسم کے توازن کی ابتدائی حالت دکھائی گئی ہے۔ اشکال (۲) اور (۳) میں خفیف مئی زاوی حرکت کے بعد جسم مذکور کی مختلف حالتیں دکھائی گئی ہیں، دونو شکلوں میں 'س' نیا اچھال کا مرکز ہے، 'س' م انتصابی سمت میں کھینچا گیا ہے اور یہ 'ث' س سے نقطہ م پر ملتا ہے۔

چونکہ شکل (۲) میں نقطہ م، 'ث' سے اوپر واقع ہے اسلئے قوتوں کا میلان جسم کو سمت ساعت کے خلاف گھمانے کی طرف ہے اور جسم اپنی پہلی حالت میں آجائے گا، اس سے ثابت ہوا کہ جسم کا توازن حرکت دئے جانے سے پہلے قائم تھا۔
شکل (۳) میں چونکہ نقطہ م، 'ث' سے نیچے ہے اس لئے

قوتوں کا میلان جسم کو سمت ساعت کے موافق گھمانے کی طرف ہے، لہذا جسم اپنی ابتدائی متوازن حالت سے اور دور ہٹ جائے گا، اس سے ثابت ہوا کہ جسم کا توازن حرکت دے جانے سے پہلے غیر قائم تھا۔

[اشکال بالا میں ہم نے تسلیم کر لیا ہے کہ سس میں سے گزرنے والا انتصابی خط سس ٹ سے ملتا ہے، متشکل اجسام میں بالعموم ایسا ہی ہوتا ہے]

جو کچھ اوپر بیان ہوا اس سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ توازن کا قیام اس امر پر موقوف ہے کہ صم کا مقام بلحاظ ٹ کے کیا ہے، اس نقطہ صم کی اہمیت کے لحاظ سے اس کو مرکز مابعد کے نام سے موسوم کرتے ہیں۔ اس کی باضابطہ تعریف ذیل میں درج کی جاتی ہے

۶۸۔ مرکز مابعد۔ تعریف۔ اگر ایک جسم پانی کے اندر بلا تکلف تیر رہا ہو اور اس کو ذرا سا اس طرح گھمادیا جا کہ یہ مائع کی اسی مقدار کو ہٹائے جس کو پہلے ہٹاتا تھا تو وہ نقطہ جہاں نئے اچھال کے مرکز میں سے گزرنے والا انتصابی خط، جسم کے مرکز ثقل اور ابتدائی اچھال کے مرکز کے خط وصل سے ملتا ہے مرکز مابعد کہلاتا ہے۔

اگر مرکز مابعد کا مقام جسم کے مرکز ثقل کے مقام سے اوپر ہو تو جسم کا توازن قائم ہوتا ہے اور برعکس اس کے اگر مرکز مابعد کا مقام جسم کے مرکز ثقل سے نیچے ہو تو توازن غیر قائم

ہوتا ہے۔

اس سے ظاہر ہے کہ ایک تیرنے والے جسم کو قائم توازن کی حالت میں رکھنے کے لئے ضروری ہے کہ اس کے مرکز ثقل کو اتنا نیچے رکھا جائے جتنا کہ ممکن ہو، یہی وجہ ہے کہ جہازوں اور مائع پیم (دفعہ ۸۰) کے پچھلے حصہ کو خاص طور پر بوجھل بنایا جاتا ہے۔ کسی ایک دی ہوئی صورت میں مرکز مابعد کے مقام کا تعین ایک وقت طلب امر ہے اس کے مقام کا انحصار بالخصوص برتن کی شکل پر ہوتا ہے۔

۶۹۔ اگر ایک جسم کا مائع سے مس کرنے والا حصہ گروی شکل کا ہو تو ظاہر ہے کہ اس گروی حصہ کا مرکز ہی مرکز مابعد ہوگا کیونکہ گروی سطح کے ہر ایک نقطہ پر کا دباؤ سطح مذکور پر عمود وار ہوگا اور اس لئے مرکز میں سے گزرے گا۔ لہذا کل سطح پر کا مجموعی دباؤ ہمیشہ مرکز میں سے گزرے گا اس لئے ہندسی مرکز ہی مرکز مابعد ہوگا۔

اس خاص صورت میں خفیف زاوی حرکتوں کے واسطے جسم کا توازن قائم ہوگا اگر اس کا مرکز ثقل گروی حصہ کے مرکز ثقل سے نیچے ہو اور غیر قائم ہوگا اگر اس کا مرکز ثقل گروی حصہ کے مرکز ثقل سے اوپر ہو۔ (علم سکون دفعہ ۱۲۹ سے مقابلہ کرو)

امثلہ نمبری ۱۵

(۱) لکڑی کا ایک گیند پانی میں تیر رہا ہے، ثابت کرو کہ اگر کوئی چھوٹا

سے چھوٹا وزن اس کے سب سے اونچے نقطہ پر رکھا جائے تو اس کا توازن غیر قائم ہو جائے گا۔

۲۔ ایک نصف کرہ اور ایک قائم مخروط کے مستوی رخ برابر ہیں ان مساوی رگوں کو جوڑنے سے ایک جسم بنایا گیا ہے، یہ جسم پانی کے اندر اس طرح تیر رہا ہے کہ اسکی کروی سطح کا کچھ حصہ پانی کے اندر غرق ہے، ثابت کرو کہ جسم کے توازن کو قائم رکھنے کے لئے مخروط کا ارتفاع قاعدہ کے نصف قطر کا زیادہ سے زیادہ $\frac{3}{4}$ گنا ہو سکتا ہے۔

(۳) دھات کے نصف کرے اور ایک مخروط کے برابر مستوی قاعدہ کو جوڑنے سے ایک مجوف پیرکوا بنایا گیا ہے، دھات کی موٹائی ہر جگہ یکساں ہے، اس کو اس طرح تیرانا منظور ہے کہ مخروط اوپر کی طرف رہے، ثابت کرو کہ اگر مخروط کا نصف راسی زاویہ 45° ہو تو توازن قائم ہوگا اور اگر 30° ہو تو غیر قائم۔

(۴) ایک اسطوانہ اور ایک نصف کرے کے برابر مستوی قاعدوں کو جوڑنے سے ایک جسم بنایا گیا ہے جو پانی میں اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کی کروی سطح کا کچھ حصہ پانی کے اندر غرق ہے، اگر (۱) جسم مذکور ٹھوس اور متجانس الاجزا ہو

(۲) جسم مذکور مجوف ہو اور اس کے خول کی موٹائی یکساں ہو تو اسطوانہ کا بڑے سے بڑا ارتفاع معلوم کرو جس سے توازن قائم رہ سکتا ہے۔

۷۰۔ باب ہذا کے مضمون پر چند مشکل مشقیں ذیل میں

حل کی جاتی ہیں۔

مشق ۱۔ اسطوانہ کی شکل کا ایک ڈول جس میں کچھ پانی ہے ایک رسی کے ذریعہ جو ایک چرخی پر سے گذرتی ہے م سم سمیت کے ایک جسم کو سہارے ہوئے ہے، ایک کاگ کا ٹکڑا جس کی کثافت اضافی ک ہے اور سمیت م ڈول کے پیندے کے وسطی نقطہ کے ساتھ ایک رسی کے ذریعہ اس طرح باندھ دیا گیا ہے کہ کاگ پورے کا پورا پانی کے اندر ڈوبا رہتا ہے، ثابت کرو کہ اس رسی کا تناؤ جو کاگ کے ساتھ بندھی ہے

$$\frac{M_1 J}{M_1 + M_2} (1 - \frac{1}{K}) \text{ ہے۔}$$

فرض کرو کہ ڈول اسراع س کے ساتھ اترنا شروع کرتا ہے

$$\text{تب س} = \frac{M_1 J}{M_1 + M_2} \dots \dots \dots (1)$$

(علم حرکت دفعہ ۴۴)

فرض کرو کہ اٹنائے حرکت میں رسی کا تناؤ ت ہے اور مائع کا حاصل انتصابی دباؤ جو کاگ پر عمل کرتا ہے د ہے

$$\therefore M_1 S = M_1 J + T - D \dots \dots \dots (2)$$

اب اگر کاگ کنکال دیا جائے اور اس کی جگہ پانی کا ایک مساوی حجم رکھ دیا جائے تو مجموعی دباؤ د اور $\frac{M_1}{K}$ کا وزن دونوں ملکہ اس میں اسراع س پیدا کریں گے۔

$$\therefore \frac{M_1}{K} S = \frac{M_1}{K} J - D \dots \dots \dots (3)$$

(۳) کو (۲) میں سے تفریق کرنے سے

$$م س (۱ - \frac{1}{س}) = ت + م ج (۱ - \frac{1}{س})$$

$$ت = م (ج - س) (۱ - \frac{1}{س}) = \frac{م م ج (۱ - \frac{1}{س})}{م + م}$$

مشق ۲۔ مثال ماقبل میں ثابت کرو کہ ڈول کی منحنی سطح کے سب سے نچلے نقطہ پر کا دباؤ ابتدائی دباؤ سے زیادہ ہوگا اگر کاگ اور پانی کے جموں کی باہمی نسبت $\frac{م}{م} : ۱$ سے بڑی ہو اور کم ہوگا اگر یہ نسبت $\frac{م}{م} : ۱$ سے کم ہو۔

فرض کرو کہ ابتدا میں پانی کی گہرائی گ تھی اور بعد میں گ ہوگئی نیز فرض کرو کہ ڈول کا نصف قطر ۱ ہے اور کاگ اور پانی کے حجم بالترتیب ج اور ح ہیں، یعنی $ح = \pi ر^۲ گ$

$$تب \pi ر^۲ \times گ = ج + ح$$

$$پس گ : گ :: ج + ح : ح$$

منحنی سطح کے سب سے نچلے نقطے پر حرکت سے پہلے جو دباؤ تھا وہ $د \times گ$ ، اور دوران حرکت میں جو دباؤ ہے وہ

$$= د گ (۱ - \frac{س}{ج}) \dots \dots (علم حرکت دفعہ ۸۰)$$

$$= د گ \times \frac{ج + ح}{ح} (۱ - \frac{م}{م + م})$$

ش میں سے گزرتی ہے۔

دک کو لا کے مساوی فرض کرو اور $\frac{1}{2}$ ب پر عمود ک ن کھینچو۔

چونکہ ن ک اور ن ل افق کے ساتھ مساوی زاوے بناتے ہیں
اس لئے $ن ل = ن ک = ب$

$$\frac{1}{2} ب = مستطیل ر ک + د ک ن ل = لا \times ب + \frac{1}{2} ب$$

$$لا = \frac{ب}{2} \text{ اور } \frac{1}{2} ب = \frac{ب}{2}$$

فرض کرو کہ مستطیل اور مانع کی کثافتیں بالترتیب ک اور ک ہیں۔
تب مستطیل کا وزن $و = \frac{1}{2} ب ک$ اور یہ مستطیل کے مرکز ثقل
ش میں نیچے کی طرف عمل کرتا ہے۔

نیز مانع کا محل انتصابی دباؤ دو دباؤں کے مساوی ہے۔ اولاً وہ
دباؤ جو مانع $\frac{1}{2}$ ن ک د کے وزن کے مساوی ہے اور
رک کے وسطی نقطہ میں سے سمت رأس میں عمل کرتا ہے اور
ثانیاً وہ دباؤ جو مانع $\frac{1}{2}$ ن ک ل کے وزن کے مساوی ہے اور
اس کے مرکز ثقل میں سے اوپر کی طرف عمل کرتا ہے۔

$$\text{مانع } \frac{1}{2} ن ک د کا وزن و = ب لا \times ک = \frac{1}{2} ب (د - \frac{1}{2} ب) ک$$

$$\text{مانع } ک ن ل کا وزن و = \frac{1}{2} ک ن \times ن ل \times ک = \frac{1}{2} ب ک$$

نیز بموجب علم سکون دفعہ ۱۰۴، مثلث ک ن ل کے مرکز ثقل پر
جو دباؤ $و$ عمل کرتا ہے وہ ہر لحاظ سے تین برابر اوزان $\frac{و}{3}$ کے مساوی
فرض کیا جا سکتا ہے جب کہ یہ تینوں وزن مثلث کے رأسوں پر اسی

ست میں عمل کریں دیکھو شکل -

۱ کے گرد معیار اثر لینے سے

$$و \times \frac{1}{4} \text{ ج حجم (عہ + ۲۵)} =$$

$$= \frac{2}{3} [\text{لاجمہ ۲۰} + \text{۱ لجمہ ۲۰} - (\text{ب} - \text{لا}) \text{جمہ ۲۰}] - و \times \frac{1}{4} (\text{ب} - \text{لا}) \text{جمہ ۲۰}$$

جہاں عہ = Δ ب ۱ ج

$$\therefore \frac{2}{4} \times ۱ ج (\text{جمہ عہ} - \text{جمہ ب}) = \frac{2}{3} [\text{لا} + \frac{1}{4} (\text{ب} + \text{لا}) - \frac{1}{4} (\text{ب} + \text{لا})] - \frac{1}{4} (\text{ب} - \text{لا})$$

$$\therefore و (\text{ب} - ۱) = \frac{2}{3} [۴ \text{ لا} + ۱ - \text{ب}] - و (\text{ب} - ۱)$$

$$\text{یعنی } ۱ \text{ ب } ۱ \text{ ب } ۱ (\text{ب} - ۱) = \frac{۲}{۳} \times ۳ (\text{ب} - ۱)$$

$$- \frac{1}{4} (\text{ب} - ۱) \times ۳ (\text{ب} - ۱)$$

$$\therefore ۱ \text{ ب } ۱ = \frac{۲}{۳} (\text{ب} - ۱) - \frac{۳}{۴} (\text{ب} - ۱)$$

$$\therefore ۱ \text{ ب } ۱ = \frac{۲}{۳} (\text{ب} - ۱) \times \frac{۳}{۴}$$

نوٹ - مثلث کے وزن کی بجائے اس کے تینوں زاویوں میں سے ہر ایک پر کل وزن کی ایک تہائی کے برابر اوزان فرض کر لینے کی جو حکمت عملی اوپر اختیار کی گئی ہے بالعموم سکونی سیالات کے سوالات میں مفید ثابت ہوتی ہے۔

متفرق مثالیں نمبری ۱۶

۱- ایک تہانہ الاجز نصف کرہ جس کا وزن ۱ ہے ایک دائرے کے اندر

تیر رہا ہے، اگر اس کے کنارے پر ایک وزن m رکھ دیا جائے اور کنارہ نہ ڈوبے تو ثابت کرو کہ اسکا قاعدہ زاویہ مس $\frac{\pi}{2}$ میں سے گھوم جائیگا۔
 ۲۔ ایک پتلا جھون مخروط مع قاعدہ ایسا ہے کہ اس کو پانی کے اندر پورا ڈبو کر جہاں چھوڑا جائے وہیں تیرتا رہتا ہے، ثابت کرو کہ اس کا راسی زاویہ $\frac{\pi}{2}$ جب $\frac{\pi}{2}$ ہے۔

۳۔ ککڑی کے دو متوازی السطوح جن کے وزن بالترتیب ۱۰۰ پونڈ اور ۵۰ پونڈ ہیں پانی میں تیر رہے ہیں اور ان میں سے ہر ایک کی کثافت اضافی $\frac{1}{2}$ ہے، ان مجسموں کی بالائی سطحوں کے وسطی نقاط پر نوٹ کی ایک ایک کیل لگی ہوئی ہے جن پر ایک ۱۰۰ پونڈ وزنی سلاخ دھری ہے، اگر سلاخ کے مرکز ثقل کا فاصلہ بڑے ٹکڑے کی کیل سے سلاخ کے طول کا ایک چوتھائی ہو تو بتاؤ کہ ککڑی کا ہر ایک ٹکڑا پانی کی سطح سے کتنا باہر رہے گا۔

۴۔ ایک منشور کا وزن W ہے اور کثافت اضافی $\frac{1}{2}$ ، اس کی عمودی تراش ایک قائم الزاویہ مساوی الساقین مثلث ہے، منشور پانی کے اندر اس طرح متوازن ہے کہ اس کا زاویہ قائمہ والا کنارہ پانی کے اندر ڈوبا ہوا ہے اور اس کے باقی متوازی کناروں میں سے ایک پانی کی سطح میں ہے اور دوسرا سطح کے باہر، موخر الذکر کنارے دو استقامتی کچلی سطحوں کو مس کرتے ہیں، ثابت کرو کہ منشور کی بالا ترین سطح اور سطح آب کے درمیان زاویہ مس $\frac{\pi}{2}$ بنتا ہے۔

۵۔ ایک متجانس الاجزا منشور جس کی تراش مثلث ABC ہے پانی میں اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا کنارہ BC پانی کے اندر غرق ہے، ثابت

کرو کہ اس کی کثافت اضافی

$$\frac{\text{جب } 1 \text{ حجم ب}}{\text{جب ج}} \text{ ہے یا } \frac{\text{جب } 1 \text{ حجم ب}}{\text{جب ج}}$$

۶۔ ایک پتلے یکسان خول کی شکل ایک قائم مستدیر مخروط کی ہے جس کا راسی زاویہ ۶۰° ہے اور جس کا قاعدہ نہیں ہے۔ یہ خول پانی کے اندر اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا کچھ حصہ پانی کے اندر ڈوبا ہوا ہے، اس کا راس نیچے کی طرف ہے اور مستدیر قاعدہ کا سب سے نیچلا نقطہ عین پانی کی سطح میں ہے، ثابت کرو کہ وہ خط جو راس کو اس نقطہ کے ساتھ وصل کرتا ہے افق کے ساتھ زاویہ $\frac{\pi}{3}$ بنا رہا ہے۔

[اس صورت میں پانی کی سطح مخروط کو جس منحنی پر قطع کرتی ہے اس کو قطع ناقص کہتے ہیں، اس منحنی کا مرکز ثقل اس کا وسطی نقطہ ہے اور ہٹائے ہوئے پانی کا مرکز ثقل اس نقطہ اور مخروط کے راس کے خط وصل کو نسبت ۱:۳ میں تقسیم کرتا ہے]

۷۔ ایک وزنی نصف کردی پیالہ میں کچھ پانی ہے، پیالہ کا نصف قطر ۱ ہے اور یہ ایک ایسی کھردری سطح مائل پر بحالت سکون پڑا ہے جسکا زاویہ میلان α ہے، ثابت کرو کہ پیالہ کے وزن کو پانی کے وزن کے ساتھ جو نسبت ہے وہ

$$2 \text{ جب } \alpha$$

$$\text{جب } \alpha - 2 \text{ جب } \alpha$$

سے کم نہیں ہو سکتی جہاں π ۱ حجم α پانی کی سطح کا رقبہ ہے۔

۸۔ ایک ڈول کو جو آدھا پانی سے بھرا ہوا ہے ایک رستی کے ذریعہ لٹکایا گیا ہے جو ایک چرخہ کے اوپر سے گزرتی ہے، چرخہ اتنی چھوٹی ہے کہ رستی کا دوسرا سر اس پر سے ہو کر ڈول کے اندر گرتا ہے اور اس سرے کے ساتھ ایک گولہ بندھا ہے جسکی کثافت اضافی ک (۲) ہے، اگر گولہ ڈول کے پینڈے کو مس نہ کرے اور اس کے ڈوبنے سے پانی ڈول سے باہر نہ نکل جائے تو ثابت کرو کہ توازن اس صورت میں ممکن ہو سکتا ہے جبکہ گولے کا وزن و اور $\frac{K}{K-2}$ کے درمیان ہو جہاں و سے مراد ڈول اور پانی کا مجموعی وزن ہے۔

۹۔ دو ڈولوں میں پانی ہے، ہر ایک ڈول کی کمیت مع اس کے پانی کے م ہے یہ دونو ڈول ایک چکنی چرخہ پر متوازن ہیں، اب لکڑی کے دو ٹکڑے جن کی کمیتیں بالترتیب م_۱ اور م_۲ ہیں اور جن کی اضافی کثافتیں بالترتیب ک_۱ اور ک_۲ ہیں الگ الگ دونو ڈولوں کے پینڈوں کے ساتھ اس طرح باندھ دیئے گئے ہیں کہ یہ پورے کے پورے پانی کے اندر ڈوبے رہتے ہیں، ثابت کرو کہ اُس رسی کا تناؤ جو م کے ساتھ بندھی ہے

$$- \frac{M_2(M_1 + M_2)}{M_1 + M_2 + M} \left(1 - \frac{1}{k_1} \right)$$

۱۰۔ ایک اسطوانہ جس کا ارتفاع ف ہے اور کثافت ک، ایک مائع کے اندر اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا محور اقی پر عمود ہے، مائع کی کثافت ک ہے، اب اگر ہوا کی کثافت ک_۲ سے کم ہو جائے تو دریافت

کرو کہ اسطوانہ اور کتنا ڈوب جائے گا یا اور کتنا اوپر اٹھ آئے گا۔

۱۱۔ ایک سلاح انتصابی حالت میں ایک متجانس الاجزا مائع کے اندر اس سطح تیر رہی ہے کہ اس کا کچھ حصہ مائع کے اندر غرق ہے، ثنایت کرو کہ کڑہ ہوائی کی کثافت میں خفیف سا اضافہ واقع ہونے سے سلاح کا جو مزید طول مائع کی سطح سے اوپر اٹھ آئے گا وہ اس طول کے مربع کے متناسب ہوگا جو غرق نہیں ہے۔

۱۲۔ ساگ کا ایک ٹکڑا جسکی شکل ایک اسطوانے کی ہے اور جسکی بلندی F ہے پانی کے ایک برتن کے اندر اس سطح تیر رہا ہے کہ اس کا محور افق پر عمود ہے، اگر برتن کو ایک ہوا پمپ کے قابلہ کے اندر رکھ کر ہوا خارج کی جائے تو ثنایت کرو کہ ساگ کا ایک (۱۔ ض) F طول اور ڈوب جائے گا جہاں K اور F بالترتیب ہوا اور ساگ کی اضافی کثافتیں ہیں۔

۱۳۔ ایک جسم پانی کے اندر تیر رہا ہے، اگر ہوا کی کثافتیں بالترتیب K_1 ، K_2 اور K_3 ہوں تو جسم کے جو جسم پانی کی سطح سے اوپر رہتے ہیں وہ بالترتیب H_1 ، H_2 ، H_3 میں ثنایت کرو کہ

$$K_1 - K_2 + \frac{K_2 - K_3}{H_2} + \frac{K_3}{H_3} = 0$$

۱۴۔ دو دھاتوں A اور B کی اضافی کثافتیں بالترتیب K_1 اور K_2

ہیں، ان کو ملائے سے ایک بھرت تیار کیا گیا ہے جس کا وزن ہوا

میں W اونس اور پانی میں B اونس ہے، ثنایت کرو کہ بھرت میں

A اور B کے جموں کو نسبت $K_1(1 - B) - B(1 - K_2)$ (۱۔ B - B)

-۶-

۱۵۔ ایک جسم کی کثافت ک ہے اور ہوا کی کثافت ک_۱، جسم کو ایسے بالٹوں سے تولا گیا ہے جن کی کثافت ک_۲ (< ک) ہے اگر ہوا کی کثافت ک_۱ سے بڑھ کر ک_۱ ہو جائے اور جسم کو پھر تولا جائے تو ثابت کرو کہ اس کے وزن میں جو کمی واقع ہوگی وہ پہلے وزن کے $\frac{(ک - ک_۱)(ک_۱ - ک_۲)}{(ک - ک_۲)}$ کے مساوی ہوگی۔

۱۶۔ اگر ہوا کی کثافت اضافی ۱۲۵۔ فرض کی جائے اور پیتل کے چند بالٹوں کی ۸۵ گرام تو ثابت کرو کہ پانی کی کچھ مقدار کو ان بالٹوں کے ذریعہ تولنے سے پانی کا جو ظاہری وزن حاصل ہوگا اس میں بھرا تقریباً ۱۱ فیصد کی تصحیح کرنے کی ضرورت ہوگی۔

۱۷۔ ا، ب، ج، د، عین ہموزن گیند ہیں، ا، اکیلا ب اوج کا موازنہ کرتا ہے جبکہ تینوں کو کثافت والے ایک مائع میں لٹکایا جائے، اسی طرح سے ب، اکیلا کثافت کے ایک مائع میں د اور ج کا موازنہ کرتا ہے اور ج اکیلا کثافت کے ایک مائع میں د اور ب کا۔ ا، ب، ج تینوں کی اضافی کثافتیں معلوم کرو۔

۱۸۔ ایک مثلث پترے ا، ب، ج کا زلویہ ج قائمہ ہے، پترا ایک مائع میں جس کی کثافت پترے کی کثافت کا $\frac{۱}{۲}$ ہے تیرا ہے جبکہ اس کا راس ج مائع کی سطح کے نیچے ایک قبضہ کے ذریعہ

ثابت کیا ہوا ہے ، اس کا ضلع Δ ب پورا مانع کی سطح سے باہر رہتا ہے ، اگر Δ ج افق کے ساتھ 30° کا زاویہ بنائے اور مانع کی سطح ب ج کی تنصیف کرے تو ثابت کرو کہ ضلع Δ ج کی نسبت ضلع ب ج کے ساتھ $2:3$ کے مساوی ہے ۔

۱۹۔ ایک مستطیل پتراجس کے اضلاع کی نسبت $3:4$ ہے اپنے ایک چھوٹے ضلع کے وسطی نقطہ کے گرد بلا تکلف گھوم سکتا ہے اور اس کا یہ نقطہ مانع کی سطح کے نیچے ثابت کر دیا گیا ہے ۔ پترے کی سطح افق پر عمود ہے اور اس کا ایک قطر مانع کی سطح میں ہے ، پترے اور مانع کی اضافی کٹافوں کا مقابلہ کرو اور ثابت کرو کہ اس ثابت نقطہ پر کا دباؤ پترے کے وزن کا $\frac{1}{2}$ ہے ۔

۲۰۔ ایک یکسان مربع پترے Δ ب ج د کا ہر ایک ضلع 5 انچ ہے ، اس کا ایک کونہ Δ پانی کی سطح سے 4 انچ نیچے ایک قبضہ کے ذریعہ ثابت کر دیا گیا ہے اور پترا ایک انتصابی سطح مستوی میں بلا تکلف حرکت کر سکتا ہے ، اگر پترا متوازن ہو جبکہ اس کا کونہ ب عین پانی کی سطح میں ہو اور ضلع ج د کا کچھ حصہ پانی کے اندر غرق ہو تو پترے کی کثافت اضافی دریافت کرو۔

۲۱۔ ایک مستطیل اپنے ایک نقطہ رأس کے گرد بلا تکلف حرکت کر سکتا ہے یہ نقطہ ایک مانع کی سطح کے باہر ثابت کر دیا گیا ہے ۔ مستطیل بحالت توازن اس طرح ساکن ہے کہ

اس کا نصف رقبہ مائع کے اندر غرق ہے اور اس کے اضلاع انتصابی سمت کے ساتھ مساوی زاوے بناتے ہیں، ثابت کرو کے مستطیل کی کثافت کی نسبت مائع کی کثافت سے $۳ ب + ۱$: $۴ ب$ ہے جہاں ۱ اور $۳ ب$ مستطیل کے اضلاع ہیں اور ۱ \angle $ب$ ،

۲۲۔ ایک کیسان مستطیل پترے $۱ ب ج د$ کی کثافت اضافی ک ہے اور اس کا ایک کونہ ۱ پانی کی سطح کے نیچے گہرائی ج پر ثابت کر دیا گیا ہے، کونے $ب$ اور ج سطح کے اوپر ہیں اور کونہ $د$ نیچے، پترا ۱ کے گرد بلا تکلف گھوم سکتا ہے۔ اگر $۱ ب = ۲ ب$ ، $۱ د = ۲ د$ اور $۱ ب$ مائع کی سطح سے زاویہ طہ بنائے جب کہ پترا متوازن ہو تو طہ معلوم کرنے کی مساوات درج ذیل کرو۔

۲۳۔ ایک مربع پترا جس کی کثافت کم ہے پانی میں اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کی سطح افق پر عمود ہے اور اس کا ایک راس پانی کی سطح سے نیچے ہے، پانی کی کثافت کم ہے، اگر $۹ کم < ۳۲ کم$ تو ثابت کرو کہ توازن کی تین حالتیں ہیں اور ان میں سے دو حالتوں میں کوئی قطر انتصابی نہیں ہے۔

۲۴۔ ایک ٹھوس نصف کرہ جو اپنی مستوی سطح کے ایک ثابت افقی قطر کے گرد بلا تکلف گردش کر سکتا ہے ایک ثابت نصف کرہ کی پیالہ میں خوب پھنس کر آتا ہے۔ پیالہ کی مستوی سطح متوازی الافق ہے اور اس کا مرکز ٹھوس نصف کرہ کے مرکز پر منطبق ہوتا ہے، اگر نصف کرہ کسی زاویہ میں سے گھمایا جائے اور تب پیالہ کو ایک

ایسے مائع سے بھرا جائے جس کی کثافت اضافی ٹھوس کی کثافت اضافی سے دگنی ہو تو ثابت کرو کہ ٹھوس نصف کردہ ہمیشہ توازن کی حالت میں رہے گا۔

۲۵۔ ایک ٹھوس اسطوانہ ایک بھاری زنجیر کے ذریعہ انتصاباً لٹک رہا ہے اور اس کا کچھ حصہ پانی کے ایک بڑے برتن میں ڈوبا ہوا ہے، زنجیر ایک چکنی چرخی کے اوپر سے گذرتی ہے اور اُسکے آزاد سرے والے حصے کا وزن نظام میں توازن پیدا کرتا ہے، اگر اسطوانہ کا قطر مناسب طول کا لیا جائے تو ثابت کرو کہ اسطوانہ کا توازن تعدیلی ہو گا یعنی یہ نظام متوازن رہے گا خواہ اسطوانہ کا کوئی طول پانی میں غرق ہو۔

۲۶۔ ایک کرے کے اوپر ایک نصف کردی پیالہ ساکن ہے، کرے کا نصف قطر پیالہ کے نصف قطر سے دو چند ہے، اگر پیالہ میں آہستہ آہستہ پانی ڈالا جائے تو ثابت کرو کہ قائم توازن اس وقت تک بحال رہے گا جب تک کہ پانی کا وزن پیالہ کے وزن کا نصف نہ ہو جائے۔



باب ششم

اجسام کی اضافی کثافتیں دریافت کرنے کے طریقے

۱۔ اس باب میں ہم مختلف اشیاء کی اضافی کثافتیں معلوم کرنے کے طریقوں پر بحث کریں گے۔

کسی شے کی کثافت اضافی بجا پانی کے وہ نسبت ہے جو اس شے کے وزن کو اس کے مساوی الحجم پانی کے وزن کے ساتھ ہو۔

کثافت اضافی دریافت کرنے کے مشہور طریقے آلات مندرجہ ذیل کے استعمال پر مبنی ہیں

(۱) کثافت اضافی معلوم کرنے کی بوتل

(۲) آبی میزان

(۳) مائع پیم

(۴) لانگلی

ان چاروں طریقوں پر ہم بالترتیب بحث کریں گے۔

۲۔ کثافت اضافی کی بوتل - یہ ایک معمولی بوتل

ہوتی ہے جس کے اندر مائع کی ایک معلوم مقدار آ سکتی ہے، یہ

بوتل دو طرح کی ہوتی ہے، پہلی قسم میں بوتل کا منہ کھلا ہوتا ہے

اور اس کی گردن پر ایک نشان لگا ہوا ہوتا ہے، بوتل کو

ہمیشہ ٹھیک اس نشان تک بھرا جاتا ہے، دوسری قسم کی بوتل میں اس کے منہ پر ایک شیشے کی ایک پھنس کر آنے والی ڈاٹ ہوتی ہے جس کے اندر ایک باریک سوراخ ہوتا ہے، جب بوتل کو مائع سے بھر کر ڈاٹ اچھی طرح لگائی جاتی ہے تو زائد مائع اُس چھوٹے سوراخ کے راستہ پچک کر باہر نکل جاتا ہے۔

(۱) کسی مائع مفروضہ کی کثافت اصفانی معلوم کرو۔

فرض کرو کہ خالی بوتل کا وزن (مع ڈاٹ) جبکہ اس کے اندر کی ہوا خارج کر دی گئی ہے وہ ہے جب اسکو پانی سے بھر دیا جاتا ہے اور ڈاٹ لگا دی جاتی ہے تو فرض کرو کہ وزن دہ ہوتا ہے

جب اس کو مائع زیر بحث

بھرا جاتا ہے تو فرض کرو کہ

اس کا وزن دہ ہوتا ہے۔

تب دہ = دہ = اتنے پانی کا

وزن جو بوتل کو عین بھردیتا ہے

اور دہ = دہ = اتنے مائع کا

وزن جو بوتل کو عین بھردیتا ہے۔ چونکہ مائع اور پانی کے مساوی

حجموں کے اوزان بالترتیب دہ - دہ اور دہ - دہ ہیں اس لئے

دفعہ ۱۴ کے بموجب

$$\text{مائع کی کثافت اصفانی} = \frac{\text{دہ} - \text{دہ}}{\text{دہ} - \text{دہ}}$$

(۲) ایک ایسے ٹھوس جسم کی کثافت اصفانی معلوم کرو جو پانی میں حل نہیں ہوتا جسم کو توڑ کر اسکے چھوٹے چھوٹے ٹکڑے کر دو جو آبسانی



بوتل کے اندر جاسکیں اور فرض کرو کہ ان ٹکڑوں کا مجموعی وزن و ہے، ٹکڑوں کو بوتل کے اندر ڈالو، پھر بوتل کو پانی سے بھر کر اوپر سے ڈاٹ لگا دو اور بوتل کو تولو، فرض کرو کہ یہ وزن و ہے، نیز فرض کرو کہ جب بوتل صرف پانی سے بھری ہوئی ہو تو اس کا وزن و ہوتا ہے۔

تب $و + و =$ کل جسم کا وزن + پانی سے بھری ہوئی بوتل کا وزن
اور $و =$ کل جسم کا وزن + پانی سے بھری ہوئی بوتل کا وزن
- جسم کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن

لہذا اعلیٰ تفریق سے

$و + و =$ ہٹائے ہوئے پانی کا وزن
اسلئے و اور و + و - و بالترتیب جسم اور پانی کے مساوی جموں کے وزن ہیں۔

پس مطلوبہ کثافتِ امنانی $= \frac{و}{و + و}$

طریقہ مذکورہ بالا پر عمل کرتے وقت چند امور کا لحاظ رکھنا چاہیئے اور ان کے مطابق نتائجِ محصلہ میں تصحیح کرنی چاہیئے (۱) پانی کسی خاص تپش پر ہونا چاہیئے بلحاظ سہولت ۱۶ سنتی گریڈ پر مناسب ہوگا۔

(۲) درہل تو لئے کامل غلامیں کرنا چاہیئے، کیونکہ جیسا دفعہ ۶۲ میں بتایا جا چکا ہے کہ اگر ہوا کی ان مقداروں میں جن کو باٹ اور جسم جداگانہ ہٹاتے ہیں کوئی اختلاف ہوگا تو یہ اختلاف تجربہ کے نتائج کی عمدگی اور صحت پر اثر ڈالے گا، فی الحقیقت تو لئے کامل ہوا میں کیا جاتا ہے اور بعد ازاں مناسب تصحیح کرنی جاتی ہے۔

۷۳۔ اگر جسم ایسا ہو جو پانی کے اندر گھل جائے مثلاً شکر تو اسکو ایک ایسے مائع میں تو لٹا جائیے جس میں یہ گھل نہ سکے اور اس کی کثافتِ اصنافی پہلے بلحاظ اس مائع کے معلوم کر لینی چاہیے، شکر کی صورت میں الکحل کا استعمال نہایت مناسب ہوگا۔ پوٹاسیم پانی کو پھاڑ دیتی ہے اس لئے اسکو نشتہ میں تو لٹا چاہیے۔ دفعہ ماقبل کے طریقِ کتابت کے بموجب

پوٹاسیم کی کثافتِ اصنافی

و

$$\frac{\text{اس مائع کی کثافتِ اصنافی}}{\text{د + و - د}} =$$

اب اگر اس مائع کی کثافتِ اصنافی بلحاظ پانی کے معلوم ہو تو جسم مذکور کی کثافتِ اصنافی بلحاظ پانی کے معلوم ہو سکتی ہے۔ ۷۴۔ مشق ۱۔ ایک کثافتِ اصنافی کی بوتل کا وزن جب یہ پانی سے بھری ہوئی ہو ۱۰۰۰ گرین ہے، اگر بوتل کے اندر ۳۵۰ گرین وزن کی کوئی پسی ہوئی شے ڈالی جائے تو اس کا وزن ۱۲۵۰ گرین ہو جاتا ہے، سفوف کی کثافتِ اصنافی معلوم کرو۔

یہاں ۱۲۵۰ گرین = ۱۰۰۰ گرین + سفوف کا وزن۔ ہٹائے ہوئے

پانی کا وزن

نہ ہٹائے ہوئے پانی کا وزن = اس شے کا وزن - ۲۵۰ گرین

= ۱۰۰ گرین

$$\text{مطلوبہ کثافتِ اصنافی} = \frac{\text{شے کا وزن}}{\text{ہٹائے ہوئے پانی کا وزن}} = \frac{۳۵۰ \text{ گرین}}{۱۰۰ \text{ گرین}} = ۳.۵$$

مشق ۲۔ اگر ہوا کے وزن کو نظر انداز کیا جائے تو کثافتِ اصنافی

کی بوتل سے ایک ٹھوس جسم کی کثافت اضافی کب معلوم ہوتی ہے جس صورت میں ہوا کی کثافت اضافی ع کو بھی ملحوظ رکھا جائے تو ثابت کرو کہ جسم مذکور کی اصلی کثافت اضافی ک - ع (ک - ا) ہے فرض کرو کہ جسم کی اصلی کثافت اضافی ک ہے اور حجم ح ہے اس پانی کا حجم ہے جو بوتل کے اندر آ سکتا ہے نیز فرض کرو کہ اس شے کی کثافت اضافی جس سے تولنے کے باٹ بنائے گئے ہیں ک ہے اور پانی کے حجم کی اکائی کا وزن حسب معمول د ہے۔

تب چونکہ و، و، اور و ظاہری وزن ہیں جو حسب دفعہ ۷۲ معلوم کئے گئے ہیں اس لئے بوتل کا وزن ہوا میں + پانی کا وزن ہوا میں = و کا وزن ہوا میں

یعنی بموجب دفعہ ۶۳ بوتل کا وزن ہوا میں + ح د (ا - ع)

$$= و (ا - ح) \dots (۱)$$

پس بوتل کا وزن ہوا میں + پانی کے (ح - ح) حجم کا وزن ہوا میں + جسم کے ح حجم کا وزن ہوا میں = و کا وزن ہوا میں

یعنی بوتل کا وزن ہوا میں + (ح - ح) د (ا - ع)

$$+ ح د (ک - ع) = و (ا - ح) \dots (۲)$$

مسادات (۱) کو مساوات (۲) میں سے تفریق کرنے سے

$$- ح د (ا - ع) + ح د (ک - ع) = و (ا - ح) (۱ - ح)$$

$$یعنی ح د (ک - ا) = و (ا - ح) (۱ - ح) \dots (۳)$$

نیز چونکہ جسم کا وزن ہوا میں = و کا وزن ہوا میں

$$: ح د (ک - ع) = و (ا - ح) \dots (۴)$$

(۳) کو (۴) پر تقسیم کرنے سے

$$\frac{\text{ک} - ۱}{\text{ک} - ۵} = \frac{\text{و} - ۱}{\text{و}}$$

اب دفعہ ۲، (۲) سے ہمیں معلوم ہے کہ

$$\frac{\text{و}}{\text{و} + (\text{و} - ۱)} = \text{ک}$$

$$\therefore \text{و} - \text{و} = \text{و} \times \frac{\text{ک} - ۱}{\text{ک}}$$

$$\therefore \frac{\text{ک} - ۱}{\text{ک}} = \frac{\text{ک} - ۱}{\text{ک}}$$

$$\therefore \text{ک} \times \text{ک} - \text{ک} = \text{ک} \times \text{ک} - \text{ک} - \text{ک} + \text{ک}$$

$$\text{یعنی ک} = \text{ک} - \text{ک} (\text{ک} - ۱)$$

امثلہ نمبری ۱۷

۱۔ کثافت اضافی کی ایک بوتل کا وزن ۹۵ وء گرین ہے، جب اسکو پانی سے بھرا جائے تو اس کا وزن ۱۸۷ و ۴۳ گرین ہوتا ہے اور جب ایک دوسرے مائع سے بھرا جائے تو ۱۴۲ و ۷۱ گرین ، مؤخر الذکر مائع کی کثافت اضافی دریافت کرو۔

۲۔ کچھ باٹوں سے کثافت اضافی کی ایک خالی بوتل کا دھڑا کر لیا گیا ہے اگر اس کو پانی سے بھر کر تو لاجائے تو ان میں ۹۸۳ گرین کا اضافہ کرنا پڑتا ہے۔ لیکن اگر اس میں پانی کی بجائے الکحل بھر کر تو لا جائے تو صرف ۷۷۳ گرین کا اضافہ کرنا پڑتا ہے، الکحل کی کثافت

اضافی معلوم کرو۔

۳۔ کثافت اضافی کی ایک بوتل کو جب پانی سے بھر کر تولا جائے تو اس کا وزن ۴۴ گرام ہوتا ہے لیکن جب اس بوتل میں کچھ لوہے کے ٹکڑے جنکا وزن ہو ۱۰ گرام ہے ڈالے جائیں اور پھر بوتل کو پانی سے بھر کر تولا جائے تو مجموعی وزن ۵۲.۷ گرام ہوتا ہے لوہے کی کثافت اضافی دریافت کرو۔

۴۔ کثافت اضافی کی ایک بوتل کا وزن جو پوری پانی سے بھری ہوئی ہے ۳۸.۲ گرام ہے، جب اس میں کسی ٹھوس شے کے ۲۲.۳ گرام ڈال کر اسکو تولا جاتا ہے تو کل وزن ۴۹.۸ گرام ہوتا ہے، ٹھوس شے کی کثافت اضافی دریافت کرو۔

۵۔ اگر کثافت اضافی کی ایک بوتل کو پانی سے پورا بھر کر تولا جائے تو اس کا وزن ۲۱۲ گرین ہوتا ہے، جب اس میں دھات کے ۵۰ گرین ڈال دئے جائیں اور زائد پانی کو نکل جانے دیا جائے تو اس کا وزن ۲۵۴ گرین ہوتا ہے، دھات کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۶۔ اگر ہوا کے اثر کو نظر انداز کر کے کسی مائع کی ظاہری کثافت اضافی، کثافت اضافی کی بوتل کے ذریعہ معلوم کی جائے تو ثابت کرو کہ اصلی کثافت اضافی دریافت کرنے کے لئے اسی تصحیح کی ضرورت ہوگی جو دفعہ ۴، مشق (۲) میں کی گئی ہے۔

۵۔ آبی میزان - یہ ایک معمولی ترازو ہوتی ہے فرق صرف اس قدر ہے کہ اس کے ایک پلڑے کی سیخیں جن سے یہ پلڑا لٹکا ہوتا ہے دوسرے پلڑے کی سیخوں کی نسبت چھوٹی ہوتی ہیں۔

اس وجہ سے اس میزان کا ایک پلڑا دوسرے پلڑے کی نسبت اونچا رہتا ہے، اس اونچے پلڑے کے نیچے ایک کانٹھا لگا ہوتا ہے جس کے ساتھ کوئی شے باندھ دی جاسکتی ہے۔ (۱) ایک ایسے جسم کی کثافت اخلاقی معلوم کرو جو پانی میں ڈوبا جاتا ہے۔

فرض کرو کہ حسب معمول ہوا میں تو لنے سے جسم کا وزن و ہے، اب جسم کو ایک مضبوط ڈوری سے اُس کانٹے کے ساتھ لٹکا دو جو اونچے پلڑے کے پینڈے میں لگا ہوا ہے اور جسم کو پانی کے ایک برتن کے اندر اس طرح بلا تکلف لٹکنے دو کہ جسم پانی کے اندر پورا ڈوبا رہے، تب دوسرے پلڑے میں باٹ رکھتے جاؤ حتیٰ کہ میزان کی ڈنڈی پھر افق کے متوازی ہو جائے خیال رہے کہ جسم پانی کے اندر پورا ڈوبا رہے۔

فرض کرو کہ ان باٹوں کے وزن کا مجموعہ و ہے۔

تب و = جسم کا ظاہری وزن پانی میں = جسم کا اصلی وزن
- ہٹائے ہوئے پانی کا وزن

= د - ہٹائے ہوئے پانی کا وزن

= و - ہٹائے ہوئے پانی کا وزن

نیز چونکہ جسم کا وزن و ہے اس لئے مطلوبہ کثافت اخلاقی

= $\frac{D}{V}$
اگر وہ مائع جو استعمال کیا گیا ہے پانی نہ ہو بلکہ کوئی اور سیال ہو تو

$$\frac{\text{و} = \text{جسم کی کثافت اضافی}}{\text{و} - \text{و}} = \text{اُس مائع کی کثافت اضافی}$$

اس سے ثابت ہوا کہ جسم اور مائع مستعملہ کی اضافی کثافتوں کی نسبت وہی ہوتی ہے جو جسم کے اصلی وزن کو اُس کمی کے ساتھ ہو جو مائع مفروض کے اندر جسم کو تولنے سے اسکے اصلی وزن میں واقع ہوتی ہے۔

(۲) ایک ایسے جسم کی کثافت اضافی معلوم کرو جو پانی میں تیرتا ہے۔

اس صورت میں جسم مذکور کو کسی ایسے جسم کے ساتھ باندھ دینا چاہیے کہ دونوں ملکر پانی کے اندر ڈوب جائیں، موخرالذکر جسم کو لنگر کہتے ہیں۔

فرض کر دو کہ اکیلے جسم کا وزن W ہے اور لنگر کا وزن w ہے نیز جسم اور لنگر کا مجموعی وزن پانی کے اندر تولنے سے $W + w$ ہے اور اکیلے لنگر کا وزن پانی میں تولنے سے w ہے۔

تب $W =$ لنگر اور جسم دونوں کا اصلی وزن۔ لنگر اور جسم کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن (دفعہ ۶۲)

$W + w =$ جسم اور لنگر دونوں کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن

اسلئے $W + w - w =$ لنگر اور جسم دونوں کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن (۱)

یعنی $W =$ محض لنگر کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن (۲)

لہذا تفریق کرنے سے

$$\begin{aligned} \text{و- و} + \text{و} &= \text{محض جسم کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن} \\ \text{نیز چونکہ جسم کا اصلی وزن} &= \text{و} \\ \text{اس لئے جسم کی مطلوبہ کثافت اضافی} &= \frac{\text{و}}{\text{و- و} + \text{و}} \end{aligned}$$

[نوٹ۔ یاد رہے کہ اس جواب میں و شامل نہیں ہے جو لنگر کا وزن ہے پس علی تجرہ میں اس کے معلوم کرنے کی کوئی ضرورت نہیں]

(۳) ایک دئے ہوئے مانع کی کثافت اضافی معلوم کرو۔
ایک ایسا جسم لوجوئے ہوئے مانع اور پانی دونوں میں حل نہ ہوتا ہو اور فرض کرو کہ اس کا اصلی وزن و ہے۔
جب اس کو حسب معمول آبی میزان کے چھوٹے پلڑے سے لٹکا کر پانی کے اندر تو لاجائے تو فرض کرو کہ اس کا ظاہری وزن و ہے پانی کی بجائے دئے ہوئے مانع کے اندر اسی طرح تولنے سے فرض کرو کہ اس کا ظاہری وزن و ہے۔

تب و = جسم کا وزن - ہٹائے ہوئے پانی کا وزن
اور و = جسم کا وزن - ہٹائے ہوئے مانع کا وزن
اس لئے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن = و- و
اور ہٹائے ہوئے مانع کا وزن = و- و
اس لئے و- و اور و- و بالترتیب مانع زیر بحث اور پانی کے مساوی عجموں کے وزن ہیں۔

$$\therefore \frac{\text{و- و}}{\text{و- و}} = \text{مطلوبہ کثافت اضافی}$$

۷۷۔ جولی کی میزان

میزان ایک لمبی پیچدار کمائی پر مشتمل ہوتی ہے جسکے نیچے کے سرے کے ساتھ ایک دوسرے کے اوپر دو پلڑے لگے ہوتے ہیں اس کو اس طرح رکھا جاتا ہے کہ نیچے کا پلڑا پانی کے اندر ڈوبا رہتا ہے، کمائی کے بالمقابل ایک لمبی درجہ بندی کی ہوئی پٹری لگی ہوتی ہے، اس ترازو کا استعمال اس طرح کرتے ہیں، اس جسم کو جسکی کثافت اصنافی معلوم کرنا مقصود ہوتا ہے اوپر کے پلڑے میں رکھتے ہیں اور جس درجہ تک کمائی کھینچ جاتی ہے اس کو مقابل کی پٹری پر دیکھ لیتے ہیں تب جسم کی بجائے باٹ رکھ کر دیکھتے ہیں کہ مذکورہ بالا درجہ تک کھینچاؤ پیدا کرنے کے لئے کتنے وزن کی ضرورت ہوتی ہے، اس طرح سے جسم کا

وزن معلوم ہو جاتا ہے، بعد ازاں جسم کو پانی کے اندر نیچے کے پلڑے میں رکھ دیتے ہیں۔ ظاہر ہے کہ کمائی اوپر اٹھ جائیگی اور اس کو کھینچاؤ کے اُسی درجہ پر لانے کے لئے اوپر کے پلڑے میں مزید وزن رکھنے کی ضرورت پڑے گی جو مزید وزن اس طرح سے رکھنا پڑیگا وہ صریحاً جسم کے وزن کی اُس کمی کو ظاہر کرے گا جو جسم مذکور کو پانی کے اندر توڑنے سے اسکے اصلی وزن میں واقع ہوتی ہے یعنی بالفاظ دیگر یہ وزن ہٹائے ہوئے پانی کے وزن کو ظاہر کریگا



اب ہمیں جسم کا اصلی وزن اور ہٹائے ہوئے پانی کا وزن دونوں معلوم ہو گئے جن سے کثافت اضافی معلوم ہو سکتی ہے۔
۷ کے میسج ۱ - تاجبے کے ایک ٹکڑے کا وزن ہوا میں ۹۰۰۰ گرام ہے، جب اس کو پانی کے اندر تو لیا جاتا ہے تو اس کا وزن ۵۴۷۸ گرام رہ جاتا ہے، اس کی کثافت اضافی معلوم کر دو۔

یہاں ۷۸۷۵ گرام = ۹۰۰۰ گرام۔ اس پانی کا وزن جس کو
تانبہ ہٹا دیتا ہے

∴ رٹائے ہوئے پانی کا وزن = ۱۰۱۲۵۵ گرام

$$\therefore \text{کثافت اصفافی مطلوبه} = \frac{9000}{101250} = 88.8$$

مشق ۳ - پلاٹی نم کے ایک گولے کا وزن ہو ایس ۲۰۵.۸۶ اونس ہے، پانی میں ۱۹۵.۸۶ اور گندھک کے تیزاب میں ۱۹۵.۳۶ پلاٹی نم اور گندھک کے تیزاب کی اصنافی کثافتیں معلوم کرو۔

پلاٹی نم کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن = ۲۰۵.۸۶ - ۱۹۵.۸۶ = ۱۱ اونس
پلاٹی نم کے ہٹائے ہوئے تیزاب کا وزن

$$۱۵۵ = ۱۹۵.۳۶ - ۲۰۵.۸۶ = \text{اونس}$$

$$\text{اس لئے پلاٹی نم کی اصنافی کثافت} = \frac{۲۰۵.۸۶ \text{ اونس}}{۱ \text{ اونس}} = ۲۰۵.۸۶$$

$$\text{اور گندھک کے تیزاب کی اصنافی کثافت} = \frac{۱۵۵ \text{ اونس}}{۱ \text{ اونس}} = ۱۵۵$$

۸۔ اگر وہ جسم جسکی کثافت اصنافی معلوم کرنا مقصود ہے پانی میں گھل جانے والا ہو جیسے شکر یا پانی کو جذب کرنے والا ہو تو اس کے اوپر موم کی تہ چڑھائی جاسکتی ہے۔

مشق - ۶۸ گرام شکر کے اوپر ۱۱ گرام موم کی تہ چڑھائی گئی ہے موم کی کثافت اصنافی ۸۸ ہے، اگر دونوں کا مجموعی وزن پانی میں $\frac{1}{4}$ ۳۶ گرام ہو تو شکر کی کثافت اصنافی معلوم کرو۔

اُس پانی کا وزن جسکو شکر اور موم دونوں ہٹاتے ہیں

$$= ۱۱ + ۶۸ - ۳۶ \frac{1}{4} = ۵۲ \frac{1}{4} \text{ گرام}$$

اور صرف موم کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن

$$= ۱۱ \times \frac{1}{۸۸} = ۱۲ \frac{1}{4} \text{ گرام}$$

∴ اس پانی کا وزن جسکو صرف شکر ہٹاتی ہے

$$= \frac{1}{4} \times 52 - \frac{1}{4} \times 12 = 30 \text{ گرام}$$

∴ شکر کی کثافت اضافی = $\frac{78}{4} = 19.5$

امثلہ نمبری ۱۸

[امثلہ ۱ تا ۱۷ میں ہوا کی کثافت اضافی کو نظر انداز کیا گیا ہے]

۱۔ اگر ایک جسم کا وزن ہوا میں ۷۳۲ گرام ہو اور پانی میں ۲۵۲ گرام تو اُس کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۲۔ سُرَبی شیشے کے ایک ٹکڑے کا وزن ہوا میں ۲۵۴ اونس ہے اور پانی میں ۱۷۶ اونس، اس کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۳۔ نیلے تھو تھے کے ایک ٹکڑے کا وزن ہوا میں ۳ اونس ہے اور تاربین کے تیل میں ۱۲۸۶ اونس، اگر تاربین کے تیل کی کثافت اضافی ۸۸ ہو تو نیلے تھو تھے کی کثافت اضافی دریافت کرو۔

۴۔ پوٹاسیم پانی کو بچاڑ دیتی ہے، اس کی کثافت اضافی معلوم کرنے کے لئے اس کے ایک ٹکڑے کو جس کا وزن ہوا میں ۴۳۲.۵ گرام ہے نفتہ کے اندر تو لا گیا ہے، نفتہ میں اس کا وزن ۹ گرام ہے، اگر نفتہ کی کثافت اضافی ۸۴.۷ ہو تو پوٹاسیم کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۵۔ سیسے کے ایک ٹکڑے کا وزن پانی میں ۳۰ گرین ہے، اسکو لکڑی کے ایک ٹکڑے کے ساتھ باندھا گیا ہے جس کا وزن ہوا میں ۲۰ گرین ہے، دونوں کا وزن پانی میں ۲۰ گرین ہے، لکڑی کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۶۔ ایک ٹھوس جسم کا وزن جو پانی میں تیر سکتا ہے ۴ پونڈ ہے، اس کے ساتھ ایک وزنی دہات باندھ کر دونوں کو پانی میں تو لگایا ہے اور ان دونوں کا وزن ۶ پونڈ ہے، صرف دہات کا وزن پانی میں ۸ پونڈ ہے، ٹھوس جسم کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۷۔ ایک جسم کے ساتھ جسکا وزن ۳۰۰ گرام ہے اور کثافت اضافی ۵ ہے ایک دوسرا جسم باندھ کر دونوں کو اکٹھا پانی میں تو لگایا ہے اور یہ وزن ۲۰۰ گرام ہوتا ہے، اگر ساتھ بندھے ہوئے جسم کا وزن ۲۰۰ گرام ہو تو اس کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۸۔ شیشے کے ایک ٹکڑے کا وزن ہوا میں ۴ گرام ہے، پانی میں ۲۲ گرام، الکل میں ۸ و ۲۵ گرام، الکل کی کثافت اضافی دریافت کرو۔

۹۔ سیسے کی ایک گولی کا وزن ہوا میں ۹ - ۱۵ اونس ہے اور زیتون کے تیل میں ایک اونس، اگر سیسے کی کثافت اضافی ۴ و ۱۱ ہو تو زیتون کے تیل کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۱۰۔ شیشے کے ایک گیند کا وزن ہوا میں ۸ و ۶۵ گرام ہے، پانی میں ۸ و ۶۵ گرام اور گندھک کے تیزاب میں ۶ و ۲۹ گرام، تیزاب کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۱۱۔ شکر کے ایک ڈھیلے کا وزن ۴۰ گرام ہے، اس کے گرد ۶ و ۵ گرام موم کی تہ چڑھائی گئی ہے جس کی کثافت اضافی ۶ و ۹ ہے، اگر موم اور شکر دونوں کا مجموعی وزن پانی میں ۶ و ۱۴ گرام ہو تو شکر کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۱۲۔ تانبے کے ایک ٹکڑے کا وزن ہوا میں ۲ و ۷ گرام ہے، اسکے

ادپر موم کی تہ چڑھائی گئی ہے جس کا وزن ۱۸ گرام ہے اور جس کی کثافت اضافی ۹ ہے، اگر دونوں کا مجموعی وزن پانی میں ۶۲ گرام ہو تو تانے کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۱۳۔ سنگ مرمر کے ایک ٹکڑے کی کثافت اضافی ۲.۵ ہے، اس کا وزن پانی میں ۹۲ گرام ہے اور تارین کے تیل میں ۵.۵ گرام، تیل کی کثافت اضافی اور سنگ مرمر کے ٹکڑے کا حجم دریافت کرو۔

۱۴۔ ایک جسم دو حالتوں میں تو لایا گیا ہے، ایک مائع کی کثافت اضافی ۸ ہے اور دوسرے کی ۲، دونوں حالتوں میں جسم کے ظاہری وزن بالترتیب ۱۸ گرام اور ۱۲ گرام ہیں، جسم کا اصلی وزن اور کثافت اضافی دریافت کرو۔

۱۵۔ ایک جسم کو خلا میں تولنے سے اس کا وزن معلوم کیا گیا ہے اور پھر ایک لنگر کو پانی میں تولنے سے معلوم ہوتا ہے کہ لنگر کا یہ وزن جسم کے اس وزن کا ۵ گنا ہے، نیز لنگر اور جسم دونوں کا مجموعی ظاہری وزن پانی میں جسم کے اسی وزن کا ۴ گنا ہے، جسم مذکور کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۱۶۔ ایک جسم کو ہوا اور پانی دونوں میں تو لایا گیا ہے، ہوائی وزن آبی وزن کا ۴ گنا ہے، جب اس کو کسی دوسرے سیال میں تو لاجاتا ہے تو جسم کا ظاہری وزن جو اس سیال میں ہے وہ آبی وزن کے ۳ کے مساوی ہے، دوسرے سیال کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۱۷۔ کہا جاتا ہے کہ انگلستان کے شاہان سٹوارٹ کا تاج جو شہزہوں صدی عیسوی میں توڑ دیا گیا خالص سونے کا بنا ہوا تھا۔ اس کی

کثافتِ اضافی ۱۹.۲ تھی اور وزن $\frac{1}{2}$ پونڈ، دریافت کرو کہ اس کا پانی میں کیا وزن ہوگا۔

اگر اس میں چاندی (کثافتِ اضافی = ۱۰.۵) کی آمیزش ہوتی اور اس کا وزن پانی میں $\frac{1}{4}$ پونڈ ہوتا تو بتاؤ اس میں ہر دہائی کی کیا کیا مقدار ہوتی۔

۱۸۔ ایک جسم کی کثافتِ اضافی آبی میٹان کے ذریعہ ک نکلتی ہے جبکہ تجربہ ہوا میں کیا جائے اور ہوا کے اثر کو نظر انداز کیا جائے۔ ثابت کرو کہ محصلہ کثافتِ اضافی اصلی کثافتِ اضافی سے بقدر ϵ (ک-۱) بڑی ہے جہاں ϵ ہوا کی کثافتِ اضافی کو تعبیر کرتا ہے۔

۷۹۔ مانع پیا

مانع پیا ایک لہ ہوتا ہے جسکو کسی مانع کے اندر تیرانے سے مانع مذکور کی کثافتِ اضافی معلوم ہو سکتی ہے، مانع پیا کئی طرح کا ہوتا ہے لیکن یہاں ہم صرف دو قسموں کا ذکر کریں گے۔

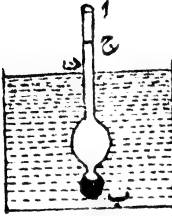
(۱) معمولی مانع پیا اور (۲) نکلسن کا مانع پیا

۸۰۔ معمولی مانع پیا۔ اس آلہ میں شیٹے کی ایک ڈنڈی ہوتی ہے جس کے ایک سرے پر ایک یا دو جوف ہوتے ہیں، نیچے کے جوف میں پارہ بھرا ہوتا ہے جسکی وجہ سے تیرتے وقت مانع پیا کی ڈنڈی انتہائی سمت میں کھڑی رہتی ہے۔

کسی مانع مفروضہ کی کثافتِ اضافی معلوم کرو۔

مانع مفروضہ میں مانع پیا کو ڈال دو اور فرض کرو کہ یہ آلہ نقطہ ن تک مانع کی سطح کے اندر ڈوب جاتا ہے، جب اس کو پانی

میں ڈبوایا جاتا ہے تو فرض کرو کہ یہ پانی کے اندر نقطہ ج تک ڈوب جاتا ہے۔



فرض کرو کہ مائع پیم کا کل حجم H ہے اور ڈنڈی کی عمودی تراش کا رقبہ A ہے جو ڈنڈی کے کل طول پر یکساں ہے۔

جب مائع پیم کو پہلے مائع کے اندر ڈالا جاتا ہے تو ڈنڈی کے اُس حصہ کا طول جو مائع کے باہر رہتا ہے h ہے اور حجم $A \times h$ ہے، پس جو حجم دئے ہوئے مائع کے اندر غرق ہے وہ $H - A \times h$ ہے۔

اسی طرح سے جب اسکو پانی میں رکھا جاتا ہے تو غرق شدہ حجم $H - A \times h$ ہے۔

دونوں صورتوں میں ہٹائے ہوئے مائع کے وزن مائع پیم کے وزن کے مساوی ہیں، یعنی دو حالتوں میں ہٹائے ہوئے مائع کے اوزان باہم مساوی ہیں۔

اسلئے اگر مائع زیر غور کی کثافت اضافی ض ہو تو

$$(H - A \times h) \times \text{ض} = H - A \times h$$

$$\therefore \text{ض} = \frac{H - A \times h}{H - A \times h}$$

بازار میں جو معمولی مائع پیم فروخت ہوتے ہیں ان کی ڈنڈیوں پر

بالعموم درجے لگے ہوتے ہیں اور ہر نشان کے مقابل اُس مائع کی کثافت اضافی لکھی ہوتی ہے جس کے اندر مائع پیم اُس خاص نشان تک ڈوب جاتا ہے۔

اگر ہم ایک ایسا مائع پیم بنانا چاہیں جس سے ہر قسم کے مائع کی کثافت اضافی دریافت ہو سکے تو اس کی ڈنڈی غیر معمولی طور پر لمبی رکھنی پڑے گی اس دشواری کے خیال سے مائع پیم تین طرح کے بنائے جاتے ہیں ایک وہ جو بالخصوص پانی سے بہت ہلکے مائع کی اضافی کثافت معلوم کرنے کے لئے موزون ہوتے ہیں دوسرے وہ جو درمیانی مائع کے لئے موزون ہیں اور تیسرے وہ جو بہت بھاری مائع کی کثافت اضافی دریافت کرنے میں کام آتے ہیں۔

۸۱ - فرض کرو کہ مائع پیم کی ڈنڈی (ممدودہ بشرط ضرورت) پر و ایک ایسا نقطہ ہے کہ ڈنڈی کے طول ۱ و کا حجم ح ہے جہاں ح مائع پیم کا کل حجم ہے۔

$$\text{اسلئے } ح = ۱ \times ۱ و$$

تب دفعہ ماقبل کے نتیجہ کی رو سے

$$\frac{ح - ۱ \times ۱ و}{ح - ۱ \times ۱ و} = ض$$

$$\frac{۱ \times ۱ و - ۱ \times ۱ و}{۱ \times ۱ و - ۱ \times ۱ و} =$$

$$\frac{وج}{ون} =$$

۱
ج
ن
و

• دن = $\frac{\text{وج}}{\text{ض}}$

اس لئے نظری طور پر مانع پیم کی درجہ بندی یوں ہو سکتی ہے، فرض کرو کہ ج وہ نقطہ ہے جہاں تک مانع پیم پانی میں تیرتا ہے اور ڈنڈی پر یا محدود ڈنڈی پر ایک نقطہ وایسا ہے کہ ڈنڈی کے طول وج کا حجم پانی کے افس حجم کے مساوی ہے جس کو مانع پیم پانی میں تیرنے وقت ہٹاتا ہے، تب کسی معلوم کثافت اضافی ض کے نشان کا مقام ن ذیل کی مساوات سے معلوم ہو سکتا ہے

• دن = $\frac{\text{وج}}{\text{ض}}$

اس مساوات پر غور کرتے سے فوراً معلوم ہو جاتا ہے کہ اگر اضافی کثافتیں سلسلہ حسابیہ میں ہوں تو دن فاصلے سلسلہ موسیقیہ میں ہونگے اور برعکس اس کے اگر فاصلے دن سلسلہ حسابیہ میں ہوں تو اضافی کثافتیں سلسلہ موسیقیہ میں ہونگی۔

پس درجہ بندی کے لحاظ سے معمولی مانع پیم دو طرح کے ہوتے ہیں (۱) ٹوڈل کا مانع پیم جو انگلستان میں زیادہ استعمال ہوتا ہے اس میں ض کی قیمتیں سلسلہ حسابیہ کے موافق صعود کرتی ہیں، (مثلاً ۱، ۱.۲۵، ۱.۵، ۱.۷۵، ۲،) اور ان کے جواب میں فاصلے دن کی قیمتیں سلسلہ موسیقیہ میں نزول کرتی ہیں، اس طرح سے درجہ بندی کے نشانات جوں جوں ڈنڈی پر نیچے آتے جائیں گے ان کا باہمی فاصلہ کم ہوتا جائیگا۔

(۲) بوسے کا مانع پیم جبکہ استعمال یورپ کے دیگر ممالک میں

کیا جاتا ہے، اس میں دن کی قیمتیں سلسلہ حسابیہ میں ہوتی ہیں اس لئے درجہ بندی کے نشانات کے باہمی فاصلے برابر ہوتے ہیں اور ان کے متعلقہ ض کی قیمتیں سلسلہ موسیقیہ میں ہوتی ہیں۔

۸۲۔ مشق ۱۔ ایک معمولی مائع پیا کا کل حجم ۶ مکعب انچ ہے اور اس کی ڈنڈی کی تراش مربع شکل کی ہے جس کا عرض $\frac{1}{8}$ انچ ہے، یہ مائع پیا ایک مائع میں تیرتے وقت ۲ انچ سطح سے باہر رہتا ہے اور دوسرے مائع میں تیرتے وقت ۴ انچ دونوں مائعات کی اضافی کثافتوں کا مقابلہ کر دے۔ پہلے مائع میں غرق شدہ حجم $= 6 - 2 \times \frac{1}{8} = \frac{19}{8}$ مکعب انچ دوسرے مائع میں غرق شدہ حجم $= 4 - \frac{1}{8} = \frac{31}{8}$ مکعب انچ اس لئے اگر مائعات کی اضافی کثافتیں بالترتیب ض اور ض_۲ ہوں

$$\text{تو } \frac{19}{8} \text{ ض} = \frac{31}{8} \text{ ض}_۲$$

$$\therefore \frac{\text{ض}}{\text{ض}_۲} = \frac{31}{19}$$

مشق ۲۔ ایک معمولی مائع پیا کی ڈنڈی اسطوانہ کی شکل کی ہے اور درجہ بندی کا سب سے اوپر کا نشان کثافت اضافی اکو ظاہر کرتا ہے اور سب سے نیچے کا نشان ۲ اکو، بتاؤ کہ جو نشان ان دونوں کے عین درمیان میں ہوگا وہ کس کثافت اضافی کو تعبیر کریگا۔

دفعہ ۸۱ کے حروف اور علامات استعمال کرنے سے فرض کرو کہ اگر مائع کی کثافت اضافی ۱ ہو تو نقطہ ج مائع کی سطح میں ہوتا ہے اور اگر کثافت اضافی ۲ ہو تو نقطہ ن سطح میں ہوتا ہے۔

$$\text{یعنی } \text{دن} = \frac{\text{وج}}{152} \text{----- (۱)}$$

فرض کرو کہ ج ن کا نقطہ تصحیف ن ہے اور اس کے متعلقہ کثافت اضافی ک ہے

$$\text{اس لئے } \text{دن} = \frac{\text{وج}}{ک} \text{----- (۲)}$$

$$\therefore \frac{\text{وج}}{ک} = \text{دن}, \frac{۱}{ک} = (\text{وج} + \text{دن})$$

$$= \left[\frac{\text{وج}}{152} + \text{وج} \right] \frac{۱}{ک}$$

$$\therefore \frac{۱}{ک} = \frac{۵}{۹} + ۱ = \frac{۱۴}{۹}$$

$$\text{یعنی } ک = \frac{۱۴}{۹} = ۱.۵۵۵۵$$

یہ امر قابل غور ہے کہ یہ جواب ۱ اور ۱۵۲ کے ٹھیک درمیان میں نہیں ہے پس زیادہ عام طور پر اگر مائع پیمائش کے دو درجوں کی متعلقہ اضافی کثافتیں بالترتیب ض_۱ اور ض_۲ ہوں تو ان درجوں کے عین درمیانی نشان کی متعلقہ کثافت اضافی ض مساوات ذیل سے حاصل ہوگی

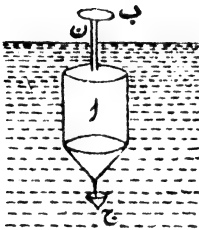
$$\frac{۱}{ک} = \frac{۱}{ک_۱} + \frac{۱}{ک_۲}$$

۸۳۔ نکلسن کا مائع پیمائش۔ اس آلہ میں دہات کا ایک مجوف

برتن لگایا ہوتا ہے جس کے اوپر ایک پتلی ڈنڈی کے ذریعہ ایک چھوٹا پلڑا ب لگا ہوتا ہے، اس پلڑے میں باٹ رکھے جاسکتے ہیں، مائع کے نچلے سرے پر ایک چھوٹی وزن دار پیالی یا ٹوپلی ہوتی ہے جس کو اس قدر بوجھل

بنایا جاتا ہے کہ تیرتے وقت آلہ کا توازن قائم رہتا ہے۔

یہ آلہ دو حالتوں کی اضافی کثافتوں کا مقابلہ کرنے اور نیز کسی ٹھوس جسم کی کثافتِ اضافی معلوم کرنے میں کام آتا ہے۔ اس کی ڈنڈی پر ایک نمایاں نشان N لگا ہوتا ہے، آلہ کے استعمال کا طریقہ یہ ہے کہ اس کے اوپر کے پلڑے میں اتنا وزن رکھتے ہیں جس سے کہ یہ نشان N دو حالتوں کی سطح میں آجائے جن کی اضافی کثافتوں کا مقابلہ کرنا مقصود ہوتا ہے۔



۱) کسی مانع کی کثافتِ اضافی معلوم کرو۔

فرض کرو کہ آلہ کا وزن

W ہے اور وہ وزن جو آلہ کو

دئے ہوئے مانع میں نقطہ N

تک ڈبوئے کے لئے پلڑے

میں رکھنا پڑتا ہے W_1 ہے، اسی طرح سے وہ وزن جو آلہ کو

نقطہ N تک پانی میں ڈبو سکتا ہے W_2 ہے۔

دفعہ ۵۷ کی رو سے ظاہر ہے کہ صورت اول میں $W + W_1$

آلہ کے ہٹائے ہوئے مانع کا وزن ہے۔

اسی طرح سے $W + W_2$ آلہ کے ہٹائے ہوئے پانی کے

وزن کے مساوی ہے، لہذا دئے ہوئے مانع اور پانی کے مساوی

حجموں کے وزن بالترتیب $W + W_1$ اور $W + W_2$ ہیں۔

$$\frac{W + W_1}{W + W_2} = \text{پس مطلوبہ کثافتِ اضافی}$$

(۲) ایک ٹھوس جسم کی کثافت اضافی دریافت کرو۔
 فرض کرو کہ آلہ کو نقطہ ن تک مائع میں ڈبونے کے لئے پلڑے
 ب میں وزن و رکھنا پڑتا ہے، اب اس وزن کو ہٹا کر پلڑے
 میں یہ ٹھوس جسم رکھ دو اور فرض کرو کہ آلہ کو ن تک
 ڈبونے کے لئے اس جسم کے علاوہ مزید وزن و کی ضرورت
 ہوتی ہے۔

تب صریحاً ٹھوس جسم کا وزن = و - و
 اب جسم کو پیالی ج میں پانی کے اندر رکھو اور فرض کرو کہ آلہ
 کو نقطہ ن تک ڈبونے کے لئے پلڑے ب میں و وزن
 رکھنا پڑتا ہے۔

ظاہر ہے کہ وزن و اور جسم کا وزن پانی کے باہر دونوں ملکر وہی اثر
 پیدا کرتے ہیں جو جسم کا وزن پانی کے اندر اور وزن و ملکر
 پیدا کرتے ہیں۔

∴ ٹھوس جسم کا وزن + و = جسم کا وزن پانی میں + و
 ∴ و - و = جسم کا وزن - جسم کا وزن پانی میں
 = جسم کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن (دفعہ ۱۲)

نیز و - و = جسم کا وزن
 اس لئے مطلوبہ کثافت اضافی = $\frac{و - و}{و}$
 غور کرنے سے معلوم ہو گا کہ نخلسن کے مائع پیمائش کے ہٹائے ہوئے
 مائع کا حجم مستقل ہوتا ہے اور معمولی مائع پیمائش کے ہٹائے ہوئے
 مائع کا وزن مستقل ہوتا ہے۔

۸۴۔ مشق یکلن کے مائع پیماس کو پانی میں معین نشان تک ڈبونے کے لئے اس کے اوپر کے پلڑے میں ۲۰۰ گرین رکھنے پڑتے ہیں، جب اس کے اوپر کے پلڑے میں پتھر کا ایک ٹکڑا رکھ دیا جاتا ہے تو اس کو نشان معینہ تک ڈبونے کے لئے مزید ۸۰ گرین کی ضرورت ہوتی ہے۔ اگر پتھر کے ٹکڑے کو نیچے کی پیانی میں رکھا جائے تو ۱۲۸ گرین درکار ہوتے ہیں، پتھر کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

اگر مائع پیماس کا وزن و گرین ہو تو ہٹائے ہوئے مائع کا وزن مساوی ہے۔

$$(۱) \quad ۲۰۰ + ۰$$

$$(۲) \quad ۸۰ + ۰ + \text{پتھر کا وزن}$$

$$(۳) \quad ۱۲۸ + ۰ + \text{پتھر کا وزن پانی میں}$$

$$\therefore ۲۰۰ + ۰ = ۸۰ + ۰ + \text{پتھر کا وزن}$$

$$= ۱۲۸ + ۰ + \text{پتھر کا وزن پانی میں}$$

$$\therefore ۱۲۰ = \text{پتھر کا وزن} \quad (۱)$$

$$۷۲ = \text{پتھر کا وزن پانی میں}$$

$$= ۱۲۰ - \text{پتھر کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن} \quad (۲)$$

$$\therefore \text{مطلوبہ کثافت اضافی} = \frac{\text{پتھر کا وزن}}{\text{پتھر کے ہٹائے ہوئے پانی کا وزن}} = \frac{۷۲}{۱۲۰ - ۱۲۰}$$

$$= \frac{۱۲۰}{۳۸} = \frac{۵}{۲۵۵}$$

امثلہ نمبری ۱۹

۱۔ ایک معمولی مائع پیماس کا وزن ۲ اونس ہے، اس کی درجہ بندی ۱ سے ۱۵۲

تک کی اضافی کثافتوں کے لئے کی گئی ہے آلہ کے اُن حصوں کے حجم مکعب انچوں میں دریافت کرو جو بالترتیب نشانات ۱، ۱۵۱ اور ۱۵۲ کے نیچے ہیں۔

۲۔ ایک معمولی مائع پیا کو جب پانی کے اندر چھوڑا جاتا ہے تو اس کے حجم کا $\frac{1}{9}$ ڈوب رہتا ہے اور جب اس کو دودھ میں چھوڑا جاتا ہے تو اس کے حجم کا $\frac{9}{10}$ ڈوب رہتا ہے، دودھ کی کثافت اضافی دریافت کرو۔
۳۔ ایک مائع پیا کو جب ایک ایسے سیال کے اندر چھوڑا جاتا ہے جس کی کثافت اضافی ۲۵ ہے تو اس کی ڈنڈی ۴ اینچ مائع کے باہر رہتی ہے، اور ۵۱ کثافت اضافی کے ایک دوسرے مائع میں ۸ اینچ مائع کہ ایک ایسے مائع میں جس کی کثافت اضافی ۳۵ ہو اسکی ڈنڈی مائع سے کتنی باہر رہیگی۔

۴۔ ایک مائع پیا کی درجہ بندی کا سب سے بخلا نشان ۶۱ کثافت اضافی کو تعبیر کرتا ہے، اگر سب سے اوپر کے نشان اور سب سے نیچے کے نشان کا درمیانی نقطہ ۵۳ کثافت اضافی کو تعبیر کرے تو سب سے اوپر کے نقطہ کے متعلق کثافت اضافی دریافت کرو۔

۵۔ ایک معمولی مائع پیا کا حجم ۱۲ مکعب سنتی میٹر ہے اور وزن ۹ گرام، اگر اس کو ۵۵ کثافت اضافی والے ایک سیال میں چھوڑا جائے تو بتاؤ کہ اسکا کثافت سیال کے باہر رہیگا۔

۶۔ ایک معمولی مائع پیا کے جوف کا کچھ حصہ کثرت استعمال سے گھس گیا ہے، اس وجہ سے یہ پانی کی کثافت اضافی ۱۰۰۲ ظاہر کرتا ہے بتاؤ کہ اس کے وزن کی کوئی کسر کم ہو گئی ہے۔

۷۔ ۱۔ ب اور ج تین سیال ہیں، ان تینوں میں ایک معمولی مائع پیا چھوڑا گیا ہے جس کی ڈنڈی ۱ میں ۲ اینچ باہر رہتی ہے، ب میں ۳ اینچ اور ج میں ۴ اینچ، اگر ۱ کی کثافت اضافی ۸ ہو اور ب کی ۸۵، تو ج کی کثافت اضافی دریافت کرو۔

۸۔ نخلسن کے ایک مائع پیا کا وزن ۸ اونس ہے، اس کو ایک سیال میں معین نشان تک ڈبونے کے لئے اس کے پلڑے میں ۲ اونس کا مزید وزن رکھنا پڑتا ہے اور دوسرے سیال میں اُسی نقطہ تک ڈبونے کے لئے ۵ اونس کا دو وزن سیالوں کی اضافی کثافتوں کا مقابلہ کرو۔

۹۔ ایک نخلسن کے مائع پیا کا وزن $۳\frac{۳}{۴}$ اونس ہے، دو مالکات میں اس کو ثابت نقطہ تک ڈبونے کے لئے اس کے پلڑے میں بالترتیب ۲ اونس اور $۲\frac{۳}{۴}$ اونس وزن رکھنے پڑتے ہیں، دونوں مالکات کی اضافی کثافتوں کا مقابلہ کرو۔

۱۰۔ ایک نخلسن کے مائع پیا کا وزن $۳\frac{۳}{۴}$ اونس ہے، اس کو ثابت نقطہ تک پانی میں ڈبونے کیلئے $۱\frac{۳}{۴}$ اونس وزن درکار ہوتا ہے، بتاؤ کہ اس کو اس نقطہ تک ۲۵۲ کثافت اضافی والے ایک سیال میں ڈبونے کے لئے کتنا وزن درکار ہوگا۔

۱۱۔ ایک نخلسن کے مائع پیا کو اس کے نقطہ معینہ تک ڈبونے کے لئے ۲۲ گرین درکار ہوتے ہیں، جب ایک ٹھوس شے اس کے اوپر کے پلڑے میں رکھی جاتی ہے تو صرف ۱۲ گرین مزید وزن کی ضرورت ہوتی ہے، جب اس شے کو اس کے نیچے کی پیالی میں مائع کے اندر رکھا جاتا ہے تو ۱۶ گرین کافی ہوتے ہیں، اس ٹھوس شے کی کثافت اضافی

معلوم کرو۔

۱۲۔ ایک نخلس کے مائع پیا کا اپنا وزن ۱۲۵۰ گرین ہے، جب ایک چھوٹا جسم اس کے اوپر کے پلڑے میں رکھا جاتا ہے تو آلہ کو اس کے نقطہ معینہ تک ڈبو نے کے لئے مزید ۵۳۰ گرین وزن پلڑے میں رکھنا پڑتا ہے، لیکن اگر جسم کو نیچے کی پیالی میں رکھا جائے تو ۶۲۰ گرین کی ضرورت ہوتی ہے، اس جسم کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۱۳۔ ایک نخلس کے مائع پیا میں باٹوں کی کثافت اضافی ۸ ہے اس کے اوپر کے پلڑے میں ۲ اونس وزن رکھتے سے مائع پیا جس نقطہ تک ڈوب جاتا ہے اس کو اسی نقطہ تک ڈبو نے کے لئے نیچے کی پیالی میں کتنا وزن رکھنا پڑے گا؟

۱۴۔ تجربہ میں ہوا کے اثر کو نظر انداز کر کے ایک جسم کی کثافت اضافی نخلس کے مائع پیا سے کم دریافت کی گئی ہے اگر ہوا کی کثافت اضافی ۱ ہے تو ثابت کرو کہ جسم کی اصلی کثافت اضافی کم - ۱ (ک - ۱) ہے نیز اگر جسم کا ظاہری وزن تجربہ سے و معلوم ہوا ہو تو اس کا اصلی وزن بھی معلوم کرو۔

فرض کرو کہ باٹوں اور جسم زیر بحث کی اصلی اضافی کثافتیں بالترتیب کم اور کم ہیں، اور د، و اور و کے وہی معنی ہیں جو وند ۸۳ میں تجویز ہو چکے ہیں، نیز فرض کرو کہ جسم اور آلہ کے اصلی وزن بالترتیب و اور و ہیں تب وند ۸۳ کے مطابق

$$و = و - و \text{ اور } کم = \frac{و - و}{و - و}$$

چونکہ تجربہ دفعہ ۸۳ کے طریقہ پر کیا گیا ہے

$$اسلئے و + و (۱ - \frac{ع}{ک}) = ہٹائے ہوئے پانی کا وزن$$

$$و + و (۱ - \frac{ع}{ک}) + و (۱ - \frac{ع}{ک}) = ہٹائے ہوئے پانی کا وزن$$

$$اور و + و (۱ - \frac{ع}{ک}) + و (۱ - \frac{ع}{ک}) = ہٹائے ہوئے پانی کا وزن$$

∴ عمل تفریق سے

$$(۱) \quad \dots\dots (۱ - \frac{ع}{ک}) (و - و) = (۱ - \frac{ع}{ک})$$

$$(۲) \quad \dots\dots (۱ - \frac{ع}{ک}) (و - و) = (۱ - \frac{ع}{ک})$$

لہذا تقسیم کرنے سے

$$ک = \frac{و - و}{و - و} = \frac{ک - ع}{۱ - ع}$$

$$\therefore ک = ع + ک (۱ - ع) = ک - ع (ک - ۱)$$

نیز (۱) سے

$$و = \frac{۱ - \frac{ع}{ک}}{۱ - \frac{ع}{ک}} = \frac{و (۱ - \frac{ع}{ک})}{ک - ع}$$

$$\frac{و (۱ - \frac{ع}{ک})}{ک (۱ - ع)} [ک - ع (ک - ۱)]$$

$$= [۱ + \frac{ک (۱ - ع)}{ک}] [۱ - \frac{ع}{ک}]$$

ہم نے ان حسابات میں اس ہوا کے وزن کو نظر انداز کر دیا ہے جس کو

مانع پیا کا وہ حصہ جو ڈوبا ہوا نہیں ہے ہٹاتا ہے، یہ مستقل رہتا ہے اس لئے و کی طرح ساداتوں (۱)، اور (۲) میں روکنا نہیں ہوتا۔

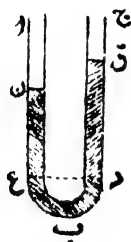
۱۵۔ غلامیں استعمال کرنے کے لحاظ سے ایک مانع پیا کی درجہ بندی صحیح ہے، ثابت کر دو کہ اگر اسکو ہوا میں استعمال کیا جائے اور ہوا کی کثافت اضافی کب ہو تو کسی شے کی محصلہ کثافت اضافی میں اس کی اصلی کثافت اضافی کے کب کا اضافہ ہو جائے گا جہاں کب کو کب سے وہی نسبت ہے جو مانع پیا کے باہر کے حصہ کے حجم کو ڈوبے ہوئے حصہ کے حجم کے ساتھ ہے۔

۱۶۔ ایک معمولی مانع پیا کے جوف سے ایک ذرا سا کٹا اتر گیا ہے اور اس سے تین مائعات کی اضافی کثافتیں عہ، بہ اور جہ معلوم کی گئی ہیں، اگر ان کی اصلی اضافی کثافتیں عہ، بہ اور جہ ہوں تو ثابت کر دو کہ

جہ عہ بہ (عہ - بہ)

جہ عہ بہ (عہ - بہ) - جہ (عہ بہ - بہ عہ)

۸۵۔ لانمانلی کے ذریعہ کثافت اضافی معلوم کرنے کا طریقہ اگر دو مائعات ایسے ہوں جو آپس میں نہ ملیں تو ان کی اضافی کثافتوں کا مقابلہ ایک خمدار نلی کے ذریعہ بھی ہو سکتا ہے۔ اب ج ایک خمدار نلی ہے، اس کی دونوں شاخیں ایک دوسرے کے متوازی ہیں اور اس کی عمودی تراشش ہر جگہ یکساں ہے۔



دو شاخوں میں دو مائعات ڈالے گئے ہیں جن کی مشترک سطح د پر ہے اور جن کی کھلی سطحیں ن اور ق پر ہیں۔

فرض کرو کہ نقطہ د، شاخ

ج ب پر ہے اور شاخ ا ب

میں ایک نقطہ ع ایسا ہے کہ اس کی ہمواری د کی ہمواری کے برابر ہے۔

نیز فرض کرو کہ دو سیالوں کی اضافی کثافتیں بالترتیب ض اور ض ہیں، اور معیاری شے کے حجم کی ایک اکائی کا وزن د ہے تب ع اور د پر کے دباؤ بالترتیب

ض \times و \times ع $+$ ن $+$ ن اور ض \times و \times د $+$ ق $+$ ن ہیں جہاں ن کرہ ہوائی کے دباؤ کو تعبیر کرتا ہے۔

چونکہ مائعات متوازن ہیں اس لئے یہ دباؤ باہم مساوی ہوں گے۔

$$\therefore \text{ض} \times \text{و} \times \text{ع} + \text{ن} = \text{ض} \times \text{و} \times \text{د} + \text{ق} + \text{ن}$$

$$\therefore \frac{\text{ض}}{\text{ع}} = \frac{\text{ض}}{\text{د}}$$

یعنی دو مائعات کی اضافی کثافتوں کی باہمی نسبت مساوی ہے ان کے ارتفاعوں کی نسبت معکوس کے جہاں یہ ارتفاع بالترتیب سطح مشترک سے ناپے گئے ہیں۔

امثلہ نمبری ۲۰

۱۔ ایک لامنائلی کے پچھلے حصہ میں پارہ پڑا ہے، اگر پارہ کی کثافت اصنافی ۶ و ۱۳ ہو تو بتاؤ کہ نلی کی ایک شاخ میں کتنے اینچ کی بلندی تک پانی ڈالا جائے کہ پارہ دوسری شاخ میں ایک اینچ اور اوپر چڑھ جائے۔

۲۔ ایک لامنائلی کی ہر ایک شاخ ۸ اینچ لمبی ہے، نلی کی دونوں شاخیں آدھی پانی سے بھری گئی ہیں، اب ایک شاخ میں اتنا تیل ڈالا گیا ہے جتنا کہ ممکن ہے، اگر تیل کی کثافت اصنافی ۱۱ ہو تو معلوم کرو کہ نلی کے کتنے طول میں تیل ہے۔

۳۔ ایک یکساں خمدار نلی کی دو شاخیں انتصابی ہیں اور نلی کا جو حصہ ان شاخوں کے پچھلے سروں کو ملاتا ہے وہ متوازی الافق ہے اور اس کا طول ۲ اینچ ہے۔ نلی میں اتنا پانی ڈالا گیا ہے کہ وہ نلی کو ۶ اینچ تک بھر دیتا ہے اور پھر ایک شاخ میں اتنا تیل ڈالا گیا ہے کہ نیل نلی کو ۵ اینچ تک بھر دیتا ہے، اگر تیل کی اصنافی کثافت ۱۲ ہو تو بتاؤ کہ تیل اور پانی کی مشترک سطح کہاں واقع ہوگی۔

۴۔ ایک لامنائلی کے پچھلے حصہ میں پارہ ہے، اس کی ایک شاخ میں ایک مائع ڈالا گیا ہے جو نلی کو ۸ اینچ تک بھر دیتا ہے، اگر مائع کے ارتقاعوں کا فرق ۷ اینچ ہو اور پارہ کی کثافت اصنافی ۶ و ۱۳ ہو تو دوسرے مائع کی کثافت اصنافی دریافت کرو۔

۵۔ دو انتصابی نلیوں کی چلیپی تراشوں کے رقبے بالترتیب ۱ اور ۱۰ مربع اینچ ہیں، ان کے پچھلے سروں کو ایک نلی کے ذریعہ ملا گیا ہے

گیا ہے، اس نلی میں اور نیز انتصابی نلیوں میں کچھ پارہ پڑا ہے جسکی کثافت
اصنافی ۵۹۶ و ۱۳۵ ہے، بتاؤ کہ بڑی نلی میں کتنا پانی ڈالا جائے کہ
چھوٹی نلی میں پارہ کی سطح ایک انچ اوپر چڑھ جائے۔

۶۔ ایک لامنائلی کی شاخوں کی تراشوں کے رقبے بالترتیب ۲ مربع سنتی
متر اور ایک مربع سنتی متر ہیں، اس نلی کو انتصابی حالت میں رکھا گیا
ہے، نلی کے اندر کچھ پارہ ڈالا گیا ہے جسکی کثافت ۶۵ و ۱۳۵ ہے اور
تب چوڑی شاخ میں ۵۲ مکعب سنتی متر پانی ڈالا گیا ہے، بتاؤ کہ
اس نلی میں پانی کے دباؤ کی وجہ سے پارہ کی سطح پہلے سے کتنی
نیچی ہو جائے گی۔

۷۔ ایک لامنائلی کی شاخوں کے طول برابر ہیں اور ہر ایک کی تراش کا
رقبہ ۴ ہے، نلی میں ک کثافت کا ایک مائع ڈالا گیا ہے، ایک شاخ مائع
کی سطح پر ک (ک) کثافت کا ایک ٹھوس جسم بلا تکلیف تیر رہا ہے جس کا
حجم ۴ ب ہے، دوسری شاخ کا وہ طول جس میں مائع نہیں ہے ج
ہے، تب اس شاخ کو جس کے اندر ٹھوس جسم تیر رہا ہے ک (ک) کثافت
کا مائع ڈالے ایک اور سیال سے بھر دیا گیا ہے، ثابت کرو کہ دوسری شاخ
کا وہ طول جس میں ابھی تک مائع نہیں ہے

$$ب \frac{ک (ک) - ک (ک)}{ک (ک) - ک (ک)} + ج \frac{ک - ک (ک)}{ک - ک (ک)}$$

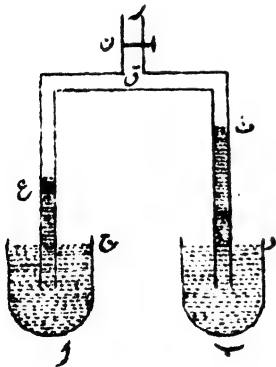
ہیڈر کا مائع پیماس - اس میں دو انتصابی نلیاں ہوتی ہیں
جن کو ایک افقی نلی 'ق' کے ذریعہ ملا دیا جاتا ہے اور ق کے

ساتھ ایک اور چھوٹی نلی پیوستہ ہوتی ہے جس کے اندر ایک روک ڈاٹ لگی ہوتی ہے انتصابی نلیوں کے سرے آن دونوں مائع ۱ اور ب میں الگ الگ ڈبوئے جاتے ہیں جنکی کشافوں کا مقابلہ کرنا مقصود ہوتا ہے۔ دیکھو شکل ذیل

ر کو کسی ہوا پمپ کے ساتھ ملانے سے یا محض چوسنے سے عودی نلیوں کے اندر کی کچھ ہوا نکال لی جاتی ہے جس سے اندر کی ہوا کا دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ ۲ سے کم ہو کر ۱ ہو جاتا ہے تب دونوں مائع نلیوں میں ع اور ف کی بلندی تک چڑھ آتے ہیں۔

فرض کرو کہ مائعات کے برتنوں ۱ اور ب کے اندر مائعات کے سطحیں ج اور د پر ہیں۔ ج ع اور د ف کو ناپ لو۔ نیز فرض کرو کہ ۱ اور ب کے مائعات کی اضافی کشافیں بالترتیب ض اور ض ہیں۔

دفعہ ۳۱ کی روش سے



$$۲ = ۱ + د \times ض + ج \times ع$$

$$۱ = ۲ + د \times ض + ف \times ع$$

$$\frac{ج \times ع}{د \times ض} = \frac{ض}{ض}$$

جس سے دونوں مائعات کی اضافی کشافوں کی نسبت معلوم ہو گئی۔

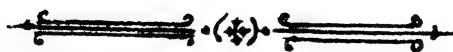
اگر ایک مانع کی کشاف اضافی ض معلوم ہو مثلاً پانی کی تو ض

کی قیمت معلوم ہو سکتی ہے۔

ظاہر ہے کہ ہیر کے مانع پیماس کا طریقہ الٹی لامنائی کے ذریعہ کنافۃ اصنافی معلوم کرنا ہے۔

کنافۃ اصنافی کی گولیاں۔ کسی مانع کی کنافۃ اصنافی دریافت کرنے کا ایک اور طریقہ بھی مستعمل ہے، شیشے کی چند گولیاں لیتے ہیں جن میں پارہ بھرا ہوتا ہے، پارہ کا وزن کم و بیش کرنے سے یہ گولیاں ایسی بنائی جاتی ہیں کہ خاص خاص گولیاں خاص خاص بائعات کے اندر عین تیر سکتی ہیں، جو گولی جس مانع میں تیرنے کے عین قابل ہو اس گولی پر اُس مانع کی کنافۃ اصنافی درج ہوتی ہے۔ جس مانع کی کنافۃ اصنافی دریافت کرنا مقصود ہوتا ہے اس کے اندر مختلف کنافتوں کی کئی ایسی گولیاں ڈال دیتے ہیں، ایسا کرنے سے بعض گولیاں بالکل تہ میں ڈوب جاتی ہیں اور بعض سطح پر تیرتی ہیں۔

اب اُن دو گولیوں کو لو جن میں سے ایک عین آہستہ سے ڈوب جائے اور دوسری وہ جو اس طرح تیرے کہ اس کا ذرا سا حصہ پانی کی سطح سے باہر رہے، تب مانع زیر بحث کی اصنافی کنافۃ تقریباً ان دو گولیوں کی کنافتوں کا اوسط ہوگی۔



باب ہفتم

گیسین

۸۸۔ - دفعہ ۳ میں ہم بتا چکے ہیں کہ گیسوں اور مائعات میں بڑا ضروری فرق یہ ہے کہ مائعات کو دبا کر اُن کا حجم بظاہر ذرا بھی کم نہیں کر سکتے لیکن گیسوں کو دبا کر اُن کا حجم نہایت آسانی سے کم کیا جا سکتا ہے۔

کسی گیس کا دباؤ بھی اسی طرح سے ناپا جا سکتا ہے جس طرح کہ مائع کا مائع کی صورت میں دباؤ اُس کے وزن اور نیز اس بیرونی دباؤ کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے جو کہ مائع پر ڈالا جائے لیکن گیس کی صورت میں دباؤ کا انحصار بالعموم صرف اُس بیرونی دباؤ پر ہوتا ہے جو کہ گیس پر عمل کر رہا ہو۔

۸۹۔ - ہوا دباؤ ڈالتی ہے۔ اس امر کی تصدیق کئی ایک تجربوں سے ہو سکتی ہے۔

(۱) اگر ہم ہوا کا ایک ٹھکنا ہوا پمپ کے قابلہ کے اندر رکھیں اور قابلہ کی ہوا خارج کریں تو پھٹنے کے باہر کی ہوا کے دباؤ

کا مقابلہ اندر کی ہوا کا دباؤ نہیں کر سکے گا اور پھلنا پھولنا شروع کرے گا۔ اگر ہم ہوا کو بتدریج خارج کرتے جائیں تو پھلنا جھم میں بڑھتے بڑھتے بالآخر پھٹ جائے گا۔

(۲) اگر ہم شیشے کے ایک گلاس کو اوندھا کر کے پانی کے اندر دکھیلیں تو معلوم ہوگا کہ گلاس کے اندر پانی کی سطح باہر کے پانی کی سطح سے نیچی ہے اس کی وجہ یہ ہے کہ گلاس کے اندر کی ہوا پانی کو نیچے کی طرف دبا رہی ہے۔

(۳) اسی امر کے ثبوت کے لئے ایک اور تجربہ پہلے پہل میگڈی برگ کے نصف کروں کے ذریعہ سترھویں صدی



عیسوی کے وسط میں کیا گیا تھا دو مجوف نصف کروں کو ایک دوسرے کے اوپر اچھی طرح چپا کر کے ہوا بند بنا دیا گیا۔ جوت کے اندر کی ہوا بند رہی

ہوا پمپ خارج کی گئی، تب معلوم ہوا کہ ان نصف کروں کو علیحدہ کرنے کے لئے ایک بڑی قوت درکار ہوتی ہے اگر ان میں سے ہر ایک کا قطر ایک فٹ ہو تو ان کو علیحدہ کرنے کے لئے جو قوت لگانی پڑے گی وہ ۱۶۰۰ پونڈ وزن سے زیادہ ہوگی۔

۹۰۔ ہوا وزن رکھتی ہے۔ اس امر کو تجربی طریق

پر ذیل کے طریقہ سے ثابت کیا جاسکتا ہے ایک شیشے کا مجوف کرہ لو جس میں ایک روک ڈاٹ لگی ہوئی ہو ہوا پمپ (دفعہ ۱۳) سے یا کسی دوسرے ذریعہ سے اس کے اندر کی ہوا خارج کر کے اس کو اچھی طرح تول لو۔

اب ڈاٹ کو کھول دو تاکہ اس کے اندر ہوا چلی جائے اور اندر کی ہوا کا دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ کے مساوی ہو جائے اس کو پھر اچھی طرح سے تولو۔

معلوم ہو گا کہ دوسری صورت میں کرہ کا وزن پہلی صورت کی نسبت زیادہ ہے۔ اور وزن کی یہ زیادتی ہوا کے وزن کی وجہ سے ہے۔ ہوا کی کثافت اضافی بلحاظ پانی کے ۰۰۱۲۹۳ معلوم کی گئی ہے یعنی ہوا کے ایک مکعب فٹ کا وزن تقریباً ۱۲۹۳ اونس ہوتا ہے۔

اس لئے پارہ کے ۷۶ سنتی میٹر کے دباؤ پر خشک ہوا کی کثافت ۰۰۱۲۹۳ گرام فی مکعب سنتی میٹر ہوتی ہے۔

$$\frac{1}{76} = 0.01293 \text{ تقریباً}$$

۹۱۔ اسی طریقہ سے بتایا جاسکتا ہے کہ اور گیسیں بھی وزن رکھتی ہیں اور دباؤ ڈالتی ہیں۔

ذیل میں چند مشہور گیسوں کی اضافی کثافتیں: سنتی گریڈ کی پٹش اور پارہ کے ۷۶ سنتی میٹر کے دباؤ پر درج کی گئی ہیں۔

۵۰۰۱۲۹۳

ہوا

۵۰۰۱۴۳۰

آکسیجن

۵۰۰۰۰۸۹

ہائیڈروجن

۵۰۰۱۲۵۶

نائٹروجن

۵۰۰۱۹۷۷

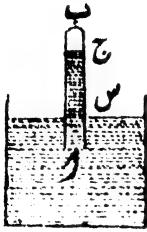
کاربانک ایسڈ گیس

اس سے ظاہر ہے کہ ہائیڈروجن ہوا کی نسبت تقریباً ۱۴ گنا ہلکی ہوتی ہے، اس لئے غباروں میں بھرنے کے لئے اس گیس کو استعمال کرتے ہیں۔

کاربانک ایسڈ گیس ہوا کی نسبت بہت بھاری ہوتی ہے اور اس کو مانع کی طرح ایک برتن سے دوسرے برتن میں ڈال سکتے ہیں۔

۹۲۔ کرہ ہوائی کا دباؤ۔ شیشہ کی تین یا چار فٹ

لمبی ایک نلی جو جس کا ایک سرا کھلا ہو اور دوسرا سراب بند ہو۔ اسکو احتیاط کے ساتھ پارہ سے بھرا اور اس کا کھلا سرا انگلی سے بند کر کو پھر نلی کو الٹا کر کے اس کا کھلا سرا ایک ایسے برتن کے اندر ڈلو دو جس میں کرہ ہوائی کے دباؤ پر کچھ پارہ پڑا ہو۔ نلی کو انتصابی سمت میں رکھو تب معلوم ہوگا کہ نلی کے اندر کا پارہ کچھ نیچے اتر آیا ہے اور اس کی سطح ایک ایسے نقطہ پر آکر ٹھہر گئی ہے جس کی بلندی برتن کے پارہ کی سطح سے تقریباً ۲۹ یا ۳۰



اینج ہے۔
آسانی کے لئے فرض کرو کہ

یہ ارتفاع ۳۰ انچ ہے۔

اب نلی کے نیچے اندر سس پر
کے ایک مرنے اینج پر جو دباؤ

ہے وہ اُس پارہ کے وزن کے مساوی ہے جو اس مرنے
اینج کے اوپر ۳۰ انچ تک قائم ہو۔

نیز نلی کے اندر سس پر جو دباؤ ہے وہ اُس دباؤ کے مساوی
ہے جو باہر کے پارہ کی سطح پر ہے اور آخر الذکر دباؤ کرہ ہوائی
کا دباؤ ہے اس لئے ثابت ہوا کہ کرہ ہوائی کا دباؤ پارہ کے
۳۰ انچ اونچے ستون کے وزن کے مساوی ہے۔

یہ تجربہ بالعموم طویل کے تجربہ کے نام سے موسوم
کیا جاتا ہے اور نلی کے اندر ج کے اوپر جو خلا ہے اسکو
اکثر خلائے طویل کہتے ہیں۔

اگر نلی کے اندر پارہ کے ستون کے ارتفاع کو بغور دیکھتے

ہیں تو معلوم ہوگا کہ یہ ہمیشہ بدلتا رہتا ہے جس سے
یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ کرہ ہوائی کے دباؤ میں ہمیشہ تغیر
واقع ہوتا رہتا ہے یہ دباؤ بالعموم کم ہوتا ہے جب کرہ ہوائی کے
اندر بخار کی زیادہ مقدار موجود ہو۔

(۳۹)۔ اگر سس ج کی بلندی معلوم ہو تو ہم کرہ ہوائی کے دباؤ کو اس طرح بھی
بیان کر سکتے ہیں کہ یہ اتنے پونڈ وزن فی مربع فٹ یا فی مربع انچ کے مساوی ہے۔

چونکہ خالص پارہ کی کثافت پانی کی کثافت سے ۱۳۵۹۶ گنی ہوتی ہے اس لئے ثابت ہوا کہ پارہ کی کثافت فی مکعب فٹ ۱۳۵۹۶ اونس ہے اگر ستون س ج کی بلندی ۳۰ انچ ہو تو کرہ ہوائی کا دباؤ فی مربع انچ

= پارہ کے ۳۰ مکعب انچ کا وزن

$$= ۳۰ \times \frac{۱۳۵۹۶}{۱۴۲۸ \times ۱۶} \text{ پونڈ وزن}$$

$$= ۲۸۵.۰۰۰ \text{ پونڈ وزن}$$

اسی طرح سے سنتی میٹر گرام اکائیوں میں اگر ستون کی بلندی ۷۶ سنتی میٹر ہو تو کرہ ہوائی کا دباؤ فی مربع سنتی میٹر

$$= ۷۶ \text{ مکعب سنتی میٹر پارہ کا وزن}$$

$$= ۷۶ \times ۱۳۵۹۶ \text{ مکعب سنتی میٹر پانی کا وزن}$$

$$= ۷۶ \times ۱۳۵۹۶ \text{ گرام وزن}$$

$$= ۱۰۳۳۶۲۹۶ \text{ گرام وزن}$$

$$= ۱۰۱۳۶۶۳ \text{ ڈائن}$$

۹- کرہ ہوائی کا معیار دباؤ۔ کرہ ہوائی کا وہ دباؤ

جس کی وجہ سے ۷۶ سنتی میٹر کی تپش پر بار پیمائے ستون کی بلندی ۷۶ سنتی میٹر ہو کرہ ہوائی کا معیار یا طبعی دباؤ کہلاتا ہے دفعہ گذشتہ میں بتایا جا چکا ہے کہ یہ دباؤ فی مربع سنتی میٹر ۱۰۱۳۶۶۳ ڈائن کے مساوی ہوتا ہے۔

انگلستان میں پارے کے ۳۰ انچ (= ۷۶۲) سنتی میٹر تقریباً

اوپنے ستون کا دباؤ کرہ ہوائی کا معیاری دباؤ سمجھا جاتا ہے اور یہ دباؤ ۷۵، ۱۴ پونڈ وزن فی مربع فٹ کے مساوی ہوتا ہے۔

چونکہ یہ معیاری دباؤ پارہ کی ایک خاص مقدار کے وزن پر موقوف ہے اس لئے (حسب دفعہ ۷۰ علم حرکت) ظاہر ہے کہ زمین کی سطح کے سب مقامات پر یہ دباؤ یکساں نہیں ہوگا اس تغیر کی بنا پر یہ تجویز پیش کی گئی ہے کہ ہمیشہ دس لاکھ ڈائن (= ایک میگا ڈائن) فی مربع سنتی میٹر کے دباؤ کو معیاری دباؤ تصور کیا جائے۔ باریپما کی جو بلندی اس دباؤ کو ظاہر کرتی ہے وہ

$$= \frac{1000000}{135596 \times 981} \text{ سنتی میٹر } = 7.5 \text{ سمر تقریباً}$$

بڑے بڑے دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ کو اکائی مان کر اس کی رقوم میں بیان کئے جاتے ہیں۔

۹۵۔ متجانس کرہ ہوائی کی بلندی۔ کرہ ہوائی کی کثافت اوپر تک یکساں نہیں ہے، اگر کثافت یکساں ہوتی یعنی یہ متجانس ہوتا تو اسکی بلندی نہایت آسانی سے محسوب ہو سکتی تھی تاہم اگر ایک متجانس کرہ ہوائی ایسا فرض کیا جائے جسکی کثافت ہر جگہ وہی ہو جو اصلی کرہ ہوائی کی سطح زمین پر ہے اور جو سطح زمین پر اتنا ہی دباؤ ڈالے جو اصلی کرہ ہوائی ڈالتا ہے تو اس مفروضہ کرہ ہوائی کی بلندی متجانس کرہ ہوائی کی بلندی کہلاتی ہے۔

ہوا کی کثافت اضافی تقریباً ۰.۰۱۳ ہے یعنی ہوا کے ایک کعب

فٹ کا وزن = پانی کے ایک مکعب فٹ کے وزن کا ۱۰۰۰ گنا

$$= \frac{1}{4} \times 62 \times 0.013 = \text{پونڈ وزن تقریباً}$$

اگر تجانس کرہ ہوائی کی مطلوبہ بلندی فٹ ہو تو فٹ \times ہوا کی کثافت = پارہ کے بار پیمائی کی بلندی \times پارہ کی کثافت

$$\frac{\text{پارہ کی کثافت}}{\text{ہوا کی کثافت}} \times \text{پارہ کے بار پیمائی کی بلندی}$$



$$= \frac{135596}{50013} \times \frac{30}{12} \text{ فٹ}$$



$$= 261.26 \text{ فٹ تقریباً}$$

$$= 5 \text{ میل تقریباً}$$

پس اگر کرہ ہوائی کی کثافت ہر بلندی پر وہی رہتی جو سطح زمین پر ہے اور اس کی بلندی ۵ میل ہوتی تو ایسا کرہ ہوائی سطح زمین کے کسی نقطہ پر تقریباً وہی دباؤ ڈالتا جو اُسی کرہ ہوائی فی الواقع ڈالتا ہے۔

۹۶۔ بار پیمائی۔ بار پیمائی ایک آلہ ہوتا ہے جس سے ہوا کا دباؤ ناپا جاتا ہے۔ اس کی سادہ ترین صورت میں دیکھو دفعہ ۹۲ یہ ایک نلی اور ایک طرف پر مشتمل ہوتا ہے جس کے اندر کوئی مائع بھرا ہوتا ہے، کرہ ہوائی کا دباؤ نلی کے اندر اس مائع کو سہارے دیتا ہے، طرف کے مائع کی سطح کے اوپر نلی کے اندر مائع کی جو بلندی ہو اُس سے یہ دباؤ ناپا جاتا ہے۔

مانع جو استعمال کیا جاتا ہے وہ بالعموم پارہ ہوتا ہے کیونکہ اس کی کثافت مقابلتہ بہت زیادہ ہے، کبھی کبھی گلسرین بھی استعمال کی جاتی ہے۔

پارے کے بارپیا کی بلندی عام طور پر ۲۹ اور ۳۰ انچ کے درمیان ہوتی ہے۔

اگر پارہ کی بجائے پانی استعمال کیا جائے تو بلندی تقریباً ۳۳ سے ۳۴ فٹ تک ہوگی۔

۹۷۔ سیفنی بارپیا۔ عام طور پر جو بارپیا استعمال میں آتا ہے اس کی شکل ایک خمدار نلی و ب ج کی سی ہوتی ہے، نلی کی لمبی شاخ ۱۵ کا قطر نلی کی چھوٹی شاخ ب ج کے قطر سے مقابلتہ بہت چھوٹا ہوتا ہے۔ استعمال کے وقت اس کو اس طرح رکھا جاتا ہے کہ نلی کی دونو شاخیں انتصابی سمت میں رہیں۔

چھوٹی شاخ کا سرا ہوا میں کھلا رہتا ہے اور لمبی شاخ کا سرا و بند ہوتا ہے، لمبی شاخ کا طول عموماً ۳ فٹ رکھتے ہیں، نلی کے اندر پارہ بھر دیا جاتا ہے اور لمبی شاخ میں پارہ کے اوپر خلا ہوتا ہے۔ جب لمبی



شاخ میں پارہ کی ہوا ری ن پر ہو اور چھوٹی شاخ میں ج پڑے تو ہوا کا دباؤ پارہ کے اُس ستون کے وزن کے مساوی

ہوتا ہے جس کی بلندی ج اور ن کے انتصابی فاصلے کے برابر ہو یعنی جس کی بلندی ن کے برابر ہو جہاں نقطہ د لمبی شلخ میں ج کی ہمواری پر واقع ہے۔

چونکہ ن کے اوپر خلا ہے اس لئے د پر کا دباؤ پارہ کے اُس ستون کے وزن کے مساوی ہے جس کی بلندی ن د ہے۔

نیز چونکہ ج اور د ایک ہی ہمواری پر واقع ہیں اس لئے د پر کا دباؤ ج پر کے دباؤ کے مساوی ہے اور ظاہر ہے کہ ج پر کا دباؤ کرہ ہوائی کا دباؤ ہے۔ لہذا ثابت ہوا کہ کرہ ہوائی کا دباؤ ستون د ن کے وزن کے مساوی ہے۔

نلی د ن پر متساوی الفصل نشان لگے ہوتے ہیں جن کو پڑھنے سے بارپما کا ارتفاع آسانی سے معلوم ہو سکتا ہے۔

۹۸۔ بارپما کی درجہ بندی کسی بارپما کی درجہ بندی کرنے میں ایک ضروری بات کو ہمیشہ ملحوظ رکھنا پڑتا ہے اور وہ یہ ہے کہ جب حصہ ب ل میں پارہ اوپر چڑھتا ہے تو ب ج میں نیچے اتر جاتا ہے اور بارپما کے ستون کی مطلوبہ بلندی ہمیشہ ان دو ہمواریوں کے فرق سے تعبیر ہوتی ہے۔

فرض کرو کہ شاخ ب ل کی تراش یکساں ہے اور ب مینے پانچ کے مساوی ہے اور چوڑی نلی کی تراش کا رقبہ مقام ج کے قریب ایک مینے پانچ ہے۔

نیز فرض کرو کہ لمبی نلی میں پارہ بظاہر ایک پنخ اور چڑھ گیا ہے، چونکہ اس نلی کے اندر پارہ کا جو حجم بڑھ جائے گا اس کے جواب میں چوڑی نلی کے اندر پارہ کا اتنا ہی حجم کم ہو جائے گا اس لئے ظاہر ہے کہ چوڑی نلی میں پارہ $\frac{1}{2}$ پنخ نیچے اتر جائیگا۔ پس ان دو ہمواریوں کا درمیانی فاصلہ بقدر $(\frac{1}{2} + \frac{1}{2})$ یعنی $\frac{1}{2}$ پنخ کے بڑھ گیا ہے، یعنی اگر پارہ کی بلندی میں بظاہر ایک پنخ کا اضافہ ہو تو یہ نلی الحقیقت $\frac{1}{2}$ پنخ کی زیادتی کو تعبیر کرتا ہے۔ پس $\frac{1}{2}$ پنخ کی ظاہری زیادتی ایک پنخ کی حقیقی زیادتی کو تعبیر کرتی ہے۔

بار بار اس تقسیم کی تصحیح کی زحمت سے بچنے کے لئے نلی ب و کو ایسے حصوں میں تقسیم کرنے ہیں جن میں سے ہر ایک کا طول $\frac{1}{2}$ پنخ ہوتا ہے اور ان پر درجے اس طبع لگا دئے جاتے ہیں گویا کہ یہ پنخ ہیں۔

زیادہ عام طور پر فرض کرو کہ لمبی نلی کی عمودی تراش $\frac{1}{2}$ ہے اور چھوٹی نلی کی عمودی تراش $\frac{1}{2}$ ہے، نیز فرض کرو کہ $\frac{1}{2}$ دونوں مستقل ہیں۔

اگر لمبی نلی میں پارہ کی سطح فاصلہ لا اور چڑھ جائے تو چھوٹی نلی میں پارہ کی سطح $\frac{1}{2}$ لائیچے اتر آئیگی۔

یعنی اگر پارہ کے ستون کی بلندی میں ظاہری زیادتی لا ہو تو اس کے متناظر حقیقی زیادتی لا $+$ $\frac{1}{2}$ یعنی $\frac{3}{2}$ لا ہوگی۔

؟ اس لئے اس قسم کی تصحیح کا خیال کرتے ہوئے یہ ضروری ہے کہ لمبی نلی میں مسلسل درجوں کے حقیقی فاصلے اُن مفروضہ فاصلوں سے جو نلی پر منقوش ہوتے ہیں نسبت $۱ : ۱ + ۱$ سے کم ہوں۔

لیکن اگر بارپما کی درجہ بندی اس طرح سے نہ کی جائے اور نشانات کے درمیانی فاصلوں کی قیمتیں ان کے اصلی طولوں کے مطابق دیج کی جائیں تو بارپما کی اصلی بلندی معلوم کر نیکے لئے ضرور ہے کہ ظاہری بلندی کو ہر صورت میں مقدار $۱ + \frac{1}{1}$ سے ضرب دیا جائے۔ ایسا کرنے کو ”تصحیح بوجہ گنجائش حوض“ کہتے ہیں۔

۹۹- تصحیح بوجہ تپش۔ پارہ حرارت سے پھیلتا ہے اور پھیلنے سے میں اس کی کثافت کم ہو جاتی ہے، علاوہ ازیں جس سلخ سے پارہ کی ظاہری بلندی ناپی جاتی ہے اور جو بالعموم پتل کی بنی ہوتی ہے وہ بھی حرارت سے پھیلتی ہے، اس لئے ہمیں صحیح پیمائش کی غرض سے کوئی معیاری تپش مقرر کر لینی چاہئے کیونکہ ظاہر ہے کہ تپش جس قدر زیادہ ہوگی پارے کے ایک خاص طول کا وزن اسی قدر کم ہوگا، پانی کے نقطہ انجماد کو بالعموم یہ معیاری تپش قرار دیتے ہیں۔

فرض کرد کہ تپش t سنتی گریڈ پر پارہ کی ظاہری بلندی F ہے اور θ سنتی گریڈ پر متناظر بلندی $F\theta$ ہے۔

اگر پارہ کے پھیلاؤ کی قدرتی درجہ سنتی گریڈ $(\theta = ۱۸۰ \dots ۰)$ ہو تو $F\theta = (۱ + \theta) F$

∴ فب = $\frac{ف}{۱+ع}$

ف (۱+ع ت) - ۱

اب چونکہ ع بہت چھوٹا ہے اس لئے مسئلہ ثنائی سے یہ
= ف (۱-ع ت) تقریباً

نیز اگر پیمانہ کے نشانات بے سستی گریڈ پر اصلی انجوں کو تعبیر
کریں اور پیمانہ کے خلی پھیلاؤ کی قدر بے ہو توقع ظاہری انج
درحقیقت ت° سستی گریڈ پر ف (۱+ب ت) انجوں کو تعبیر کریں گے۔
∴ فب = (۱-ع ت) ظاہری انج

= ف (۱+ب ت) (۱-ع ت) اصلی انج

اب بتیل کی صورت میں یہ بہت چھوٹا ہوتا ہے اور تقریباً
۱۹۰۰۰۰ کے مساوی ہوتا ہے۔

∴ فب = ف (۱-ع) (ب-ت) - ع ب ت

= ف (۱-ع) (ب-ت) تقریباً

نیز ع-ب = ۱۸۰۰۰۰ - ۱۹۰۰۰۰

= ۱۶۰۰۰ تقریباً

∴ فب = ف - ۱۶۰۰۰ × ف ت

لہذا ظاہری ارتفاع ف میں سے ایک قلیل مقدار

۱۶۰۰۰ × ف × ت

تفریق کرنی چاہئے۔

اسی طرح سے یہ آسانی ثابت کیا جاسکتا ہے کہ فادن بہت
کے تپش پیا کی رو سے اگر درجہ تپش ت ہو تو مقدار

۹.....x (ت-۳۲) ف تفریق کرنی پڑیگی۔

اس مقدار کی قیمت بذریعہ جداول معلوم ہوتی ہے جن میں پیش اور بارپما کی بلندی دونوں کی معمولی قیمتوں کے لئے اس مقدار کی عددی قیمتیں مندرج ہوتی ہیں۔

۱۰۰۔ تصحیح جاذبہ ارض کے غیر مساوی اشتداد کی بنا پر۔

جب زمین کے کسی وسیع رقبہ پر بارپما کے ارتفاعوں کا شاہدہ کیا جائے تو ان کا باہم مقابلہ کرنے سے پہلے ان میں جاذبہ ارض کے غیر مساوی اشتداد کی بنا پر تصحیح کر لینا ضروری ہے۔ اس غرض سے بالعموم ان مشاہدات کو جاذبہ ارض کی اس قیمت کی رقوم میں تحویل کر لیتے ہیں جو کہ عرض بلد ۴۵° میں سطح سمندر پر ہوتی ہے، یہ ثبات کیا جاسکتا ہے کہ

ج = ج (۱-۰۲۵۷) + ج ۲ لہ - ۱۵۹۶ x ۱۰ x ۹۰

یہاں ج سے مراد اس مقام پر کی جاذبہ ارض ہے جس کا عرض بلد لہ ہے اور جبکی بلندی سطح سمندر سے ۹۰ فٹ متقی میٹر ہے اور ج عرض بلد ۴۵° درجہ میں سطح سمندر پر جاذبہ ارض کو تعبیر کرتا ہے۔

پس یہ معلوم کرنے کے لئے کہ بارپما کا ارتفاع ۴۵° عرض بلد میں سطح سمندر پر کیا ہوگا ہمیں مشاہدہ کردہ ارتفاع کو

۱-۰۲۵۷ + ج ۲ لہ - ۱۵۹۶ x ۱۰ x ۹۰ سے ضرب دینا چاہئے۔

۱۰۱۔ ان کے علاوہ بعض اوقات شعریت اور بخاری جاذبہ کی

بنا پر بھی تصحیح کرنے کی ضرورت پیش آتی ہے۔
شعریت کی وجہ سے نلی میں پارہ کی سطح ہموار نہیں رہتی
بلکہ محدب ہوتی ہے۔

نلی کے اندر جو پارہ ہے اس میں سے کسی نہ کسی مقدار
میں بخارات نکلتے رہتے ہیں جن کا میلان پارے کے ستون کو
نیچے دبانے کی جانب ہوتا ہے۔

لیکن غلطی واقع ہونے کے یہ دونوں اسباب پارہ کے بارپیا
کی صورت میں بہت کم وقعت رکھتے ہیں۔

پانی کے بارپیا کی صورت میں بخاری دباؤ نسبتاً زیادہ
قابل لحاظ ہوتا ہے۔

۱۰۴۔ بے مائع بارپیا۔ اس بارپیا میں پارہ یا کسی اور
سیال کا کوئی ستون استعمال نہیں کیا جاتا یہ آلہ محض ایک ہوا بند
کبس یا صندوق پر مشتمل ہوتا ہے جس کے اندر کی ہوا کا کچھ
حصہ خارج کیا ہوا ہوتا ہے اس صندوق پر دھات کا بنا ہوا
ایک پیلا ڈسکا ہوتا ہے جس کی حرکت سے کرہ ہوائی کا
وباؤ معلوم ہوتا ہے ڈسکے کی اس حرکت کو جو درحقیقت
نہایت خفیف ہوتی ہے دو بیرموں کی مدد سے مضاعف
کر کے ایک ڈائل پر سوئی کے ذریعہ نمایاں طور پر
دکھایا جاتا ہے۔ اس آلہ کی درجہ بندی پارہ کے
ایک معیاری بارپیا کے ساتھ اس کا مقابلہ کرنے سے کی جاتی
ہے۔

بے مانع بارپسیما بہت چھوٹا اور ہلکا بنا یا جاسکتا ہے اس میں خاص فائدہ یہ ہے کہ اس کو ایک جگہ سے دوسری جگہ آسانی سے لے جاسکتے ہیں لیکن یہ ضرور ہے کہ اس میں وہ صحت میسر نہیں آتی جو پارہ کے بارپسیما میں۔

امثلہ نمبری ۲۱

۱۔ ایک کان کے تلے پر پارہ کا بارپسیما ۷۷ سنی میٹر پر ہے، بتاؤ کہ اسی جگہ پر تیل کے ایک بارپسیما کی بلندی کیا ہوگی جبکہ پارہ اور تیل کی اضافی کثافتیں بالترتیب ۱۳۵۵۹۶ اور ۹۹۹ ہوں۔

۲۔ پانی کے بارپسیما کی بلندی ۱۰۳۳ سنی میٹر ہے، اگر ۷ سنی میٹر نصف قطر کے ایک مستدیر قرص کو پانی کے اندر ۵۰ میٹر کی گہرائی تک ڈبوایا جائے تو قرص پر کا مجموعی دباؤ معلوم کرو۔

۳۔ جب پارہ کا بارپسیما ۳۰ انچ پر ہو تو گلسرین بارپسیما کی نلی میں ۲۶ فٹ تک چڑھ سکتی ہے۔ اگر پارہ کی کثافت اضافی ۱۳۵۶ ہو تو گلسرین کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

اگر بارپسیما کی نلی کے اندر پارہ کی سطح پر لوہے کی ایک گولی تیرائی جائے تو بتاؤ کہ پارہ کے ارتعاش پر اس کا کیا اثر پڑے گا؟

۴۔ ایک سیلابی بارپسیما کی نلی کا قطر ۷ سنی میٹر ہے اور حوض کا ۵۷ سنی میٹر اگر نلی کے اندر پارہ کی سطح ۲۵ سنی میٹر اور اونچی ہو جائے تو دریافت کرو کہ بارپسیما کی بلندی میں حقیقت کیا تبدیلی واقع ہوئی ہے۔

۵۔ ایک سیلابی بارپسیما کی نلی کا قطر $\frac{1}{4}$ انچ ہے اور حوض کا $\frac{1}{4}$ (انچ)

اگر پارہ کی سطح ۱ اینچ اور اونچی ہو جائے تو دریافت کرو کہ باریچا کی بلندی میں درحقیقت کیا تبدیلی واقع ہوئی ہے۔

۱۰۳۔ گیس کے دباؤ اور کثافت کا باہمی تعلق۔ یہ آسانی سے بتایا جاسکتا ہے کہ جب کسی گیس پر کا دباؤ بدلتا ہے تو اس کی کثافت بھی بدلتی ہے۔

شیشہ کا ایک معمولی گلاس لو اور اس کو اونڈہا کر کے پانی کے اندر عموداً دھکیلو جوں جوں گلاس پانی کے اندر غرق ہوتا جائیگا پانی گلاس کے اندر اوپر چڑھتا آئے گا۔ اس سے ظاہر ہے کہ اس عمل سے ہوا کا حجم کم ہوتا جاتا ہے اب گلاس کے اندر کی ہوا کا دباؤ اس پانی کے دباؤ کے مساوی ہے جس کو یہ مس کرتی ہے اور مریکا یہ دباؤ پانی کی سطح پر کے دباؤ سے زیادہ ہے۔ نیز چونکہ سو خزانہ ذکر دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ کے مساوی ہے جو ابتداءً گلاس کے اندر کی ہوا کا دباؤ تھا اس لئے ثابت ہوا کہ جب ہوا کے حجم کو کم کیا جاتا ہے تو اس کا دباؤ بڑھ جاتا ہے۔

اب ایک لڑکے کی ہوائی بندوق پر غور کرو۔ گولی باہر نکالنے کے لئے لڑکا تیزی سے بندوق کے فشار کو آگے کی طرف دھکیلتا ہے اور اس عمل سے ہوا کے حجم کو کافی طور پر کم کر دیتا ہے۔ چونکہ گولی ایک خاص رفتار کے ساتھ نکلتی ہے اس لئے ثابت ہوا کہ ہوا کے حجم کے کم ہونے سے اس کا دباؤ ضرور بڑھ گیا ہوگا۔

ایک اور مثال لو۔ ایک پھکنے کا منہ جس کے اندر کچھ ہوا ہو اسطرح بند کر دو کہ یہ ہوا باہر نہ نکل سکے۔ پھکنے کو ایک ہوا پمپ کے اندر رکھ کر متا بلہ کی ہوا خارج کرو۔ جوں جوں ہوا خارج ہوتی جاتی ہے پھکنے پر کا دباؤ کم ہوتا جاتا ہے۔ اس لئے اس کے اندر کی ہوا پر بھی دباؤ کم ہوتا جاتا ہے جس کی وجہ سے یہ پھیلنا شروع کرتی ہے اور پھکنا حجم میں بڑھتا جاتا ہے۔

گیس کے حجم اور دباؤ کا باہمی ربط ایک کلیہ سے ظاہر ہوتا ہے جو تجربہ سے حاصل کیا گیا ہے، اس کلیہ کو بائل کا کلیہ کہتے ہیں۔ وہ یہ ہے:-

کسی گیس کی ایک دی ہوئی مقدار کا دباؤ اس کے حجم کے بالعکس متناسب ہوتا ہے بشرطیکہ اسکی تپش میں تبدیلی واقع نہ ہو یہ کلیہ بڑا عظیم یورپ میں بالعموم میری آوٹ کے کلیہ سے موسوم ہوتا ہے۔

۱۰م۔ ہوا کی صورت میں اس کلیہ کی تصدیق تجربی طور پر یوں ہو سکتی ہے، ا و ب ج ایک خمدار نلی ہے جس کا سوراخ یکساں ہے اور جس کے بازو ب و ا اور ب ج سیدھے ہیں۔ بازو ب ج ب و کی نسبت بہت لمبا ہوتا ہے و پر ایک چھوٹا پیسچ یا ٹوپی ہوتی ہے جس کو بوقت ضرورت لگا کر تلی ب و کو ہوا بند بنا دیا جاتا ہے سب سے پہلے اس ٹوپی یا پیسچ کو نکال لو اور ج میں سے نلی کے اندر



اتنا پارہ ڈالو کہ دونوں نلیوں
میں یہ مسادی مہواری پر ہو۔
فرض کرو کہ ان نلیوں میں
اس کی سطح بالترتیب داورع ہے۔
دھکنے کو کس کر بند کر دو۔
ایسا کرنے سے ہوا کی کچھ
مقدار کرہ ہوائی کے دباؤ پر
نلی میں بند ہو جائے گی۔

ج میں سے اتنا پارہ ڈالو کہ لمبے بازو میں پارہ کی بلندی
گ پر آجائے۔ تب چھوٹے بازو میں پارہ کی بلندی کسی
نقطہ قی تک پہنچے گی جو نقطہ گ سے بہت نیچے ہوگا، اس سے
یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ چھوٹے بازو کے اندر کی ہوا حجم میں
کم ہوگئی ہے۔

فرض کرو کہ پارہ کے بارپما کا ارتفاع اس وقت
ہے اور نقطہ قی کی مہواری پر بڑے بازو میں
ایک نقطہ س ہے۔

تب بند ہوا کا دباؤ

= نقطہ قی پر کا دباؤ

= نقطہ س پر کا دباؤ

= ستون س گ کا وزن + گ پر کا دباؤ

= ستون س گ کا وزن + ستون ف کا وزن

= ستون (س گ + ف) کا وزن

$$\frac{\text{ستون (س گ + ف) کا وزن}}{\text{ستون ف کا وزن}} = \frac{\text{آخری دباؤ}}{\text{ابتدائی دباؤ}} \therefore$$

$$= \frac{\text{س گ + ف}}{\text{ف}}$$

نیز ہوا کا ابتدائی حجم = $\frac{\text{د}}{\text{ق}}$ ہوا کا آخری حجم
پیمائش کا عمل احتیاط کے ساتھ کرنے سے از روئے
تجربہ ثابت ہوتا ہے کہ

$$\frac{\text{د}}{\text{ق}} = \frac{\text{س گ + ف}}{\text{ف}}$$

$$\therefore \frac{\text{ابتدائی حجم}}{\text{آخری حجم}} = \frac{\text{آخری دباؤ}}{\text{ابتدائی دباؤ}}$$

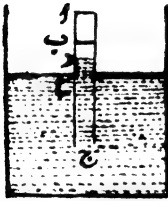
∴ آخری دباؤ : ابتدائی دباؤ = $\frac{\text{ا}}{\text{ا}}$: $\frac{\text{ا}}{\text{ا}}$ آخری حجم : ابتدائی حجم

اس طرح سے حجم کی کمی کے متعلق کلیہ مذکور ثابت ہو گیا۔

۱۰۵۔ ہوا کے پھیلاؤ کے متعلق بائل کا کلیہ حسب ذیل

طریقہ سے ثابت ہو سکتا ہے۔

ایک برتن میں کچھ پارہ ڈالو اور ایک نلی راج ایسی لو جس کے اندر کچھ پارہ ہو اور جس کا سراج کھلا ہو۔ نلی کو پارہ کے اندر اس طرح غرق کرو کہ اس کا محل انتصابی رہے اور اس کا کھلا سراج برتن میں پارہ کی سطح کے اندر ڈویا رہے، اولاً نلی کو اس طرح رکھو کہ پارہ کی سطح نلی کے اندر اور باہر برابر رہے۔ فرض کرو کہ نلی کا وہ نقطہ جواب پارہ کی سطح میں واقع ہے ب ہے، بنا بریں نلی کے اندر کی بند ہوا کرہ ہوائی کے دباؤ پر طول و ب گھیرتی ہے۔



نلی کو کچھ فاصلہ تک پارہ کے باہر اٹھاؤ۔ معلوم ہو گا کہ اندر کی ہوا پھیل گئی ہے اور پارہ نلی کے اندر اوپر اٹھ آیا ہے۔ فرض کرو کہ اب پارہ

اور بند ہوا کی مشترک سطح د پر ہے۔

اگر تجربہ کرتے وقت پارہ کے باہر کا ارتفاع ف ہو تو نلی کے اندر کی ہوا کا ابتدائی دباؤ ج ک ف تھا۔ جہاں ک پارہ کی کثافت ہے اور ج جاذبہ ارض لیکن نلی کو اوپر اٹھانے کے بعد اندر کی ہوا کا دباؤ وہی ہے جو پارہ کا د پر ہے اور یہ دباؤ
$$ع پر کا دباؤ - ج ک \times د ع = ج ک (ف - د ع)$$

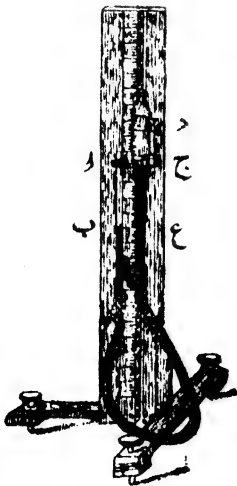
نیز ابتدائی اور آخری حجم بالترتیب وب اور د کے مساوی ہیں
پیمائش کا عمل احتیاط کے ساتھ کرنے سے یہ تجربہ سے

$$\frac{\text{وب}}{\text{د}} = \frac{\text{ف} - \text{ع}}{\text{ف}}$$

$$\frac{\text{ابتدائی حجم}}{\text{آخری حجم}} = \frac{\text{ابتدائی دباؤ}}{\text{آخری دباؤ}}$$

۱۰۶۔ ہائل کا کلیہ ذیل کے طریقہ سے بھی ثابت ہوتا ہے۔
جو دراصل دفعہ ۱۰۴ کے طریقہ کی ترمیم شدہ صورت ہے۔
ہوا کے حجم کی کمی یا زیادتی دونوں پر اس طریقہ کا یکساں
اطلاق ہو سکتا ہے۔

وب اور ج دو شیشے کی نلیاں ہیں جو ربڑ کی لچکدار
نلی کے ایک ٹکڑے سے باہم ملحق کر دی گئی ہیں۔ یہ نلیاں
کڑی کے ایک انتصابی قالب کے ساتھ لگادی گئی ہیں۔ وب کا



اوپر کا سرا بند ہے لیکن ج کے اوپر کا
سرا کھلا ہے قالب کے ساتھ ایک انتصابی
پیمانہ نصب کیا ہوا ہے اور ج انتصابی
سمت میں اس پیمانہ کے متوازی حرکت
کر سکتا ہے۔ ربڑ کی نلی اور شیشے کی
نلیوں کے پچھلے حصہ میں پارہ
بھر دیا جاتا ہے نلی وب کے اوپر کے
حصہ میں ہوا ہے جس کا دباؤ کسی خاص

وقت میں ف + ع د سے تعبیر ہوتا ہے۔ جہاں نقطہ ع کی
بلندی وہی ہے جو ب کی ہے اور ف پارہ کے
بارپیمہ کا ارتفاع ہے نلی ج د کو اوپر نیچے حرکت
دینے سے معلوم ہوگا کہ ہر حالت میں

$$\frac{1}{\text{ب} \infty \text{ف} + \text{ع} \text{د}}$$

یعنی حجم $\frac{1}{\text{دباؤ}}$

۱۰۰۔ قریب قریب زمانہ حال تک یہی خیال کیا جاتا رہا کہ بائل کا کلیہ برجم حجم
قابل اعتبار اور صحیح تجربوں کی بنا پر اب یہ معلوم ہوا ہے کہ تمام گیسوں کے
یئے یہ کلیہ پورے طور پر صحیح نہیں۔ بایں یہ اس کلیہ کو ان گیسوں
کے یئے جن کا مائع بنانا نہایت دشوار ہے (مثلاً ہوا۔ آکسیجن، ہائیڈروجن اور
نائٹروجن) قریباً قریباً مکمل طور پر صحیح خیال کیا جاسکتا ہے اکثر گیسوں
اس شرح کی نسبت جو کلیہ مذکور کی رو سے ہونی چاہئے زیادہ دب جاتی ہیں
یہ تجربہ سے ثابت ہے کہ سوائے ہائیڈروجن کے باقی سب گیسوں میں
جوں جوں دباؤ حدود اعتدال کے اندر بڑھتا جاتا ہے، حجم اور
دباؤ کا حاصل ضرب کم ہوتا جاتا ہے اور گیس کی ااعت جس قدر آسان
ہوتی ہے اسی قدر حاصل ضرب مذکور بالا میں یکی زیادہ نمایاں ہوتی ہے
برعکس اس کے ہائیڈروجن کی صورت میں جوں جوں دباؤ بڑھتا جاتا ہے
حجم اور دباؤ کے حاصل ضرب میں بھی خفیف اضافہ ہوتا جاتا ہے۔
جو گیس مکمل طور پر بائل کے کلیہ کے تابع ہو کامل گیس کہلاتی ہے۔

متذکرہ بالا گیس تقریباً کال گیس ہیں +

۱۰۸۔ فرض کرو کہ ابتداء ایک خاص کیت کی گیس کا دباؤ 'ح' اور کثافت 'ک' ہے۔ اب اگر اس کی تپش مستقل رہے اور دباؤ 'د' پر اس کا حجم 'ح' اور کثافت 'ک' ہو جائے تو از روئے کلیہ بائل

$$\frac{د}{ح} = \frac{د}{ح}$$

یعنی د ح = د ح' - - - - - (۱)
نیز ک ح اور ک' ح' دونوں گیس مذکور کی کیت کو تعبیر کرتے ہیں جو کہ مستقل رہتی ہے۔

$$ک ح = ک' ح' \dots \dots \dots (۲)$$

عمل تقسیم سے مساوات (۱) اور (۲) سے

$$\frac{د}{ک} = \frac{د}{ک'}$$

پس د/ک کسی ایک گیس کی صورت میں ہمیشہ مستقل رہتا ہے
فرض کرو کہ اس کی قیمت 'م' کے مساوی ہے اس لئے
د = م ک

مشق۔ اگر یہ مان لیا جائے کہ ہوا کی کثافت اضافی ۱۳۔۰۰۷ ہے
پارہ کی بارپما کا ارتفاع ۳۰ انچ ہے پارہ کی کثافت اضافی
۱۳۶۵۹۶ ہے اور ج کی قیمت ۳۲۵۲ ہے تو ثابت کرو کہ م کی قیمت
فٹ ثانیہ اکائیوں میں تقریباً ۸۴۱۹۰۶ ہے۔

نیز س'گ' ٹ اکائیوں میں م کی قیمت دریافت کرو جبکہ ج' ۹۸۱ کے برابر ہو اور پارہ کے بارپما کا ارتفاع ۷۶ سنتی میٹر ہو۔

$$د = \frac{۳}{۱۳} \times ۱۳۵۹۶ \times ج \times \frac{۱}{۴} \times ۶۲ \text{ پونڈل فی مربع فٹ}$$

اور ک = $۶۲ \times \frac{۱}{۴} \times ۶۰۰۱۳$ پونڈ

$$\therefore م = \frac{۳}{۱۳} \times ۱۳۵۹۶ \times ۳۲۵۲ \times \frac{۱}{۶۰۰۱۳}$$

$$= \frac{۱۰۹۳۴۸۰}{۱۳} = ۸۴۱۹۰۶ \text{ تقریباً}$$

س'گ' ٹ نظام میں

$$د = ۷۶ \times ۱۳۵۹۶ \times ۹۸۱ \text{ ڈائن فی مربع سنتی میٹر}$$

اور ک = ۱۳۰۰ گرام فی کعب سنتی میٹر

$$\therefore م = \frac{۹۸۱ \times ۱۳۵۹۶ \times ۷۶}{۱۳} = \frac{۹۸۱ \times ۱۳۵۹۶ \times ۷۶}{۶۰۰۱۳}$$

$$= ۱۰۹۳۴۸۰ \text{ تقریباً}$$

۱۰۹- مشق ۱- پارہ کی کثافت اضافی ۱۳۵۶ سے اور اسکا بارپما ۳۰ انچ ہے۔ گیس کے ایک بلبلے کا حجم ایک جھیل کی تہ پر جو ۱۰۰ فٹ گہری ہے ایک کعب انچ ہے۔ بتاؤ کہ جب بلبلہ سطح پر آئے گا تو اس کا حجم کیا ہوگا اگر پانی کے ایک کعب فٹ کا وزن ۷ ہو تو جھیل کی تہ پر دباؤ

فی مربع فٹ

$$= ۱۰۰ + ۷ \times ۱۳۵۶ \times \frac{۱}{۴} \times ۶۲$$

$$= ۲۰۴$$

نیز جھیل کی سطح پر دباؤ = $۱۳۵۶ \times \frac{۱}{۴} \times ۶۲ = ۳۴$

پس اگر حجم مطلوبہ لا ہو تو

$$لا \times ۳۴ = ۲۰۴ \times ۱$$

۷.۱۱.۱۸
 ∴ لا = ۶ مکعب اینچ

مشق ۲۔ پانی کے ایک مکعب فٹ کا وزن ۱۰۰۰ اونس ہے، ہوا کے ایک مکعب فٹ کا وزن ۱.۳ اونس ہے، اگر آبی باریک کا ارتفاع ۳۴ فٹ ہو تو بتاؤ کہ پانی کے نیچے کس گہرائی پر ہوا کا ایک بلب ڈوب جائیگا۔ فرض کرو کہ گہرائی لا پر حباب مذکور عین تیر سکتا ہے۔ یہ صورت صریحاً اس وقت واقع ہوگی جبکہ اس گہرائی پر ہوا کی کثافت پانی کی کثافت کے عین برابر ہو۔ تب بائل کے کلیہ کی رو سے

$$\frac{۳۴ + لا}{۳۴} = \frac{\text{گہرائی لا پر ہوا کی کثافت}}{\text{کرہ ہوائی کی کثافت}}$$

$$= \frac{\text{پانی کی کثافت}}{\text{کرہ ہوائی کی کثافت}} \quad \text{کیونکہ حباب عین تیر سکتا ہے}$$

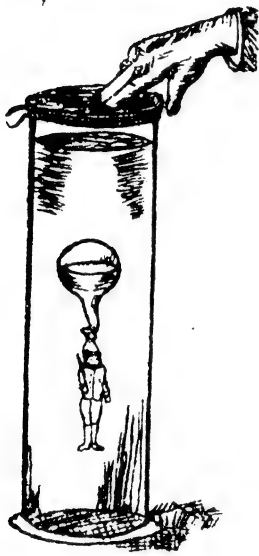
$$= \frac{۱.۳}{۱۰۰۰} = ۰.۰۰۱۳ \quad \therefore لا = ۲۷۶۶ \text{ فٹ} = ۵ \text{ میل سے قدرے زیادہ}$$

پانی کے اندر اس گہرائی سے زیادہ پر حباب ڈوب جائے گا۔ اس سے کم گہرائی پر اوپر اٹھ جائے گا۔

۱۱۔ کارتیگری غواص۔ یہ کھلونا شیشے کے ایک جوف پر مشتمل ہوتا ہے جس کے پیندے میں ایک سوراخ ہوتا ہے اس کو متوازن رکھنے کے لئے اس کے پیندے کے ساتھ کچھ وزن لگا ہوتا ہے جو عموماً آدمی کی شکل کا ہوتا ہے جوف کے اندر استقر ہوا رکھی جاتی ہے کہ پورا کھلونا پانی کے اندر عین تیر سکتا ہے۔

ذیل کی شکل میں یہ کھلونا ایک اسطوانہ کے اندر جس میں پانی ہے تیر رہا

ہے۔ اسطوانہ کے منہ کو ربر کے ایک ٹکڑے سے بند کر دیا گیا ہے۔ اگر ربر کو ہاتھ سے دبایا جائے تو بائل کے کلیئہ سے اس کے نیچے کی ہوا کا دباؤ بڑھ جاتا ہے۔ یہ مزید دباؤ پانی میں سے منتقل ہوتا ہوا کھلونے کے اندر کی ہوا پر اثر ڈالتا ہے جسکا حجم کلیئہ بائل کی رُود سے کم ہو جاتا ہے۔ اس کا لازمی نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ



غواص اب پہلے کے نسبت بہت کم پانی ہٹاتا ہے جس کی وجہ سے پانی کا اُسی دباؤ کم ہو جاتا ہے۔ نیز چونکہ غواص کے وزن میں کوئی تبدیلی واقع نہیں ہوتی اس لئے یہ ڈوب جاتا ہے۔

جب ربر پر سے ہاتھ ہٹایا جائے تو دباؤ کم ہو جاتا ہے اور غواص بالعموم پھر تیرنے لگتا ہے۔

بعض اوقات برتن بہت گہرا ہوتا ہے اور برتن کے پیندے تک پہنچنے میں یا قبل ازیں غواص کے اندر کی ہوا کا حجم اسقدر کم ہو جاتا ہے کہ غواص کا وزن ہٹائے ہوئے پانی کے وزن سے بڑھ جاتا ہے۔ جب ایسا ہو تو خارجی دباؤ کے ہٹا لینے پر بھی غواص اوپر نہیں اُٹھے گا۔

امثلہ نمبری ۲۲

۱۔ ۴ درجہ سنتی گریڈ پیش کے پانی کے لحاظ سے پارہ کے ۷۰۰ ملی میٹر کے دباؤ پر ہوا کی کثافت اضافی ۱۱۹... معلوم کی گئی ہے، بتاؤ کہ میٹری دباؤ (یعنی پارہ کے ۷۰۰ ملی میٹر) پر ہوا کی کثافت اضافی کیا ہوگی؟

۲۔ یہ معلوم ہے کہ جب پارہ کا بار پیم ۲۵ s ۲۹ پنچ پر ہو تو ۱۰۰ اکعب پنچ ہوا کا وزن ۳ گرین ہوتا ہے، بتاؤ کہ جب پارہ کے بار پیم کا ارتفاع ۲۳ s ۳۰ پنچ ہو جائیگا تو ۱۰۰ اکعب پنچ ہوا کے وزن میں کیا تبدیلی واقع ہوگی؟

۳۔ اگر آبی بار پیم ۳۳ فٹ پر ہو تو پانی کی سطح کے نیچے ۱۰ فٹ کی گہرائی پر ایک جاب کا حجم ۳ مکعب پنچ ہوتا ہے، بتاؤ کہ کس گہرائی پر اس کا حجم ۲ مکعب پنچ ہوگا۔

۴۔ یہ فرض کر کے کہ آبی بار پیم کا ارتفاع ۵ فٹ ہے بتاؤ کہ ایک گلاس کو اوندھا کر کے پانی کے اندر کس گہرائی تک غرق کیا جائے کہ اسکے اندر کی ہوا کا حجم ابتدائی حجم کا ایک تہائی رہ جائے۔

نیز بتاؤ کہ ایک مخروطی گلاس کو اوندھا کر کے پانی کے اندر کس گہرائی تک ڈبویا جائے کہ پانی اس کی نصف بلندی تک اس کے اندر چڑھ جائے۔

۵۔ اسطوانہ کی شکل کی ایک استھانی ملی کو اٹا کر کے پانی کے اندر انتصاباً غرق کیا گیا ہے۔ جب ملی کا وسطی نقطہ ۵ s ۲۲ فٹ کی

گہرائی پر ہوتا ہے تو نلی کے اندر اس کے نصف طول تک پانی اور چڑھ آتا ہے۔ آبی بارپیمہ کا ارتفاع معلوم کرو۔

۶۔ ایک یکساں نلی کی چوٹی کھلی ہے اور پیندا بند ہے اس کو الٹا کر کے پارہ کے اندر اتنا غرق کیا گیا ہے کہ اس کے ۲۵ سنتی میٹر طول میں گیس بھری رہتی ہے جس کا دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ کے مساوی ہے، بتاؤ کہ نلی کو کتنا اوپر اٹھایا جائے کہ اس کے ۵۰ سنتی میٹر طول میں گیس بھر جائے۔

۷۔ چائے دانی کے ڈھکنے میں جو ایک چھوٹا سوراخ رکھا جاتا ہے اور نیز شراب کے ڈب میں جو نکاسی سوراخ ہوتا ہے اس کے فوائد بیان کرو۔

۸۔ ایک مجوف بند اسطوانہ کے اندر جس کا طول ۲ فٹ ہے ایک نشانہ ہے۔ جب نشانہ اسطوانہ کے قاعدہ سے ۱۲ انچ کے فاصلہ پر ہو تو اند کی ہوا کا دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ (یعنی فی مربع انچ ۱۵ پونڈ) کے مساوی ہوتا ہے، قاعدہ کے ایک سوراخ میں سے اسطوانہ کے اندر اس قدر اور ہوا بھری گئی ہے کہ پہلے کی نسبت اسطوانہ کے اندر اب تین گنی ہوا ہو جاتی ہے۔ اگر نشانہ کو ۴ انچ اوپر اٹھنے دیا جائے تو نشانہ کی دونوں جانب ہوا کا دباؤ محسوب کرد۔ نشانہ اپنے ابتدائی محل سے کتنے انچ اوپر اٹھے کہ یہ بھر متوازن ہو جائے۔

۹۔ ایک غبارہ کو لنگیس سے آدھا بھرا ہوا ہے۔ جب پارہ کا بارپیمہ ۳۰ انچ پر ہو تو غبارہ ہوا میں عین معلق رہ سکتا ہے، اگر بارپیمہ انز کر ۲۸ انچ پر آجائے تو بتاؤ کہ کیا واقع ہوگا۔

اگر کل غبارہ میں ۳۰ انچ کے دباؤ پر گیس بھری ہو تو کیا واقع ہوگا۔

۱۰۔ گیس جمع کرنے کے لئے اسطوانہ کی شکل کا ایک برتن استعمال کیا گیا ہے جو پانی میں اونڈا کیا ہوا ہے۔ اس کا قطر $\frac{1}{4}$ فٹ ہے اور اس کا وزن ۶۰ پونڈ ہے۔ بتاؤ کہ اسطوانہ کے وزن کا کونسا حصہ باؤں سے سہارا جائے کہ اس سے جو گیس میسر آئے اس کا دباؤ پانی کے ایک انچ ارتفاع کے مساوی ہو۔

۱۱۔ ایک پائمنٹ کی شیشی کے اندر ہوا ہے جس کا دباؤ کڑھوئی کے دباؤ کے مساوی ہے جب شیشی کے ساتھ ۵ اونس وزن اور لگا دیا جاتا ہے تو یہ پانی میں عین تیر سکتی ہے، اس وزن کو ہٹا کر شیشی کی گردن نیچے کی طرف کر کے اسے آہستہ سے نیچے دبایا جاتا ہے ثابت کرو کہ شیشی پانی میں عین تیر سکیگی جب اندر کے پانی کی سطح بیرونی سطح سے ۱۱ فٹ نیچے ہو۔ اور شیشی ڈوب جائیگی اگر اس کو اور نیچے دبا دیا جائے اور اوپر اٹھ آئے گی اگر دباؤ ذرا کم کر دیا جائے، آبی باریم کا ارتفاع ۳۳ فٹ ہے اور پانی کے ایک پائمنٹ کا وزن ۲۰ اونس ہے۔

۱۲۔ ایک ہوا بند اسطوانہ کی بلندی ۲ فٹ ہے، اس اسطوانہ کے آدھے حصے میں ہوا ہے اور آدھے میں پانی، ہوا کا دباؤ کڑھوئی کے دباؤ کے مساوی ہے جو پانی کے ارتفاع ۵ فٹ کے دباؤ کے برابر ہے، اسطوانہ میں مزید بلندی تک اور پانی اس طرح بھر دیا گیا ہے کہ ہوا نکلنے نہیں پاتی جس سے قاعدہ پر کا دباؤ دگنا ہو جاتا ہے ثابت کرو کہ

$$ک = ا + ف - \sqrt{ا^2 + ف^2}$$

۱۳۔ ایک انتصابی اسطوانہ کی افقی تراشش ایک مربع ہے جس کا ہر ضلع ایک فٹ ہے، اس کے اندر ایک بے وزن فشارہ پھنس کر آتا ہے۔ ابتداءً فشارہ کے نیچے کی ہوا ۷ فٹ طول کی جگہ گھیرے ہوئے ہے اور اس کا دباؤ بیرونی ہوا کے دباؤ کے مساوی ہے۔ اگر فشارہ پر $\frac{1}{2}$ مکعب فٹ لوبار رکھا جائے تو یہ ایک فٹ نیچے چلا جاتا ہے اور اگر علاوہ ازیں فشارہ پر ۶ مکعب فٹ پانی ڈالا جائے تو یہ $\frac{34}{100}$ فٹ اور نیچے چلا جاتا ہے، نو ہے کی کثافت اضافی اور آبی بار پیماس کا ارتقاع دریافت کرو۔

۱۴۔ ایک محبوف اسطوانہ جس کا ارتفاع ۴ فٹ ہے اوپر سے کھلا ہے اس کو اٹا کر کے پانی کے اندر اتنا ڈبوایا گیا ہے کہ اس کا طول ک پانی کے اندر ہے۔ ثابت کر دو کہ اندر کی ہوا جو جگہ گھیرے ہوئے ہے اس کا طول لا ذیل کی مساوات سے حاصل ہوتا ہے۔

$$L + (F + K - F) = F \times f$$

جہاں F آبی پیماس کا ارتفاع ہے

۱۵۔ ایک کھلے کنستر کی بلندی $\frac{1}{2}$ فٹ ۳۲ انچ ہے، اس کو اٹا کر کے پارہ کے ایک برتن میں رکھا گیا ہے اور اوپر سے اتنا دبا یا گیا ہے کہ اس کا پیندا پارہ کی سطح میں آ جاتا ہے، اگر سیلابی بار پیماس کا ارتفاع ۳۰ انچ ہو تو بتاؤ کہ کنستر کے اندر پارہ کتنا اوپر چڑھ جائے گا؟

۱۶۔ ایک مخروطی گلاس کی بلندی ۴ فٹ ۳۲ انچ ہے، اس کو اٹا کر کے پانی کے اندر اس قدر غرق کیا گیا ہے کہ اندر کے پانی کی سطح باہر کے پانی کی سطح سے ۳۴ فٹ نیچے ہے، اگر آبی بار پیماس کا ارتفاع ۳۴ فٹ

ہو تو مخروط کے اس حصہ کی بلندی دریافت کرو جس کے اندر ہوا ہے۔
 ۱۷۔ ایک پتلا مخروط جس کا وزن ۵ ہے ایک مائع کے اندر عین ڈوب
 جاتا ہے جبکہ اس کا قاعدہ نیچے کی طرف ہو لیکن اگر اس کا رأس نیچے کی
 جانب ہو تو اسی گہرائی تک ڈوبنے کے لئے اس کے اندر ۱۱ م و وزن اور
 رکھنا پڑتا ہے، ثابت کرو کہ مخروط کا ارتفاع ۱۱ م ہے
 جہاں ۱۱ م مائع مذکور کے بار پیماس کا ارتفاع ہے۔

۱۸۔ ایک مستدیر اسطوانہ کا ایک سرابند ہے، اس کا ارتفاع ۸
 ہے اور اس کی بیرونی اور اندرونی عمودی تراشوں کے رقبوں کی نسبت
 ۴:۷ ہے، بند سرے کی موٹائی کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے اور اسطوانہ
 کی کثافت اضافی ۲ ہے، اسطوانہ کے کھلے سرے کو نیچے کی طرف
 کر کے اسے پانی کے اندر ڈبویا گیا ہے، ثابت کرو کہ اگر کھلے سرے
 کی گہرائی ۱۳ فٹ سے زیادہ ہوگی تو اسطوانہ خود بخود اور نیچے ڈوب
 جائے گا آبی بار پیماس ۳۳ فٹ پر ہے۔

۱۹۔ ایک اسطوانہ کا ارتفاع ۵ فٹ ہے اور اس کا محور انتصابی
 ہے، اسطوانہ کے اندر ہوا ہے جس کا دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ کے مساوی
 ہے، اسطوانہ کے منہ کو ایک پھنس کر آنے والے فشار سے بند کیا ہوا ہے
 جس کی کمیت ۳۰ پونڈ ہے، اگر فشار اپنے ہی وزن سے ۲ فٹ نیچے
 اتر جائے تو بناؤ کہ فشار کو اور ۲ فٹ نیچے اتارنے کے لئے اس پر
 کتنا مزید دباؤ ڈالنا پڑیگا؟

۲۰۔ ایک اسطوانہ کے اندر جس کا محور انتصابی ہے ۵ و ۶۲ پونڈ
 وزن کا ایک فشار خوب پھنس کر آتا ہے۔ اسطوانہ کے اندر کچھ ہوا ہے

جس کا طول ۱ فٹ ہوتا ہے جبکہ فنتارہ کے اوپر ۳ فٹ کی بندی تک پانی ڈالا جائے، پانی کے اندر ایک رسی کے ذریعہ ایک کرہ آزادانہ لٹکا یا گیا ہے جو پانی کے اندر پورا غرق ہو جاتا ہے، اگر اسطوانہ کا قطر ایک فٹ ہو تو بتاؤ کہ فشارہ اور کتنا نیچے اتر جائیگا؟

۲۱۔ ایک افقی اسطوانہ کے دونوں سرے بند ہیں اور اس کے مابین وسط میں ایک پھنس کر آنے والا فشارہ ہے جس کا وزن ۱۰ ہے۔ فشارہ کے دونوں جانب ہوا ہے جس کا دباؤ کرد ہوائی کے دباؤ ۲۱ کے مساوی ہے، اسطوانہ کو ایک جانب سے اتنا اٹھایا گیا ہے کہ اس کا محور افقی کے ساتھ زاویہ ۴۵ بنا تا ہے، بتاؤ کہ فشارہ جس مقام پر پھر متوازن ہوگا اس کا فاصلہ ابتدائی مقام سے

$$[\text{مراد لہ رقم ۲} - \text{لہ رقم ۴}]$$

ہوگا جہاں اسطوانہ کا طول ۵۲ ہے، فشارہ کا رقبہ ہے اور لہ مستقل مقدار $\frac{1}{2}$ کو تعبیر کرتا ہے۔

۲۲۔ ایک انتصابی اسطوانہ کا قاعدہ بند ہے اور یہ ہوا سے بھرا ہوا ہے، اس کا ارتفاع ۴ فٹ ہے اور اس کے منہ پر ایک پھنس کر آنے والا بے وزن فشارہ ہے جس پر آہستہ آہستہ پانی ڈالا جاتا ہے۔ ثابت کرو کہ فشارہ کے اوپر اسطوانہ کے اندر پانی کی اتنی مقدار ڈالی جاسکتی ہے جو اس کے ۴-۴ طول کو بھر دے پیشتر اس کے کہ پانی اوپر سے بہنا شروع ہو۔ اس میں ۴ آبجی باؤ پیما کے ارتفاع کو تعبیر کرتا ہے اگر ۴ ۴ فٹ تو کیا واقع ہوگا۔

۱۱۱۔ ایک گیس کے دباؤ، تپش اور کثافت کا باہمی ارتباط

تجربہ سے ثابت کیا جاسکتا ہے کہ اگر کسی گیس کی ایک خاص مقدار کا دباؤ مستقل رہے تو اس کی تپش کے ہر ایک درجہ سنٹی گریڈ کے اضافہ کے جواب میں جو اضافہ اس کے حجم میں واقع ہوگا وہ اس حجم کا 0.003665 و $(= \frac{1}{273})$ تقریباً) گنا ہوگا جو صفر درجہ سنٹی گریڈ پر گیس مذکور کا ہو۔

پس اگر گیس کی ایک خاص کمیت کا حجم $^{\circ}$ سنٹی گریڈ پر C ہو اور $^{\circ}$ مقدار 0.003665 کو تعبیر کرے تو تپش میں ہر ایک درجہ سنٹی گریڈ کے اضافہ سے گیس کے حجم میں C کا اضافہ ہوگا اور بنا بریں $^{\circ}$ سنٹی گریڈ پر کل اضافہ C بت ہوگا۔
لہذا اگر $^{\circ}$ سنٹی گریڈ پر ہوا کے حجم کو C سے تعبیر کیا جائے
 $C = C + C \cdot t = C \cdot (1 + t)$

نیز اگر $^{\circ}$ سنٹی گریڈ اور $^{\circ}$ سنٹی گریڈ پر کثافتیں بالترتیب k اور k ہوں تو
 $k \cdot C = k \cdot C$

اس لئے $\frac{k}{k} = \frac{C}{C} = 1 + t$

یا $k = k \cdot (1 + t)$

مندرجہ بالا کلیہ کو بعض اوقات گے لڑک کے کلیہ سے اور بعض اوقات چارلس کے کلیہ سے موسوم کرتے ہیں۔

۱۱۲۔ دفعہ ماقبل کا کلیہ تمام گیسوں پر صادق آتا ہے جو گیسیں قریب قریب کامل ہیں ان کی صورت میں $^{\circ}$ کی قیمت اس مقدار

یعنی $\frac{1}{243}$ کے نہایت قریب ہے۔

تپش ناپنے میں اگر سنٹی گریڈ تپش پیمائی کی بجائے فارن ہیت استعمال کیا جائے تو نہ کی قیمت تقریباً $\frac{5}{9} \times \frac{1}{243}$ ہوگی۔

[کیونکہ فارن ہیت پیمانہ کے ۱۸۰ درجہ سنٹی گریڈ پیمانہ کے ۱۰۰ درجوں کے مساوی ہوتے ہیں یعنی ۱ فارن ہیت = $\frac{5}{9}$ سنٹی گریڈ]

مشق ۱۔ اگر ہوا کی ایک خاص مقدار کا حجم ۱۰ سنٹی گریڈ تپش پر ۳۰۰ مکعب سنٹی میٹر ہو تو اس کا حجم ۲۰ سنٹی گریڈ پر (جب دباؤ وہی رہے) معلوم کرو اگر ۲۰ سنٹی گریڈ پر حجم ح ہو تو

$$300 \times \frac{283}{243} = 300 \times \frac{1}{243} \times 10 + 300 = 300$$

$$300 \times \frac{243}{283} = 300 \therefore$$

$$\text{ابذا } 20 \text{ سنٹی گریڈ پر حجم مطلوبہ} = 300 \times \frac{1}{243} \times 20 + 300 =$$

$$300 \times \frac{293}{283} = 300 \times \frac{293}{243} =$$

$$= 300 \times \frac{140}{283} =$$

مشق ۲۔ گیس کی ایک خاص مقدار کا حجم ۱۵ سنٹی گریڈ پر ۳۰۰ مکعب سنٹی میٹر ہے، اگر اس کے دباؤ میں تبدیلی واقع نہ ہو تو بتاؤ کہ کس تپش پر اس کا حجم ۵۰۰ مکعب سنٹی میٹر ہو جائیگا۔

فرض کرو کہ مطلوبہ تپش ہے تب

$$\frac{\frac{300}{243} + 1}{\frac{15}{243} + 1} = \frac{\text{حجم } 15 \text{ سنٹی گریڈ پر}}{\text{حجم } 500 \text{ سنٹی گریڈ پر}} = \frac{500}{300}$$

$$= \frac{243}{288} + ت \quad \therefore ت = 84^\circ \text{ سنتی گریڈ}$$

۱۱۴ - فرض کرو کہ کچھ گیس ۰ سنتی گریڈ پر ایک اسطوانہ کے اندر بند ہے اور اتنے وزن کے ایک فشار کو بخامے ہوئے ہے کہ گیس کا دباؤ د ہے۔ اگر گیس کی کثافت ک ہو تو

$$د = م \cdot ک \quad (۱)$$

اب اسطوانہ کو اتنا گرم کرو کہ اس کی تپش ت ۰ سنتی گریڈ ہو جائے۔ فرض کرو کہ گیس کی کثافت اب ک ہے۔ تب کلیہ چارلس سے ظاہر ہے کہ

$$ک = ک (۱ + ت) \quad (۲)$$



(۱) اور (۲) کی رو سے

$$د = م \cdot ک (۱ + ت)$$

اس سے گیس کی تپش، دباؤ اور کثافت کا باہمی ربط معلوم

ہوتا ہے۔
۱۱۴ - تپش مطلق۔ اگر کسی گیس کو بالترج ٹھنڈا کرتے جائیں حتیٰ کہ اس کی تپش صفر درجہ سنتی گریڈ سے بھی بہت نیچے ہو جائے اور گیس مائع نہ بنے بلکہ چارلس اور بائل کے کلیوں کے تحت میں رہے تو کسی تپش ت پر گیس کا دباؤ صفر ہو جائیگا جہاں $۰ = ت + ۱$

$$۲۷۳ - = \frac{۱}{ت} = -$$

اس - ۲۷۳ درجہ کی تپش کو ہوائی تپش پیماس صفر

مطلق کہتے ہیں اور کسی گیس کی تپش جو اس صفر سے ناپی جائے

تپش مطلق کہلاتی ہے، تپش مطلق کو بالعموم t سے تعبیر کرتے

$$\text{پس } t = \frac{1}{\rho} + t$$

$$\text{لہذا } d = m \text{ ک } (1 + \rho t) = m \text{ ک } \rho (t + \frac{1}{\rho})$$

$$= m \text{ ک } \rho t$$

اب اگر گیس کی ایک خاص مقدار کا حجم H ہو تو

$$D = m \text{ ک } [H \times \rho] = m \text{ ک } \rho \times \text{گیس کی کمیت}$$

= ایک مقدار مستقل

اسلئے اگر کسی گیس کی کوئی خاص کمیت D ہوئی ہو تو اس کے دباؤ اور حجم کا حاصل ضرب اس کی تپش مطلق کے متناسب ہوتا ہے۔

مشق ۱۔ ایک کرہ کے اندر ہوا ہے کرہ کے نصف قطر کو d گنا کر دیا

گیا ہے اور نیز اس کی تپش کو 91 سنی گریڈ سے 91 سنی گریڈ کر دیا گیا ہے

ثابت کرو کہ ایسا کرنے سے آخری دباؤ ابتدائی دباؤ کا $\frac{1}{4}$ رہ گیا ہے،

مان لو کہ پھیلاؤ کی قدر فی درجہ سنی گریڈ $\frac{1}{273}$ ہے۔

فرض کرو کہ ابتدائی دباؤ d اور آخری دباؤ D ہے، ابتدائی کثافت

ک اور آخری کثافت K ہے۔

چونکہ کرہ کے نصف قطر کو d گنا کر دیا گیا ہے اس لئے آخری حجم ابتدائی

حجم کا 8 گنا ہے

$$\therefore K = \frac{1}{8} k$$

$$\therefore \frac{D}{d} = \frac{m \text{ ک } (91 + \rho t)}{m \text{ ک}} = \frac{1}{8} \left[\frac{91}{273} + 1 \right]$$

$$\frac{1}{4} = \frac{343}{223} \times \frac{1}{4} =$$

مثله نمبری ۲۳

[ذیل کی اشلہ میں عدہ کو $\frac{1}{23}$ کے برابر فرض کرو]

۱۔ صفر درجہ سنتی گریڈ کی تپیش اور پارہ کے ۶۷ سنتی میٹر کے دباؤ پر حجم محسوب کرو

(۱) اس ہوا کا حجم ۸۰ سنتی میٹر کے دباؤ اور ۳۰ سنتی گریڈ کی تپیش پر ۱۰۰ مکعب سنتی میٹر ہو

(۲) اس ہوا کا جس کا حجم ۳ ہوائی کروں کے دباؤ اور ۱۰۰ فارن ہیت

تپیش پر ۳ مکعب فٹ ہو۔

۳۔ گیس کی ایک خاص مقدار پارہ کے ۷۷ اینچ دباؤ اور ۹۹ سنتی گریڈ پر ۹ مکعب اینچ جگہ گھیرتی ہے، بتاؤ کہ پارے کے ۵۵ اینچ دباؤ اور ۹۹ سنتی گریڈ تپیش پر کتنی جگہ گھیرے گی؟

۴۔ پارہ کے ۳۲ اینچ دباؤ اور ۳۹ سنتی گریڈ تپیش پر ہوا کی ایک خاص کمیت ۵ مکعب اینچ جگہ گھیرتی ہے، بتاؤ کہ پارہ کے ۴۵ اینچ دباؤ اور ۷۸ سنتی گریڈ تپیش پر اس کا حجم کیا ہوگا؟

۵۔ سطح سمندر پر تپیش ۷۰ سنتی گریڈ ہے اور بار پیم ۵۰ ملی میٹر پر ہے،

نیز ایک پہاڑ کی چوٹی پر تپیش ۹۳ سنتی گریڈ ہے اور بار پیم ۳۰۰ ملی میٹر پر ہے۔ دونوں جگہوں پر ہوا کے ایک مکعب میٹر کے اوزان کا مقابلہ کرو۔

۵۔ ایک اسطوانہ میں دو گیسیں ہیں جن کے اختلاط کو ایک حرکت کرنے والا فشارہ روکے ہوئے ہے۔ دونوں گیسیں ۷۰ سنتی گریڈ پر ہیں اور ان میں

سے ایک کا حجم دوسری کے حجم کا ڈگنا ہے۔ اگر زیادہ حجم والی گیس کی تپش کو تہ بڑا دیا جائے تو ثابت کرو کہ فشارہ $\frac{2}{9+4}$ لیتے جگہ میں سے حرکت کرے گا جہاں ل اسطوانہ کا طول ہے اور عہ پھیلاؤ کی قدر فی درجہ سنتی گریڈ ہے۔

۶۔ ایک کرہ کے اندر ہوا ہے، کرہ کے نصف قطر کو ڈگنا کر کے اس کی تپش کو ہ سنتی گریڈ سے ۵۵ مہ سنتی گریڈ کر دیا گیا ہے، اگر ہوا کے پھیلاؤ کی قدر فی درجہ سنتی گریڈ $\frac{1}{3}$ ہو تو ثابت کرو کہ اندر کی ہوا کا دباؤ پہلے کی نسبت $\frac{1}{3}$ رہ جائے گا۔

۷۔ ۸۰ سنتی گریڈ تپش پر ہوا کے ایک سنتی میٹر مکعب کا وزن ۰۰۱ گرام ہے جبکہ باریمیا کا ارتفاع ۶۶ سنتی میٹر ہے پارہ کی کثافت ۱۳۵۹۶ ہے جاذبہ اض کے اسراع کی عددی قیمت ۹۸۱ ہے اور مستقل دباؤ کے ماتحت نقطہ انجماد سے لیکر نقطہ جوش تک ہوا کے پھیلاؤ کی شرح ۱ سے ۳۶۶ تک ہوتی ہے۔ ایک گرام ہوا کے لئے $\frac{1}{3}$ کی قیمت محسوب کرو۔

۸۔ ایک فشارہ ایک اسطوانہ میں پھنس کر آتا ہے اور اس کے اندر آزادانہ حرکت کرتا ہے، ابتداءً اس کو اسطوانہ کے عین وسط میں رکھا گیا ہے اور اسطوانہ کے سرے بند کر دئے گئے ہیں۔ جب اسطوانہ کو انتصابی سمت میں رکھا جاتا ہے تو فشارہ کا فاصلہ بالائی سرے سے اسطوانہ کے کل طول کا $\frac{1}{4}$ گنا ہوتا ہے لیکن اگر دونوں حصوں کی تپشوں کو بڑا کر بالترتیب تہ اور تہ کر دیا جائے جہاں تہ اور تہ مطلق تپشیں ہیں تو فشارہ پھر اسطوانہ کے وسط میں آجاتا ہے، ثابت کرو کہ اسطوانہ کی ابتدائی مطلق

۱۱۷۔ دو گیسوں کو جن کے حجم H اور H اور دباؤ D اور D ہیں باہم ملا کر ایک ایسے ظرف میں ڈالا گیا ہے جس کا حجم H ہے۔ اگر تپش نہ بدلے تو آمیزہ کا دباؤ محسوب کرو۔

دوسری گیس کو دباؤ D سے D پر لے آؤ تب بائل کے کلیہ کے مطابق اس کا حجم H سے H ہو جائے گا۔

اب ہمارے پاس حجم H اور H کی دو گیسیں ہیں اور ہر ایک کا دباؤ D ہے، حسب سابق ان کو ملانے سے حجم

$H + H$ کا ایک آمیزہ حاصل ہوگا جس کا دباؤ D ہوگا۔
اب فرض کرو کہ آمیزہ کا حجم بدل کر H اور بنا بریں اس کا دباؤ D کر دیا گیا ہے۔ تب بائل کے کلیہ کی رو سے

$$D \times H = D \times (H + H) = D \times H + D \times H$$

یعنی مطلوبہ دباؤ $D = D + D$

۱۱۸۔ اگر دفعہ ۱۱۶ کی مانند ہمارے پاس متعدد گیسیں ہوں جن میں سے ہر ایک کا حجم H ہو لیکن دباؤ بالترتیب D ، D ، D ، ہوں تو جب ان کو ملانے سے بالآخر آمیزہ کا حجم H بنا دیا جائے تو آمیزہ کا دباؤ $D + D + D + \dots$ ہوگا۔

یہ کلیہ ڈالٹن کے کلیہ سے موسوم ہے۔ اس کو بالفاظ دیگر یوں بھی بیان کیا جاسکتا ہے: اگر ایک خاص حجم کے اندر بہت سی گیسوں کو بھر دیا جائے تو ہر ایک گیس کا دباؤ اتنا ہی

ہو گا جتنا کہ باقی گیسوں کی عدم موجودگی میں اس کا ہوتا، یعنی آمیزہ کا مجموعی دباؤ سب گیسوں کے انفرادی دباؤں کے مجموعہ کے مساوی ہو گا۔

مشتق - دو گیسوں کی کمیتیں بالترتیب m اور M ہیں اور ہر ایک کے دباؤ اور کثافت کی نسبت بالترتیب k اور K ، اگر ان کو لانے سے پیش میں کوئی فرق نہ آئے تو ثابت کر دو کہ آمیزہ میں دباؤ کی نسبت کثافت کے ساتھ

$$\frac{m}{M} = \frac{K}{k} \dots\dots\dots$$

۱۱۹۔ بار پیمائے کے ذریعہ بلندیوں کا معلوم کرنا

اگر کرہ ہوائی حالت سکون میں ہو اور اس کی تپش مستقل ہو اور اگر اس میں ایسے نقطے لئے جائیں جن کی بلندیاں سطح زمین کے اوپر سلسلہ حسابیہ میں ہوں (جس کا مشترک فرق بہت چھوٹا ہو) تو ان نقطوں پر کے دباؤ سلسلہ ہندسیہ میں ہونگے۔ فرض کر دو کہ ایک انتصابی خط پر نقاط N_1, N_2, N_3, \dots کا ایک سلسلہ ایسا ہے کہ

$$N_1 - N_2 = N_2 - N_3 = \dots = N_{n-1} - N_n$$

$$= \text{بہ جہاں بہ بہت چھوٹا ہے}$$

ہوا کے ایک چھوٹے اسطوانہ پر غور کرو جس کی افقی تراش بہت چھوٹی ہے اور جس کا محور خط مستقیم $N_1 N_2 N_3 \dots$ سے

[نوٹ]۔ جو طالب علم احصاء تکلمات سے واقف ہے اُسے چاہیے کہ

اس موقع پر ضمیمہ کتاب ہذا کا مطالعہ کرے]

چونکہ یہ بہت چھوٹا ہے اس لئے ہم کسی دو مسلسل نقاط کی درمیانی تہ میں ہوا کی کثافت کو یکساں تصور کر سکتے ہیں۔

فرض کر دو کہ نیچے سے شروع ہو کر اوپر کی جانب مسلسل ہتھوں کی کثافتیں بالترتیب k, k, k, \dots ہیں اور بنا برین ان کے دباؤ بالمتسلسل m, m, m, \dots ہیں۔ پس ان دباؤں کو ہم بالترتیب نقاط d, d, d, \dots پر کے دباؤ تصور کر سکتے ہیں۔

و اور n پر کے رخوں کے دباؤں میں جو فرق ہے وہ جزو n کے وزن کو سہارے ہوئے ہے۔

اس لئے $m, k - m, k = J, k$ بہ

اسی طرح سے اسطوانوں n, n, n

n, n, n, n, n, \dots کے لئے

لہذا $m, k - m, k = J, k$ بہ

$m, k - m, k = J, k$ بہ

.....

$m, k - m, k = J, k$ بہ

لہذا $k = k, [1 - \frac{1}{n}]$

$k = k, [1 - \frac{1}{n}] = k, [1 - \frac{1}{n}]$

$k = k, [1 - \frac{1}{n}] = k, [1 - \frac{1}{n}]$



کے کدے۔ [۱- جے] = ک، [۱- جے] = م۔

پس کتا فتنیں ک، ک، ک، ک، اور اس لئے اُن کے
مقتنا ظردباؤ سلسلہ ہندسیہ میں ہیں۔

اگر ن کے عین اوپر کثافت ک ہو تو حسب بالا

ک = ک، [ا-ج م] = ک، [ا-ج م]

اگر ہم ربہ کی بجائے ف رکھیں جس کے یہ معنی ہوں گے کہ زمین سے بندھن ف یر کثافت ک ہے تو

ک = ک، [۱- ج ۲۰]

فرض کر دو کہ $\frac{ج}{ر} = \frac{ا}{ح}$

جس میں $و$ سے مراد لوکار تھوں کے نیپری نظام کا اساس ہے
 $\therefore k = k' \frac{w}{m}$

اس مضابطہ سے بلندی f پر کی کثافت سطح z میں p کی کثافت
 کی رقوم میں معلوم ہوتی ہے۔ لیکن یہ کثافت اس مفروض
 کی بناء پر محسوب کی گئی ہے کہ g کی قیمت ہر جگہ مستقل رہتی
 ہے اور یہ امر صریحاً زمین کی سطح کے اوپر محدود فاصلوں تک
 ہی درست تصور ہو سکتا ہے۔

علاوہ ازیں اس میں تپیش کو بھی غیر متغیر فرض کیا گیا ہے جو
 امر واقع کے خلاف ہے کیونکہ ارتفاع کے قابل لحاظ تفاوت
 سے تپیش میں بھی اختلاف واقع ہوتا ہے۔

۱۲۰۔ بار پیمائے کے پڑھنے سے دو مقامات کی بلندیوں کا فرق
 دریافت کرو۔

دفعہ ما قبل کے مضابطہ سے
 $\therefore k = k' \frac{w}{m}$

فرض کرو کہ دو مقامات مذکورہ پر بار پیمائے اور g پر ہے، تب
 $g : g' = k : k'$ (حب کلیہ باہل)

$\therefore \frac{g}{g'} = \frac{w}{m}$

$\therefore k' = k \frac{w}{m}$

$$\therefore \text{ف} = \frac{\text{م}}{\text{ج}} \text{ لوک } \frac{\text{ع}}{\text{ع}} = \frac{\text{م}}{\text{ج}} \text{ لوک } \frac{\text{ع}}{\text{ع}} \times \text{لوک } \frac{\text{ع}}{\text{ع}}$$

$$= \frac{\text{م}}{\text{ج}} \text{ لوک } \frac{\text{ع}}{\text{ع}} [\text{لوک } \frac{\text{ع}}{\text{ع}} - \text{لوک } \frac{\text{ع}}{\text{ع}}]$$

پس دو مقامات کا عمودی ارتفاع فٹوں میں حاصل کرنے کے لئے مقامات مذکورہ پر بار پیمیا کی جو بلندیاں ہوں ان کے لوکارتموں کے فرق کو مقدار مستقل $\frac{\text{م}}{\text{ج}}$ لوک $\frac{\text{ع}}{\text{ع}}$ سے ضرب دینا پڑتا ہے۔

دفعہ ۱۰۸ کی مشق میں م کی جو قیمت محسوب کی گئی ہے اس کی رو سے اور ج = ۳۲۵۲ اور لوک $\frac{\text{ع}}{\text{ع}} = \frac{1}{10} = \frac{1}{10} = \frac{1}{10}$ لوک $\frac{\text{ع}}{\text{ع}} = ۲۵۳۰۲۶$ لینا

سے مذکورہ بالا مقدار مستقل کی قیمت تقریباً ۶۰۲۰۰ ہوتی ہے جبکہ طول کی اکائی فٹ مانی جائے۔

اگر س، گ، ٹ اکائیاں استعمال کی جائیں تو دفعہ ۱۰۸ میں م کی قیمت ۷۷۹۷۴۱۰۰۰ معلوم کی جا چکی ہے۔

نیز چونکہ اس نظام کے مطابق ج = ۹۸۱، اس لئے یہ

$$\text{مقدار مستقل} = \frac{۲۵۳۰۲۶ \times ۷۷۹۷۴۱۰۰۰}{۹۸۱}$$

$$= ۱۸۳۰۳۰۰۰ \text{ تقریباً}$$

مشق ۱۔ ثابت کرو کہ بار پیمیا کا ۷۷ سنتی میٹر سے ۷۵ سنتی میٹر پر آجانا تقریباً ۱۰۵ میٹر کے صعود کو تعبیر کرتا ہے جہاں

لوک ۱۶۸۷۵۰۶ = ۷۵ لوک ۱۶۸۸۰۸۱ = ۷۶ لوک ۱۶۸۸۵۰۶ = ۷۷
 مشق ۲۔ اگر بار پیماس کا پارہ ۳۰ اینچ سے ۲۵ اینچ پر اتر آئے اور اس سے
 ۳۵۰۰ فٹ کا صعود تعبیر ہو تو بتاؤ کہ جب بار پیماس کا پارہ ۲۰ اینچ پر ہوگا تو
 اس سے ۱۰۰۰ فٹ کا ارتفاع تعبیر ہوگا۔

۱۲۱۔ اب ہم ذیل میں ناقص بار پیماسوں کے متعلق چند
 مثالیں درج کرتے ہیں۔

مشق ۱۔ کرہ ہوائی کے دباؤ پر کی ۱۰ اکمب غفلت ہو اگر کو ایک ایسے
 بار پیماس کے خلا میں داخل کر دیا گیا ہے جو پہلے ۷۶ سنتی میٹر پر تھا۔ اس عمل سے
 پارہ نیچے اتر جاتا ہے اور ہوا ۱۵ اکمب سنتی میٹر جگہ گھیرتی ہے، بار پیماس کا
 آخری ارتفاع دریافت کرو۔

کرہ ہوائی کے دباؤ کو ۲۸ سے تعبیر کرو۔ تب بائل کے کلیہ کے مطابق

$$\frac{2}{3} = \frac{10}{15} = \frac{\text{ابتدائی حجم}}{\text{آخری حجم}} = \frac{n}{n}$$

∴ ہوا کا آخری دباؤ = $\frac{2}{3} \times 28 = 18\frac{2}{3}$

پارہ کے ستون کے اوپر اب ہوا کا دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ کا $\frac{2}{3}$ ہے
 یعنی اب پارہ کے ستون کا طول ابتدائی طول کا $\frac{1}{3}$ ہے اور اس لئے
 اب یہ صرف $\frac{1}{3} \times 25$ سنتی میٹر ہے۔

مشق ۲۔ جب صحیح بار پیماس کا ارتفاع ۳۰ اینچ ہو تو ایک اور بار پیماس کا
 ارتفاع ۲۸ اینچ ہوتا ہے جبکہ موخر الذکر بار پیماس کی نلی کے $\frac{1}{3} \times 30$ اینچ طول
 میں ہوا ہو۔ اگر صحیح بار پیماس کا پارہ ۲۹ اینچ پر آجائے تو ثابت کرو کہ ناقص
 بار پیماس $\frac{1}{3} \times 28$ اینچ پر ہوگا۔

جب کرہ ہوائی کا دباؤ پارہ کے ۳۰ اینچ کے برابر ہو تو فرض کرو کہ ہوا کے ستون کا طول لا اینچ ہے، اسلئے جب اس کا طول $\frac{1}{3}$ م اینچ ہوگا تو اس کا دباؤ فی مربع اینچ

$$= \frac{\frac{1}{3}}{3} \times \text{کرہ ہوائی کا دباؤ} = \frac{\frac{1}{3}}{3} \times 30 \times 9 \text{ جہاں } 9 \text{ ایک}$$

کمب اینچ پارہ کا وزن ہے۔

لہذا ناقص بار پیم کے توازن کے لئے ضرور ہے کہ

$$\frac{\frac{1}{3}}{3} \times 30 \times 9 + 28 \times 9 = \text{کرہ ہوائی کا دباؤ}$$

$$= 30 \times 9$$

$$\therefore \frac{1}{3} = 6$$

جب صحیح بار پیم ۲۹ اینچ پر ہو تو فرض کرو کہ ناقص بار پیم کا ارتفاع

۶ اینچ ہے۔ اسلئے ہوا کا دباؤ فی مربع اینچ

$$= \frac{30 \times \frac{1}{3}}{6 - 31} =$$

$$\therefore 29 = 6 + 30 \times \frac{\frac{1}{3}}{6 - 31} = \frac{20}{6 - 31} + 6$$

$$\therefore 6 = \frac{20}{31 - 6}$$

اس مساوات کا دوسرا حل یعنی ۳۳ صریحاً ناقابل تسلیم ہے۔

مشق ۳۔ جب صحیح بار پیم کے ارتفاع ۶ اور یہ ہوں تو ایک ناقص

بار پیم کے ارتفاع جس کے اندر کچھ ہوا ہے بالترتیب ۱ اور ۲ ہوتے

ہیں۔ اگر ناقص بار پیم پر ہو تو صحیح بار پیم کا ارتفاع محسوب کرو۔

فرض کرو کہ ہوا کی مذکورہ بالا مقدار بار پیم کے طول لا کو گھیرتی ہے

جبکہ کرہ ہوائی کا دباؤ پارہ کے ف انچوں کے برابر ہو -

پہلی صورت میں ہوا کا دباؤ عہ - لا انچوں کے دباؤ کے مساوی ہے

اور اس لئے اس کا طول اس وقت $= \frac{ف}{عہ - لا} \times لا$ [بوجب کلیہ بائیں]

پس باریہا کی نلی کا کل طول $= 1 + \frac{ف}{عہ - لا}$

اور دوسری صورت میں ہوا کا دباؤ = یہ - ب اور یہ جس قدر طول کو

گمیرے ہوئے ہے وہ $= 1 + \frac{ف}{عہ - لا} - ب$

اس لئے بائیں کے کلیہ سے (یہ - ب) $(1 + \frac{ف}{عہ - لا} - ب) = ف لا$

$$\therefore ف لا = \frac{(عہ - لا)(یہ - ب)(ب - 1)}{(عہ - لا) - (یہ - ب)}$$

تیسری صورت میں اگر اصلی طول جہ ہو تو ہوا کا طول

$$= 1 + \frac{ف لا}{عہ - لا} - ج$$

اور اس کا دباؤ = جہ - ج

$$\therefore (1 + \frac{ف لا}{عہ - لا} - ج) (جہ - ج) = ف لا$$

$$\therefore جہ = ج + \frac{ف لا}{لا - ج + \frac{ف لا}{عہ - لا}}$$

$$جواختصار کے بعد = ج + \frac{(عہ - لا)(یہ - ب)(ب - 1)}{(ج - 1)(عہ - لا) - (ب - ج)(یہ - ب)}$$

امثلہ نمبری ۲۴

۱- اس کی کیا وجہ ہے کہ باہر ہوا کے اوپر کے حصہ میں تھوڑی سی ہوا

داخل کرنے سے اس کا پارہ بہت زیادہ نیچے اتر جاتا ہے لیکن لوہے کے ایک ٹکڑے سے جو پارہ کی سطح پر تیرتا ہے یہ بہت کم نیچے دبتا ہے۔

۲۔ ایک بار پیمیا ۳۰ انچ پر ہے، نلی کی عمودی تراش کا رقبہ $\frac{1}{4}$ مربع انچ ہے اور پارہ کے اوپر مکمل طور پر خلا ہے، بار پیمیا کے اندر باہر سے ایک مکعب انچ ہوا داخل کر دی گئی ہے جس سے پارہ ۴ انچ نیچے اتر جاتا ہے۔ بتاؤ کہ خلا کا حجم پہلے کتنا تھا۔

۳۔ ہوا کا ایک بلب جس کا حجم پارہ کے ۳۰ انچ دباؤ پر ایک مکعب انچ ہے بار پیمیا کی نلی کے اندر چلا جاتا ہے نلی کی عمودی تراش کا رقبہ ایک مربع انچ ہے اور اس کے خلا کا طول ایک انچ ہے، بتاؤ کہ پارہ کتنا نیچے اتر جائے گا۔

۴۔ بار پیمیا کی ایک یکساں نلی کی چوٹی طرف کے پارہ کی سطح سے ۳۳ انچ کی بلندی پر ہے لیکن نلی کے اندر کچھ ہوا داخل ہو جانے کی وجہ سے بار پیمیا ۶ و ۲۸ انچ پر رہتا ہے جبکہ کمرہ ہوائی کا دباؤ پارہ کے ۲۹ انچ کے مساوی ہوتا ہے، بتاؤ کہ گلاس بار پیمیا کا پارہ ۳۸ و ۲۹ انچ پر ہو تو اس سے کتنی اصلی ارتفاع تعبیر ہوگا۔

۵۔ بار پیمیا کی ایک یکساں نلی کی چوٹی طرف کے پارہ کی سطح سے ۳۶ انچ کی بلندی پر ہے۔ نلی کے اندر کچھ ہوا ہونے کی وجہ سے بار پیمیا ۲۷ انچ پر ہوتا ہے جبکہ درحقیقت اس کو ۵ و ۲۸ انچ پر ہونا چاہیے، بتاؤ کہ اگر بار پیمیا ۳۰ انچ پر ہو تو اس سے درحقیقت کتنا ارتفاع تعبیر ہوگا؟

۶۔ جب صحیح بار پیمیا ۳۰ انچ پر ہو تو ایک ناقص بار پیمیا جسکی نلی کے اندر کچھ ہوا ہے ۲۸ انچ پر ہوتا ہے، اگر ان دونوں آلوں کو ہوا پمپ کے

قابلہ کے اندر رکھ کر قابلہ کی کچھ ہوا خارج کی جائے تو ان کا پارہ بالترتیب ۱۵ اینچ اور ۶ ۱/۴ اینچ پر ہوتا ہے۔ ثابت کرو کہ ناقص بار پیمائی کی نلی کا وہ طول جو ظرف کے پارہ کی سطح سے ناپا جائے ۳۵ ۽ ۳۱ اینچ ہے۔

۷۔ میٹری ادٹ کی نلی کی درجہ بندی انچوں میں کی گئی ہے چھوٹی ساق میں پارہ ۴ درجہ پر ہے اور اس کے اوپر کے اس حصہ کا طول جس میں ہوا ہے ۵ اینچ ہے۔ دوسری ساق میں پارہ ۳۸ درجہ پر ہے اور بار پیمائی اس وقت ۵ ۽ ۲۹ اینچ کا دباؤ ظاہر کرتا ہے۔ بتاؤ کہ مذکورہ بالا ۵ اینچ ہوا پر کس قدر دباؤ ہے اور نیز بتاؤ کہ صرف بار پیمائی کے دباؤ کے ماتحت یہ ہوائی کے کتنے طول کو گھیرے گی۔

۸۔ ایک کیساں سوراخ والی لامنائلی کی ساقیں انتصابی ہیں، ان میں سے ایک ساق کا سرابند ہے اور دونوں ساقوں کے اندر مساوی بلندی تک پارہ ہے۔ اگر کھلی ساق میں اتنا پارہ اور ڈال دیا جائے جو نلی کے ۸ اینچ طول کو بھرنے کے لئے کافی ہو تو بند ساق کے اندر پارہ ایک اینچ اوپر چڑھ جاتا ہے اور اگر مزید برآں اتنا پارہ اور ڈالا جائے جو نلی کے ۱۱ اینچ کو بھر سکے تو دوسری ساق میں ارتفاع ایک اینچ اور بڑھ جاتا ہے، پارہ کے بار پیمائی کا ارتفاع محسوب کرو۔

۹۔ ایک بار پیمائی نلی کے اندر پارہ کی سطح کے اوپر کچھ ہوا ہے جسکی وجہ سے یہ بار پیمائی ۷۰۰ ملی میٹر پر ہوتا ہے جبکہ میٹری بار پیمائی ۶۱۲ ملی میٹر پر ہو۔ اندر کی ہوا کا دباؤ فی مربع سنٹی میٹر گراموں کے وزن میں دریافت کرو جبکہ پارہ کی کثافت اسمانی ۹۶ ۵ ۱۳۵ ہو۔

۱۰۔ ایک بار پیمائی کی خمدار نلی کا سوراخ کیساں ہے اور اس کا خلا ناقص

ہونے کی وجہ سے جب اصلی بار پیمیا ۳۲ اینچ پر ہوتا ہے تو یہ بار پیمیا ۳۱ اینچ ظاہر کرتا ہے اور اس کے خلا کا طول ایک اینچ ہوتا ہے اگر تپش میں کوئی تبدیلی راق نہ ہو تو بتاؤ کہ جب یہ ناقص بار پیمیا $\frac{1}{4}$ ۲۹ اینچ پر ہوگا تو اصلی بار پیمیا کتنے اینچ پر ہوگا۔

۱۱۔ جب اصلی بار پیمیا کا ارتفاع ۳۰ اینچ ہو تو ناقص خلا داے بار پیمیا کا ارتفاع ۲۹.۵۸ اینچ ہوتا ہے ، بتاؤ کہ نلی کے اندر کی ہوا کا حجم کمرہ ہوائی کے دباؤ پر کیا ہوگا۔

۱۲۔ ایک بار پیمیا ۳۰ اینچ پر ہے اور طریقہ سیلی کے خلا کا طول ۲ اینچ ہے اگر ہوا کا ایک حباب جو کمرہ ہوائی کے دباؤ پر نلی کے $\frac{1}{4}$ اینچ طول کو گھیرتا ہے خلا کے اندر داخل کر دیا جائے تو بتاؤ کہ پارہ کی سطح ۳ اینچ نیچے اتر جائے گی۔ نیز ثابت کر دو کہ جب ناقص بار پیمیا لا اینچ پر ہو تو اصلی بار پیمیا

۱۳۔ جب صیح بار پیمیا کے ارتفاع ۳۰.۵۴ اور ۲۹.۵۸ اینچ ہوں تو ایک ناقص بار پیمیا کے ارتفاع بالترتیب ۲۹.۱۸ اور ۲۹.۵۴ ہوتے ہیں۔ اگر ناقص بار پیمیا ۲۹ اینچ پر ہوگا تو بتاؤ کہ کمرہ ہوائی کا دباؤ ۳.۵۴ اینچ ہوگا۔

۱۴۔ ایک بار پیمیا کے اندر خلا سے طریقہ سیلی کا طول ۱ اینچ ہے اور جب اصلی بار پیمیا ج اینچ پر ہو تو یہ آلہ ب اینچ پر ہوتا ہے اگر یہ غلطی ناقص خلا کی وجہ سے پیدا ہو تو بتاؤ کہ اس آلہ کے ظاہری د اینچ کے ارتفاع کے مناظر اصلی بار پیمیا کا ارتفاع

$$+ د = \frac{ا (ج - ب)}{د + ب - ا}$$

اینچ ہوگا۔

باب ہشتم

سیالات کے خواص کی تشریح کے لئے آلات اور کلیں

۱۲۲۔ ظرف خواص۔ یہ دھات کے سینے ہوئے جرس یا اسٹواسے کی شکل کا ایک ٹھون ظرف ہوتا ہے جو نیچے کی طرف سے کھلا ہوتا ہے اور اس قدر ذنی ہوتا ہے کہ اپنے ہی وزن سے پانی کے اندر آسانی سے ڈوب جاتا ہے اور اُس ہوا کو جو اس کے اندر ہو اپنے ساتھ نیچے لے جاتا ہے، اس کو ایک زنجیر کے ذریعہ جو اسکے اوپر کے سرے کے ساتھ بندھی ہوتی ہے پانی کے اندر لٹکا دیتے ہیں۔ غوطہ خور اس کے اندر بھٹکر

گہرے پانی کی

تہ میں اتر جاتے

ہیں اور وہاں جو

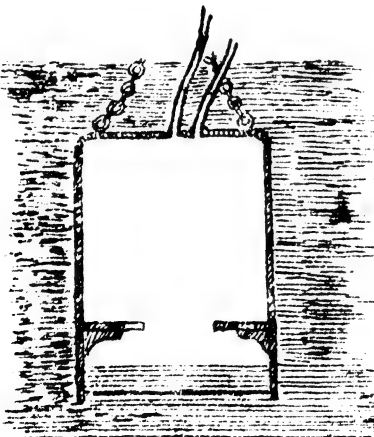
کام چاہیں اطمینان

سے سرانجام دے

لیتے ہیں۔

جوں جوں ظرف نکلا

پانی کے اندر



اُترتا جاتا ہے اس کے اندر کی ہوا کا دباؤ جو ہر صورت میں اس پانی کے دباؤ کے مساوی رہتا ہے جس کو یہ سس کرتی ہے بتدریج بڑھتا جاتا ہے۔ پس بائل کے کلیہ کی رو سے ہوا کا حجم کم ہوتا جاتا ہے اور پانی بتدریج ظرف کے اندر چڑھتا آتا ہے۔

ہوا کے اس سکڑاؤ کو روکنے کے لئے ظرف کی بالائی سطح سے ایک نلی پیوستہ ہوتی ہے جو ظرف کی ہوا کو باہر کی ہوا کے ساتھ وصل کرتی ہے۔ اس نلی کے ذریعہ ظرف مذکور کے اندر مصنوعی طور پر ہوا بھرتے رہنے سے پانی کی سطح کو جس بلندی پر چاہیں رکھ سکتے ہیں۔ اس کے علاوہ اسی طرح کی ایک اور نلی بھی ہوتی ہے جو خراب ہوا کے اخراج کی غرض سے لگائی جاتی ہے۔

زننجیر کا تناؤ ظرف کے وزن سے بقدر ہٹائے ہوئے پانی کے وزن کے کم ہوتا ہے۔ اگر ظرف کے اندر مزید ہوا پمپ نہ کی جائے تو جوں جوں ظرف نیچے اترتا جائے گا ہٹائے ہوئے پانی کا وزن کم ہوتا جائے گا اور بنا بریں زننجیر کا تناؤ دم بدم بڑھتا جائے گا۔

۱۲۳۔ معلوم کثافت والے پانی کے اندر ایک ظرف غواص ٹسکا یا گیا ہے۔ اگر اوپر سے مزید ہوا نہ بھری جائے تو

(۱) دی ہوئی گہرائی ۱ پر ہوا کا سکڑاؤ

(۲) اس گہرائی پر زننجیر کا تناؤ

(۳) کرہ ہوائی کے دباؤ پر ہوا کی اس مقدار کا حجم جو اس گہرائی پر پانی کو ظرف سے باہر رکھنے کی خاطر ظرف میں بھری جانی چاہئے۔

(۱) فرض کرو کہ ظرف کا طول $ب$ ہے اور $ل$ گہرائی پر اس کے طول $لا$ میں ہوا ہوتی ہے۔ نیز فرض کرو کہ کرہ ہوائی کے دباؤ پر بار پیماس کا ارتفاع $ف$ ہے۔

اب اگر کرہ ہوائی کا دباؤ π ، ظرف کے اندر کی ہوا کا دباؤ π ، اور پانی کے حجم کی اکائی کا وزن $د$ ہو تو

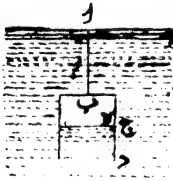
$$\pi = د ف$$

[کلیہ بائل کی رو سے]

$$\text{اور } \pi = ب لا$$

$$\text{پس } \pi = د ف ب$$

اور توازن کے لئے ضرور ہے کہ ہوا کا دباؤ اور پانی کا دباؤ ظرف کے اندر سطح مشترک پر باہم مساوی ہوں۔



$$\therefore \pi = ج پر کا دباؤ = د (لا + ل) + \pi$$

$$= د (لا + ل + ف)$$

π کی ان دو قیمتوں کو باہم مساوی کرنے سے

$$د ف ب = د (لا + ل + ف)$$

ہذا لا + (ا + ف) لا - ف ب = .

یہ درجہ دوم کی ایک مساوات ہے جس کی ایک اصل مثبت ہے اور دوسری منفی - ہمیں صرف مثبت اصل سے

بحث ہے، تب ہوا کا دباؤ ظرف کے اندر = ب - لا
(۲) اگر ظرف کی تراش کا رقبہ ρ ہو تو خارج شدہ پانی کا
جکم ρ لا ہو گا اس لئے اس کا وزن ρ لا ہو گا۔ پس
اگر ظرف کا وزن ρ ہو تو زنجیر کا سناؤ

= و - و ρ لا

مکمل طور پر صیح اور درست نتائج حاصل کرنے کے لئے اس جواب
میں اندر کی ہوا کا وزن جمع کرنا چاہئے لیکن چونکہ ہوا کا وزن
ظرف کے وزن سے مقابلہ نہایت قلیل ہوتا ہے اسلئے
اس کو نظر انداز کرنے سے اہم غلطی کا اندیشہ نہیں۔

(۳) فرض کرو کہ ظرف کا حجم ح ہے اور کرہ ہوائی کے دباؤ
پر اس ہوا کا حجم جو پانی کو د کی ہمواری پر رکھنے کے
لئے ظرف مذکور کے اندر بھری پڑتی ہے ح ہے۔

اس صورت میں ہوا کا دباؤ ظرف کے اندر

= پانی کا دباؤ ρ پر

= و (ب + ا) + π = و (ا + ب + ف) (ف)

پس کرہ ہوائی کے دباؤ π یعنی ف و پر (ح + ح) حجم کی
ہوا، دباؤ و (ا + ب + ف) پر حجم ح رکھیگی۔

اسلئے بائل کے کلیہ کے مطابق

$$(ح + ح) (ف + ف) = ح (ف + ف + ف + ف)$$

$$ح = ح \frac{ف + ف}{ف} \text{ جو حجم مطلوبہ ہے}$$

۱۲۴۔ مشق ۱۔ ایک ظرف غواص اسطوانہ کی شکل کا ہے اور اسکی اندر دینی گنجائش ۲۰۰ مکعب فٹ ہے۔ ظرف مذکور جس شے کا بنا ہوا ہے اس کا حجم ۲۰۰ مکعب فٹ ہے اور ظرف کا وزن ۲ ٹن ہے، ظرف کے ساتھ وزن باندھ کر اس کو ڈبوایا گیا ہے۔ اگر پانی کے باہر سے اس کا ارتفاع ۳۳ فٹ ہو تو بتاؤ کہ کس گہرائی پر وزن اُتار لئے جائیں کہ ظرف اوپر اُٹھنے کے عین ناقابل ہو۔

فرض کرو کہ مطلوبہ گہرائی لا ہے تب اندر کی ہوا کا دباؤ = $و (لا + ۳۳)$ جہاں $و$ ایک مکعب فٹ پانی کا وزن ہے۔ اور بائل کے کلیہ کی رو سے

$$\text{اس دباؤ پر ہوا کا حجم } و (لا + ۳۳) = ۳۳ \times ۲۰۰ \times و$$

(بائل کے کلیہ کی رو سے)

اس لئے خارج شدہ پانی کا حجم ۱ مکعب فٹوں میں

$$= \frac{۳۳ \times ۲۰۰}{۳۳ + لا} + ۲۰$$

نیز چونکہ اس پانی کا وزن ۲ ٹن ہونا چاہئے، اسلئے

$$۲ \times ۲۲۴۰ = (۲۰ + \frac{۳۳ \times ۲۰۰}{۳۳ + لا}) \times \frac{۱}{۲}$$

$$لا = \frac{۲۲۹}{۳۲۳} = ۰.۷۰۷ \text{ فٹ}$$

نوٹ۔ ظرف کے اندر کی ہوا کو مس کرنے والے پانی کے دباؤ اور ظرف کے پیندے پر پانی کے دباؤ کے درمیان جو تفاوت ہے اس کو مشق ہذا میں نظر انداز کر دیا گیا ہے۔

مشق ۲۔ دفعہ ۱۲۳ کے ظرف غواص کے اندر سوڈا واٹر کی ایک ایسی بوتل کھولی گئی ہے کہ اگر اس کو بیرونی ہوا میں کھولا جائے تو اس سے حجم ح کی گیس خارج ہوتی ہے۔

ثابت کرو کہ زنجیر کا تناؤ بقدر $\frac{H}{(D + \frac{1}{2}F) + B}$ کے کم ہو جاتا ہے اس میں $\frac{H}{F}$ کے مربعوں کو نظر انداز کر دیا گیا ہے۔
دفعہ ۱۲۳ کے مطابق

لا + لا (لا + ف) - ف ب = (۱)
جب بوتل کھولی جاتی ہے تو فرض کرو کہ لا کی قیمت لا + ما ہو جاتی ہے۔

نیز گیس کا ابتدائی حجم اور ظرف کے اندر کی ہوا کا مجموعی حجم دونوں ملکر ف دباؤ کے تحت ظرف کے ب + ح طول کو بھرتے ہیں پس بائل کے کایہ سے (لا + ما) (لا + ما + ف + ب + ح) ف (۲)
مسادات (۱) کو (۲) میں سے تفریق کرنے سے

ما [لا + لا + ف + ب + ح] = ح ف (۳)
چونکہ ح ف بہت چھوٹا ہے اس لئے مسادات بالا سے یہ نتیجہ نکلتا ہے کہ ما بھی بہت چھوٹا ہے اور بنا بریں ما کے مربع کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے، اس امر کا لحاظ رکھتے ہوئے مسادات (۳) یوں

بھی لکھی جاسکتی ہے۔

$$(۴) \dots\dots\dots [۲لا + ۱د + ۱ن] ح = \frac{ح}{د}$$

اب زنجیر کا ابتدائی تناؤ = و۔ ر لا د

اور زنجیر کا آخری تناؤ = و۔ ر [لا + ما] د

$$\text{پس تناؤ کی کمی} = ر ما د = \frac{ح د}{۲لا + ۱د + ۱ن} \dots\dots \text{مساوات (۴) سے}$$

$$= \frac{ح د}{۲لا + ۱د + ۱ن} \dots\dots \text{مساوات (۱) سے}$$

امثلہ نمبری ۲۵

۱۔ اسطوانہ کی شکل کے ایک ظرف غواص کا ارتفاع ۶ فٹ ہے، ظرف کو پانی کے اندر اتنا اتارا گیا ہے کہ اس کی چوٹی ۸۰ فٹ کی گہرائی پر آجاتی ہے۔ اگر پانی کے بارہما کا ارتفاع $\frac{۱}{۱۶}$ ۳۳ فٹ ہو تو اندر کی ہوا کا دباؤ معلوم کرو۔

۲۔ اگر ایک ظرف غواص کو ہوا سے ہمیشہ بھرا ہوا رکھا جائے تو بتاؤ کہ کس گہرائی پر اس کے اندر کے بارہما کا ارتفاع ۳۰ انچ سے ۳۱ انچ ہو جائے گا جبکہ پارہ کی کثافت اضافی $\frac{۱}{۱۶}$ ۱۳ فرض کی جائے۔

۳۔ پانی کے اندر ایک ظرف غواص کے نیچے اترنے سے پارہ $\frac{۱}{۱۶}$ ۱۲ انچ اوپر چڑھ جاتا ہے، بتاؤ کہ ظرف سطح کے نیچے کس گہرائی پر ہے۔ (پارہ کی

کثافت اضافی = ۱۳۶)

۴۔ اسطوانہ کی شکل کے ایک ظرف غواص کا ارتفاع ۹ فٹ ہے

اس کو پانی کے اندر اتنا غرق کر دیا گیا ہے کہ اس کے اندر کے پانی کی سطح باہر کے پانی کی سطح سے ۱۰ فٹ نیچے ہے، اگر پانی کے بار پیماس کا ارتفاع ۳۴ فٹ ہو تو بتاؤ کہ ظرف کا پیندا کس گہرائی پر ہے۔ نیز اگر ظرف کی تراش کا رقبہ ۲۵ مربع فٹ ہو تو بتاؤ کہ کرہ ہوائی کے دباؤ پر کی ہوا کا کتنا حجم ظرف کے اندر بھرا جائے کہ ظرف کے اندر سے کل پانی خارج ہو جائے۔

۵۔ ایک ظرف غواص کو جس کی گنجائش ۱۲۵ مکعب فٹ ہے نکمیں پانی کے اندر ۱۰۰ فٹ کی گہرائی تک غرق کیا گیا ہے۔ اگر نکمیں پانی کی کثافت اضافی ۰.۲ s ہو اور پانی کے بار پیماس کا ارتفاع ۴ فٹ ہو تو کرہ ہوائی کے دباؤ پر ہوا کی جو مقدار ظرف کو بھر سکے اس کا حجم دریافت کرو۔

۶۔ اسطوانہ کی شکل کا ایک ظرف غواص ہے جس کا پیندا پانی کے نیچے ۱۰ فٹ کی گہرائی پر ساکن ہے، اوپر سے ہوا پمپ کر کے اندر سے پانی کو کلیتہً خارج کر دیا گیا ہے۔ جو ہوا اب ظرف کے اندر ہے اس کی کمیت کا مقابلہ اس ہوا کی کمیت کے ساتھ کرو جو کرہ ہوائی کے دباؤ پر ظرف کو عین بھرنے کے لئے کافی ہو، پانی کا بار پیماس ۳۴ فٹ پر ہے۔

۷۔ اسطوانہ کی شکل کا ایک ظرف غواص ۱۰ فٹ اونچا ہے۔ اسکو پانی کے اندر اتنا غرق کیا گیا ہے کہ پانی اسکے اندر ۲ فٹ اوپر چڑھ آتا ہے۔ اب اسکے اندر اتنی ہوا اور پمپ کر دی جاتی ہے جو کرہ ہوائی کے دباؤ پر ظرف کا $\frac{1}{10}$ واں حصہ بھر سکے، ایسا

کرنے سے پانی ایک فٹ نیچے اتر جاتا ہے۔ ظرف کی چوٹی کی گہرائی اور نیز پانی کے بار پیماس کا ارتفاع معلوم کرو۔

۸۔ اسطوانہ کی شکل کے ایک ظرف غواص کو اتنا غرق کیا گیا ہے کہ اس کے دسویں حصہ میں پانی چڑھ آتا ہے، اگر پانی کے بار پیماس کا ارتفاع ۳۳ فٹ ۹ انچ ہو اور پارہ کی کثافت اضافی ۱۳۲۵ ہو تو بتاؤ کہ ظرف کے اندر ایک معمولی بار پیماس کا ارتفاع کیا ہوگا، نیز معلوم کرو کہ ظرف کے اندر پانی کی سطح باہر کے پانی کی سطح سے کتنی نیچی ہوگی۔

۹۔ ایک ظرف غواص کو یکساں رفتار سے پانی کے اندر غرق کیا جاتا ہے اور بذریعہ پمپ اس کے اندر متواتر اتنی ہوا داخل کی جاتی ہے کہ ظرف ہمیشہ ہوا سے عین بھرا رہتا ہے۔ معلوم کرو کہ جوں جوں ظرف نیچے اترتا جاتا ہے اس ہوا کی مقدار (یعنی کمیت) جو بذریعہ پمپ داخل کی جاتی ہے فی ثانیہ کس شرح سے بدلتی ہے؟

۱۰۔ اسطوانہ کی شکل کے ایک ظرف غواص کا حجم ح اور ارتفاع $\frac{F}{N}$ ہے جہاں F پانی کے بار پیماس کا ارتفاع ہے، ظرف کو پانی کے اندر اتنا غرق کیا گیا ہے کہ اس کا نچلا سرا سطح کے نیچے N فٹ کی گہرائی پر ہے، اگر اب ظرف کے $\frac{1}{5}$ حصہ میں پانی ہو تو ثنابت کرو کہ ظرف کے اندر جو ہوا ہے اس کا حجم کرہ ہوائی کے دباؤ پر

$$\frac{2}{5} [N + \frac{19}{3}] \text{ ح ہوگا۔}$$

۱۱۔ اسطوانہ کی شکل کے ایک ظرفِ غواص کو پانی کے اندر فروغ کیا گیا ہے، جب ظرف کے اندر $\frac{1}{4}$ حصہ میں پانی بھر جائے تو ظرف کی چوٹی جس گہرائی پر ہوتی ہے وہ اس گہرائی کی $\frac{1}{4}$ ۳ گنی ہے جبکہ ظرف کے اندر $\frac{1}{4}$ حصہ میں پانی ہوتا ہے، ثابت کرو کہ ظرف کا ارتفاع پانی کے بار پیمائے کے ارتفاع کا $\frac{1}{4}$ ہے۔

۱۲۔ ایک ظرفِ غواص کی چوٹی میں ایک چھوٹا سوراخ کر دیا گیا ہے کیا پانی اندر جائے گا یا ہوا باہر آئے گی؟

۱۳۔ لکڑی کا ایک ٹکڑا پانی میں آدھا ڈوبا رہتا ہے، اس کو ایک ایسے ظرفِ غواص کے اندر ڈال دیا گیا ہے جس کا ارتفاع ۱۰ فٹ اور قطر ۸ فٹ ہے اور جس کی چوٹی پانی کی سطح کے نیچے ۴ فٹ کی گہرائی پر ہے۔ اگر پانی کے بار پیمائے کا ارتفاع ۳۴ فٹ ہو اور ہوا کی کثافت اضافی کرہ ہوائی کے دباؤ پرک ہو تو بتاؤ لکڑی کا کتنا حصہ اب پانی کے اندر ڈوبا رہے گا۔

۱۴۔ ایک مخروطی ظرفِ غواص کو جس کے محور کا طول ۱۶ فٹ ہے پانی کے اندر اتارا گیا ہے، جب اس کا رأس سطح سے $\frac{1}{4}$ ۳ فٹ کی گہرائی پر ہوتا ہے تو ظرف کے اندر ۸ فٹ کی اونچائی تک پانی چڑھ آتا ہے، پانی کے بار پیمائے کا ارتفاع معلوم کرو۔

۱۵۔ اسطوانہ کی شکل کے ایک ظرفِ غواص کو پانی کے اندر اتارا غرق کیا گیا ہے کہ اندر کی ہوا اس کے اندرونی حجم کا $\frac{1}{2}$ حصہ گھیر لی ہے، اس کے بعد ظرف میں اتنی ہوا اور بھری جاتی ہے جس کی مقدار اندر کی ہوا کے نصف کے مساوی ہے، بتاؤ کہ ظرفِ غواص کو

اور کتنا غرق کیا جائے کہ اس کے نصف حصہ میں ہوا رہ جائے۔
 ۱۶۔ ایک ظرفِ غواص کی اونچائی ۱۰ فٹ ہے، اس کے اندر پارہ کا ایک بار پیما ہے جس کا ارتفاع باہر کی ہوا میں ۱۰ فٹ اونچ ہوتا ہے اور اندر کی ہوا میں ۱۰ فٹ اونچ، ظرف کی چوٹی کی گہرائی پانی کی سطح کے نیچے محسوب کرو جب ظرف کی شکل (۱)، مخروط ہو (۲)، اسطوانہ ہو۔

۱۷۔ ایک کھلے ظرف کی کثافت پانی کی کثافت سے زیادہ ہے، ظرف کا منہ نیچے کی طرف کر کے اس کو پانی کے اندر دھکیلا گیا ہے، ثابت کرو کہ ایک خاص گہرائی تک غرق کرنے کے بعد اس کا توازن غیر قائم ہو جائے گا۔

۱۸۔ ایک ظرفِ غواص کی شکل اسطوانہ کی ہے اور اس کا ارتفاع ۱۰ فٹ ہے، ظرف کو پانی کے اندر اتنا غرق کیا گیا ہے کہ اس کی چوٹی کی گہرائی پانی کی سطح کے نیچے ۱۰ فٹ ہے اور اس وقت ظرف کا اُدھا حصہ پانی سے بھر جاتا ہے۔ اب اگر اتنی ہوا اور پمپ کی جائے کہ ظرف کا سب پانی خارج ہو جائے تو ثابت کرو کہ فاصلہ ۴ فٹ - ۲ فٹ اور نیچے اتر جانے سے آدھے ظرف میں پھر پانی بھر جائے گا جہاں ۱۰ فٹ پانی کے بار پیم کا ارتفاع ہے۔

۱۹۔ اسطوانہ کی شکل کے ایک ظرفِ غواص کا ارتفاع ۱۰ فٹ ہے اور اندرونی نصف قطر ۳ فٹ، اس کو پانی کے اندر اتنا غرق کیا گیا ہے کہ اس کی چوٹی ۱۰ فٹ کی گہرائی پر ہے۔ اب اگر ظرف کے اندر کی ہوا کی تپش ۲۰ سنتی گریڈ سے ۱۵۰ سنتی گریڈ کر دی جائے

اور پانی کے باہر پیماس کا ارتفاع اسوقت ۳ فٹ ہو تو ثابت کرو کہ زنجیر کا تناؤ ۶۷ پونڈ زیادہ ہو جائے گا۔

۲۔ اسطوانہ کی شکل کا ایک ظرف غواص ہے جس کی عمودی

تراش کا رقبہ ۱ ہے، ظرف کو پانی کے اندر لٹکایا گیا ہے اور

اس کی ہموار چوٹی کی گہرائی سطح آب سے ۱ ہے اور اندر کی ہوا

ظرف کے طول ۱ کو گھیرے ہوئے ہے، ایک آدمی جو ظرف

کے اندر پہلے تختی پر بیٹھا ہوا تھا، ظرف کے پانی میں گر پڑتا ہے

اور تیرنے لگتا ہے۔ اگر آدمی کا حجم ۱ عہ ہو اور اس کی کثافت

اضافی ض ہو تو ثابت کرو کہ (۱) ظرف کے اندر پانی اوپر چڑھ

جاتا ہے اور (۲) پانی کی جو مقدار اب ظرف کے اندر ہے وہ

پہلی مقدار کی نسبت کم ہے۔

نیز سہارنے والی زنجیر کے تناؤ میں جو تبدیلی واقع ہوئی ہے

اسکو محسوب کرو۔

[جس ہوا کو آدمی ہٹائے ہوئے ہے اس کے وزن کو نظر انداز

کیا جا سکتا ہے]

(۱) ابتدا میں ظرف کے اندر کی ہوا کا حجم = ۱ (ب۔ عہ)

اگر ظرف کے اس حصہ کا طول جس کے اندر آخر میں ہوا ہے

ب۔ ب ہو تو اس وقت ہوا کا حجم = ۱ (ب۔ ب)۔ آدمی

کا وہ حجم جو پانی سے باہر ہے۔

= ۱ (ب۔ ب)۔ (۱ عہ۔ رض عہ) کیونکہ جو پانی

آدمی نے ہٹا دیا ہے اس کا حجم رض عہ ہے

= ر (ب-بہ-عہ+عہ ض)
پس اگر ہوا کا دباؤ ابتدا میں ۲۲ اور آخر میں ۲۲ ہو تو بائل کے کلیہ سے

$$ر (ب-بہ-عہ) \times ۲۲ = ر (ب-بہ-عہ+عہ ض) \times ۲۲$$

لیکن چونکہ دفعہ ۱۲۳ کے مطابق

$$۲۲ = و (ب+ر+ف) \text{ اور } ۲۲ = و (ب-بہ+ر+ف)$$

جہاں ف پانی کے باریک کے ارتفاع کو تعبیر کرتا ہے۔

$$\text{لہذا (ب-عہ) (ب+ر+ف) = (ب-بہ-عہ+عہ ض) (ب-بہ+عہ+ف)}$$

$$\text{بہ-بہ} = [ب+ر+ف-عہ+عہ ض] + عہ ض (ب+ر+ف) =$$

(۱).....

جوبہ میں درجہ دوم کی ایک مساوات ہے، ظاہر ہے کہ اس کی دوسری رقم منفی ہے اور تیسری مثبت۔ اس لئے اس کی اصلیں مثبت ہیں۔

یعنی بہ مثبت ہے جس کے یہ معنی ہیں کہ پانی اوپر چڑھ جاتا ہے

(۲) اگر ظرف کا کل ارتفاع ف ہو تو اس کے اندر پانی کی مقدار ابتدا میں

$$= ر (ف-ب)$$

اور آخر میں = ر [ف- (ب-بہ)]۔ اس پانی کی مقدار جس کو آدمی نے ہٹا دیا ہے

$$= ر (ف-ب+بہ-عہ ض)$$

پس پانی کی مقدار ابتدا میں۔ پانی کی مقدار آخر میں

$$= \text{ر ع ض} - \text{ر ب} = \text{ر} (\text{ب} - \text{ع ض}) \dots (۲)$$

لیکن مساوات (۱) شکل ذیل بھی لکھی جاسکتی ہے

$$(\text{ب} - \text{ع ض}) (\text{ب} - ۲) = \text{ر} (\text{ب} - \text{ع ض}) = \text{ع ض} (\text{ب} - \text{ع ض})$$

دائیں جانب کا دوسرا جزو ضربی صریحاً منفی ہے اور بائیں جانب

کا رکن مثبت ہے اس لئے ب۔ ع ض منفی ہے،

لہذا مساوات (۲) کے بائیں جانب کا رکن مثبت ہے۔

پس پانی کی جو مقدار ظرف کے اندر آدمی کے گرنے سے پہلے

تھی وہ اس مقدار کی نسبت زیادہ ہے جو بعد میں ظرف کے

اندر رہ جاتی ہے۔

(۳) ابتدا میں زنجیر کا تناؤ

$$= \text{ظرف کا وزن} + \text{آدمی کا وزن} - \text{ہٹائے ہوئے پانی کا وزن}$$

$$= \text{و} + \text{ر ع ض} - \text{ر ب}$$

آخر میں زنجیر کا تناؤ

$$= \text{و} - \text{ر} (\text{ب} - \text{ع ض})$$

∴ ابتدائی تناؤ۔ آخری تناؤ = ر ع ض - ر ب

$$= \text{ر} (\text{ع ض} - \text{ب}) = \text{مثبت، جیسا کہ مساوات (۲) میں}$$

پس زنجیر کا تناؤ پہلے کی نسبت کم ہو جاتا ہے۔

۲۱۔ ایک ظرف غواص کو پانی کے اندر اتار دیا گیا ہے کہ

اسکی چوٹی سطح کے نیچے گہرائی ۱ پر ہے اور اس کے اندر جو

ہوا ہے اس کی بلندی لا ہے، اب ظرف کے اندر پانی کا

ایک ڈول اوپر کھینچا جاتا ہے جس کا وزن ایک قلیل مقدار
و کے مساوی ہے۔ اگر پانی کے بار پیم کا ارتفاع F ہو تو ثابت
کرو کہ زنجیر کے تناؤ میں تقریباً $\frac{F}{F + \frac{1}{2}W}$ کا اضافہ ہو جاتا ہے

۲۲۔ اسطوانہ کی شکل کے ایک ظرف غواص کا ارتفاع L ہے
اور اس کا اندرونی حجم اتنا ہے کہ اس کے اندر وزن کا پانی
آسکتا ہے۔ ظرف کو پانی کے اندر اتنا غرق کیا گیا ہے کہ اس کے
بالا ترین نقطہ کی گہرائی g ہے، اگر تپش T سنتی گریڈ سے بڑھا کر
 T' سنتی گریڈ کر دی جائے تو ثابت کرو کہ سہارنے والی

زنجیر کے تناؤ میں تقریباً $\frac{g(T' - T)}{T + \frac{1}{2}W}$ کے اضافہ کا $\frac{1}{2}W$ کے

کی کمی واقع ہو جاتی ہے جہاں F پانی کے بار پیم کے ارتفاع
کو تعبیر کرتا ہے اور $\frac{1}{2}W$ کے مساوی ہے۔

۲۳۔ ایک ظرف غواص کی شکل مخروط کی ہے جس کا ارتفاع
 L ہے، ظرف کو پانی کے اندر اتنا غرق کیا گیا ہے کہ اس کے
رأس کی گہرائی g ہے، ثابت کرو کہ ظرف کے اس حصہ کی
اوپر چائی جس کے اندر ہوا ہے مساوات $L + \frac{1}{2}W = (g + \frac{1}{2}W)$ سے
سے حاصل ہوتی ہے جہاں F پانی کے بار پیم کا ارتفاع ہے۔
اگر اندر کی ہوا کی تپش T سے بڑھا کر T' کر دی جائے

تو ثابت کرو کہ سہارنے والی زنجیر کا تناؤ بقدر $\frac{T' - T}{T + \frac{1}{2}W}$ کے

کم ہو جاتا ہے جہاں د سے مراد اس پانی کا وزن ہے جو مخروط کے اندر آسکتا ہے، عہ پھیلاؤ کی قدر ہے اور عہ کے مروجہ کو نظر انداز کر دیا گیا ہے۔

۲۴۔ ایک ظرف غواص اسطوانہ کی شکل کا ہے اور اس کا ارتفاع ب ہے۔ ظرف کو پانی کے اندر اتنا غرق کیا گیا ہے کہ اس کا بالاترین نقطہ گہرائی ۱ پر ہے، اگر بار پیمائے چڑھ جانے سے ظرف کی چوٹی پر دباؤ بقدر h کے بڑھ جائے تو ثابت کرو کہ زنجیر

کے تناؤ میں تقریباً $\frac{2}{3} \left[\frac{1}{2} (1 + \frac{h}{b}) \right]$ کی تبدیلی واقع

ہوگی جہاں h سے مراد پانی کے باہر کا ارتفاع ہے۔

۱۲۵۔ پچکاری۔ پمپ کی سادہ ترین شکل ایک معمولی پچکاری ہے، اس میں ایک مجوف اسطوانہ ۱ ب ہے



جس کے سرے پر ایک چھوٹی

ٹوٹی ج ہے۔ اسطوانہ کے

اندر ایک پھنس کر آنے والا

ہوا بند فشار ہے، پچکاری

کے سرے کو مانع کے اندر

رکھ کر فشار کو باہر کی طرف کھینچتے ہیں جو اپنے ساتھ اوپر

کی ہوا کو بھی باہر لے آتا ہے اور فشار کے نیچے جس

حصہ میں اس طرح سے خلا واقع ہونا چاہئے تھا اس

میں باہر کی ہوا کا دباؤ مانع کو دھکیل دیتا ہے۔

جب اس طرح سے سیال کی کافی مقدار پچکاری کے اندر کھنچ آتی ہے تو پچکاری کو مائع کے باہر نکال لیتے ہیں اور جب نشانہ کو اندر کی جانب دھکیلتے ہیں تو ٹوٹی ج میں سے مائع بڑے زور سے نکلتا ہے۔

۱۲۶۔ تمام پمپوں کی بنیاد چوسنے کے عمل پر ہے کسی نہ کسی طرح کچھ خلا پیدا کیا جاتا ہے اور کڑھوئی کا دیاؤ اس خلا کو بھرنے کے لئے مائع کو اندر دھکیل دیتا ہے۔ اسی اصول کو زمانہ سلف کے محققین اس طرح بیان کرتے تھے کہ ”قدرت خلا سے نفرت کرتی ہے“ یہ بہت بعد میں ثابت ہوا کہ قدرت کی یہ نفرت پانی کی صورت میں ۳۴ فٹ کی اونچائی سے تجاوز نہیں کرتی۔

۱۲۷۔ کھلندن کا استعمال چوس پمپ اور ہوا پمپ میں کیا جاتا ہے۔

کھلندن اس طرح سے بنے ہوئے ہوتے ہیں کہ وہ ہوا، پانی یا کسی دوسری چیز کو ان سوراخوں میں سے جن پر وہ لگے ہوئے ہوں ایک جانب میں تو گزرنے دیتے ہیں لیکن دوسری جانب میں نہیں گزرنے دیتے، تاہم بہترین قسم کے کھلندوں میں سے بھی سیال کی کم و بیش مقدار رستی رہتی ہے۔

معمولی قسم کی پھکنی میں کھلندن چمڑے کی ایک چھوٹی پٹی ہوتی ہے جو ایک گول سوراخ کو بند کئے رہتی ہے۔

جب پھکنی کو پھلایا جاتا ہے تو ہوا اس کے اندر داخل ہو جاتی ہے، لیکن جب اس کو سکڑا جاتا ہے تو یہ پتی مضبوطی سے سوراخ پر دب جاتی ہے اور اس کے راستہ سے ہوا باہر نکلنے نہیں پاتی۔

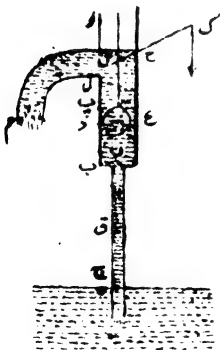
دفعہ ۱۲۸ میں کھلندن (ن) اور (ف) بالعموم دھات کے چھوٹے چھوٹے گول قصب ہیں جو اپنے ایک کنارے کے گرد قبضہ کے ذریعہ گردش کر سکتے ہیں، ہوا پمپ میں کھلندن چکائے ہوئے ریشم کا ایک ٹکڑا ہوتا ہے جس کے دونوں سرے ایک پیتل کی تختی کے شکاف پر جس میں سے ہوا نکلتی ہے مضبوطی سے لگا دیتے ہیں اگر تختی کے اس رخ پر جس پر کہ ریشم لگا ہوتا ہے دباؤ زیادہ ہو تو ریشم کا ٹکڑا شکاف پر مضبوطی کے ساتھ جم جاتا ہے اور ہوا دوسری جانب گزرنے نہیں پاتی۔ لیکن اگر دباؤ تختی کی دوسری جانب زیادہ ہو تو پردہ ہٹ جاتا ہے اور ہوا اندر داخل ہو جاتی ہے۔

ایک اور قسم کا کھلندن دفعہ ۱۲۶ کی شکل میں دکھایا گیا ہے۔ یہ محض دھات کی ایک گولی ہوتی ہے جو ایک گول سوراخ پر ٹھیک آجاتی ہے۔ جب اوپر کے دباؤ کی نسبت نیچے کا دباؤ زیادہ ہوتا ہے تو گولی اوپر اٹھ جاتی ہے اور سیال اندر داخل ہو جاتا ہے۔

اگرچہ نظری طور پر دباؤ کی خفیف ترین تبدیلی سے بھی

کھلمدن کو اوپر اٹھ جانا چاہئے لیکن علی طور پر کھلمدن کے اٹھنے کے لئے اس کے دونوں جانب کے دباؤں میں مقصد یہ فرق ہونا ضروری ہے۔

۱۲۸۔ معمولی پمپ یا چوس پمپ۔ اس قسم کے پمپ میں دو اسطوانے ر ب اور ب ج ہوتے ہیں اور اوپر کے اسطوانے کی تراش کا رقبہ نیچے کے اسطوانہ کی تراش کے رقبہ کی نسبت زیادہ ہوتا ہے۔ لیکن طول میں نیچے کا اسطوانہ زیادہ ہوتا ہے اور اس کے نیچے کا سر اُس پانی کی سطح کے نیچے ڈوبا رہتا ہے جس کو اٹھانا منظور ہوتا ہے اوپر کے اسطوانہ کے اندر ایک انتصابی سلاخ ہوتی ہے جس کے نیچے کے سرے کے ساتھ ایک فشارہ دح لگا ہوتا ہے فشارہ میں ایک کھلمدن ف ہوتا ہے جو صرف اوپر کی جانب چل سکتا ہے۔



یہ فشارہ انتصابی سمت میں ب سے جو دونوں اسطوانوں کا متقی ہے ل تک جہاں پمپ کا دہانہ ہے چل سکتا ہے ب پر ایک اور کھلمدن ن ہے اور یہ بھی اوپر کی طرف کھلتا ہے۔ سلاخ کو ایک سید ہے

یا خمدار بیرم گ ح ک کے ذریعہ چلایا جاتا ہے۔ بیرم کا نصاب ح پر ہے اور ک ہر قوت لگائی جاتی ہے۔

پمپ کا عمل۔ فرض کرو کہ ابتدا میں نشانہ اوپر کے اسطوانہ کے نچلے سرے پر ہے اور ابھی پانی نیچے کے اسطوانہ میں داخل نہیں ہوا۔

ک پر شاتونی سمت میں قوت لگانے سے نشانہ ع د اوپر اٹھتا ہے اور اس کا کھلندن ف بند رہتا ہے اس لئے یہ اوپر کی ہوا کو بھی اپنے ساتھ باہر لے جاتا ہے۔ اس طرح نشانہ مذکور اور کھلندن ن کے درمیان جو ہوا ہے وہ لطیف ہو جاتی ہے اور اس کا دباؤ اُس ہوا کے دباؤ کی نسبت جو ب ج کے اندر ہے کم ہو جاتا ہے۔ اس کا نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ کھلندن ن اوپر کی جانب کھل جاتا ہے اور ب ج کی کچھ ہوا اوپر کے اسطوانہ میں چلی جاتی ہے۔ اس طرح سے ب ج کی ہوا کا دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ کی نسبت کم ہو جاتا ہے اور حوض میں سے کچھ پانی اسطوانہ ب ج میں چڑھ آتا ہے۔ جب نشانہ ل پر پہنچتا ہے تو اس کی حرکت کی سمت بدل جاتی ہے اب اس کے اور ن کے درمیان جو ہوا ہے وہ دب جاتی ہے اور اس کا دباؤ بڑھ جاتا ہے جس سے نشانہ ن تو بند ہو جاتا ہے لیکن نشانہ ف کھل جاتا ہے اور ہوا باہر نکل جاتی ہے ہوا کا یہ اخراج جاری رہتا ہے جب تک کہ نشانہ ن پر پھر نہ آجائے اور پہلی ضرب کا دور پورا نہ ہو جائے۔

چند بار اسی طرح ضربیں لگانے سے پانی سطح ب سے اوپر آ جاتا ہے

بشرطیکہ ب ج کا طول پانی کے بار پیمائے کے ارتفاع سے کم ہو،
پیپ کے چلنے کے لئے یہ ایک نہایت اہم اور ضروری شرط ہے۔

[چونکہ کھلندوں میں سے کچھ نہ کچھ ہوا رستی رہتی ہے اس لئے
عملی طور پر یہ ضروری ہے کہ ب ج کا طول آبی بار پیمائے کے ارتفاع سے
چند فٹ کم ہو]

فشارہ کی ایک اور ضرب لگانے سے کچھ پانی اس کے اوپر
چڑھ آئیگا جو فشارہ کو اوپر کھینچتے وقت دہانہ میں سے باہر نکل جائیگا
اور نیز فشارہ کے نیچے کا پانی اس کے ساتھ ساتھ اوپر چڑھتا
آئیگا بشرطیکہ طول ج ل پانی کے بار پیمائے کے ارتفاع سے
کم ہو۔

اگر مذکورہ بالا شرط پوری نہ ہو تو پانی ب اور ل کے
درمیان کسی نقطہ پ تک چڑھئیگا۔ اور فشارہ کو ب سے
اوپر کھینچتے وقت صرف وہ پانی جو ب پ کے اندر ہے
اوپر اٹھئیگا۔

۱۲۹۔ دو اسطوانوں کی بجائے جن کا اوپر ذکر ہوا ہم صرف
ایک اسطوانہ سے کام لے سکتے ہیں بشرطیکہ کھلندوں ج
اوپر کی جانب کھلتا ہے فشارہ کی سمت کے سب سے
نیچے نقطہ سے قدرے نیچے لگایا جائے۔

یہ ضروری نہیں کہ نیچے کا اسطوانہ سیدھا ہو، یہ کسی شکل کا ہو سکتا
ہے لیکن یہ ضرور ہے کہ اس کے اوپر کے کنارے ب سے
پانی کا فاصلہ بار پیمائے کے ارتفاع سے تجاوز نہ کرنے پائے۔

چونکہ بالعموم پانی کے باریک کا ارتفاع ۳۳ فٹ کے قریب ہوتا ہے اس لئے فشارہ کے سب نیچے نقطہ کا فاصلہ حوض سے ۳۳ فٹ سے قدرے کم ہونا چاہئے تاکہ پمپ چل سکے۔

۱۳۰۔ فشارہ کی سلاح کا تناؤ۔ فرض کرو فشارہ کا رقبہ پانی کے باریک کا ارتفاع ۳۳ اور پانی کے حجم کی ایک اکائی کا وزن د ہے۔

فشارہ کے اوپر اور نیچے کی سطحوں پر جو دباؤ ہیں ان کے فرق پر فشارہ کی سلاح کے تناؤ کو غالب آنا پڑتا ہے۔

اولاً فرض کرو کہ پانی نقطہ ب تک نہیں جڑھا بلکہ اس کی سطح ق پر ہے۔ تب

ق کے اوپر کی ہوا کا دباؤ = پانی کا دباؤ ق پر
 = دباؤ ج پر۔ \therefore ج ق = د (ب - ج ق)
 پس فشارہ کے نیچے کی سطح پر دباؤ ر = د (ب - ج ق)
 ہے اور اوپر کی سطح پر دباؤ ر = د ب ہے۔ لہذا اگر مطلوبہ تناؤ ت ہو تو

$$ت + ر = د (ب - ج ق) = ر + د \times ب$$

$$\therefore ت = ر + د \times ج ق$$

ثانیاً فرض کرو کہ پانی ایسے نقطہ پ تک پہنچ گیا ہے جو کلندن ن سے اوپر ہے فشارہ کی سطح میں کے کسی نقطہ پر کا دباؤ

$$= د \times د پ + د ب = د (ب + د پ)$$

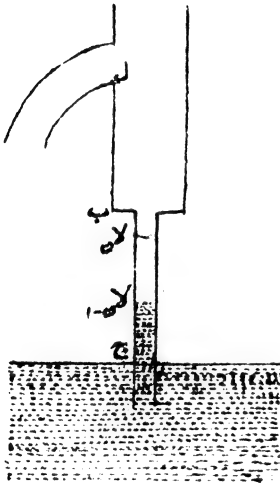
نیچے کی سطح کے کسی نقطہ پر کا دباؤ = د ب - د \times ج د = د (ب - ج د)

پس مت + ر × د (ف - ج د) = ر × د (ف + د پ)

$$\therefore \text{مت} = ر \times د \times ج \times پ$$

لہذا دونوں صورتوں میں سلاخ کا تناؤ پانی کے اُس ستون کے وزن کے مساوی ہے جسکی تراش کا رقبہ فشارہ کے رقبہ کے مساوی ہو اور جس کا ارتفاع اُس فاصلہ کے برابر ہو جو پمپ کے اندر اور باہر کے پانی کی سطحوں کے درمیان ہے۔

۱۳۱۔ ن وین ضرب سے نل کی جس بلندی میں پانی چڑھ جاتا ہے اس کو محسوب کرو۔



دفعہ ۱۲۸ کی شکل اور حدود لیکر

فرض کرو کہ ن وین ضرب کے

شروع میں نقطہ لان۔ تک پانی

پہنچ چکا ہے اور ن وین ضرب

کے آخر میں پانی نقطہ لان۔ تک

پہنچ جاتا ہے۔

فرض کرو کہ فاصلہ ج لان۔ = لان۔

اور فاصلہ ج لان۔ = لان۔ نیز فرض کرو

کہ ب ل = ل اور نل کا طول ج ب = ج کا اوپر کے نل ب ل کی تراش کا رقبہ ر اور نل ب ج کی تراش کا رقبہ ر ہے۔

فرض کرو کہ جب پانی کی سطح لان۔ پر ہے اور فشارہ ب پڑ تو

اُس ہوا کا دباؤ جو لان۔ سے اوپر ہے II ہے اور بیرونی ہوا کا دباؤ II ہے

$$\therefore II = II + ر \times د \times لان۔ \quad (\text{دفعہ ۳۱}) \quad \dots (۱)$$

جب پانی کی سطح لان پر ہو اور فشار ہل پر تو فرض کرو کہ لان کے اوپر کی ہوا کا دباؤ H ہے تب

$$H = \rho \times g \times \text{لان} \dots (۲)$$

اب ضرب کے شروع میں پپ کے جس حصہ کے اندر ہوا ہے اس کا طول = لان، ب اور اس لئے اس کا حجم = $\rho \times \text{لان} \times ب$ یعنی $\rho \times (ج - لان)$

ضرب کے آخر میں یہی ہوا ہے جو اوپر کے نل کے ب ل طول کو اور نیز نیچے کی نلی کے لان ب طول کو بھر دیتی ہے اس لئے اس کا حجم اُس وقت = $\rho \times \text{لان} \times ب + ر \times ب \times ل$ یعنی $\rho \times (ج - لان) + ر \times ل$ پس بائل کے ٹکڑے سے

$$H \times \rho \times (ج - لان) = \rho \times \{ (ج - لان) + ر \} \times ل \dots (۳)$$

پس مساوات (۱) اور (۲) سے

$(H - \rho \times لان) \times (ج - لان) = (ج - لان) + ر$ لیکن اگر پانی کے باریم کا ارتفاع H ہو تو تو $H = \rho \times لان$ اس لئے $\rho \times (ج - لان) \times (ج - لان) = (ج - لان) + ر$ یہ درجہ دوم کی ایک مساوات ہے اور اگر لان معلوم ہو تو اس سے لان کی قیمت نکل سکتی ہے۔

اگر ن کو بالتواتر ۱، ۲، ۳، ... قیمتیں دی جائیں تو مساوات بالا سے وہ ارتفاع حاصل ہو سکتے ہیں جہاں تک پہلی دوسری تیسری، ... ضرب کے آخر میں پانی چڑھ جائے گا نیز چونکہ لاج

کے اوپر پہلی ضرب کے شروع میں پانی کی بلندی کو تعبیر کرتا ہے اسلئے یہ صحیحاً صفر ہے، لیس مذکورہ بالا ارتفاع ذیل کی مساواتوں سے حاصل ہوں گے۔

$$\begin{aligned} r_{ف-ج} &= (ف-ل) \{ r_{ج-ل} + r_{ل} \} \\ r_{ف-ل} &= (ج-ل) \{ r_{ف-ل} \} \\ r_{ف-ل} &= (ج-ل) \{ r_{ف-ل} \} \end{aligned}$$

وغیرہ وغیرہ

۱۳۲۔ اگر بڑے نل میں پانی چڑھ آنے سے پیشتر آخری مکمل ضرب ن دین ہو تو دفعہ ماقبل کے ضابطہ میں خفیف سی تبدیلی کرنی پڑیگی۔

فرض کر دو کہ (ن + ۱) دین ضرب کے آخر میں پانی کی بلندی ب کے اوپر ما ہے تب دفعہ سابق کی مساواتیں (۱) اور (۲) حسب ذیل ہو جائیں گی۔

$$(۱) \quad ۰ + ۰ = ۰$$

$$(۲) \quad ۰ + ۰ = ۰$$

نیز $r_{ج-ل}$ حجم کی ہوا پھیل کر حجم $r_{ب-ل}$ یعنی $r_{ل-ل}$ اختیار کر لیتی ہے اسلئے باطل کے کلیہ سے

$$r_{ل-ل} \times ۰ = (ل-ل) \times r_{ج-ل}$$

$$\therefore [۰ + (ج-ل)] \times r_{ل-ل} = (ل-ل) \times r_{ج-ل}$$

یعنی $r_{ف-ج} = (ل-ل) \times r_{ف-ل}$ اس مساوات سے ما کی قیمت نکل سکتی ہے۔

ضرب مابعد میں پانی نل میں سے نکلنے لگتا ہے۔

۱۳۳- مشق ۱- ایک معمولی پپ کا بڑا نل ۱۸ انچ لمبا ہے اور اس کے نیچے کا کنارہ پانی کی سطح سے ۲۱ فٹ اونچا ہے، اگر چھوٹی نلی کی تراش بڑے نل کی تراش کا $\frac{۳}{۱۳}$ ہو تو بتاؤ کہ پہلی ضرب کے آخر میں چھوٹی نلی کے اندر پانی کس بلندی تک اوپر چڑھیکا جبکہ پانی کے باریمیا کا ارتفاع ۳۲ فٹ ہو۔

فرض کر دو کہ بڑے نل اور نلی کی تراشوں کے رقبے بالترتیب $\frac{۳}{۱۳}$ اور $\frac{۳}{۱۳}$ رہیں اور مطلوبہ بلندی لا فٹ ہے۔ نلی کے اندر کی ہوا کا حجم ابتدا میں $(\frac{۳}{۱۳} \times ۲۱)$ یعنی $\frac{۶۳}{۱۳}$ کعب فٹ ہے اور پہلی ضرب کے اثنا میں جب فشار اپنے بالاترین محل میں ہوتا ہے اس وقت حجم

$$= \frac{۳}{۱۳} \times (۲۱ - ۷) + \frac{۳}{۴} \times ۲ = \left(\frac{۷۲}{۱۳} - ۶ \right) \times ۲$$

تب بائل کے کلیہ کی رو سے اس کا دباؤ

$$\frac{۲۱}{۷ - ۲۸} \times ۲ = \frac{\frac{۶۳}{۱۳}}{\left(\frac{۷۲}{۱۳} - ۶ \right)} \times ۲ =$$

جہاں ۲ باہر کی ہوا کے دباؤ کو تعبیر کرتا ہے۔

پس جب پانی لا اونچائی تک تھا رہے تو اس کے نیچے کے سرے پر ہوا کا دباؤ ۲۲ کے مساوی ہوتا ہے اور اوپر کے سرے پر $۲۲ \times \frac{۲۱}{۷ - ۲۸}$ کے

$$\therefore ۲۲ + ۷ \times \frac{۲۱}{۷ - ۲۸} = ۲۲$$

$$\text{لیکن } ۳۲ \times ۲ = ۲۲$$

$$\therefore (۳۲ - ۷) (۷ - ۲۸) = ۳۲ \times ۲۱$$

$$\therefore ۷۰ - ۲۲۲ = ۲۲۲$$

∴ لا = ۴ فٹ

مشق ۲۔ ایک معمولی پمپ کا نل ۲ فٹ لمبا ہے اور اس کا پچھلا سرا پانی کی سطح سے ۲۶ فٹ کی بلندی پر ہے، اگر نل کی تراش کا رقبہ نلی کی تراش کے رقبہ کا ۶ گنا ہو اور پانی کے باہر پمپ کا ارتفاع ۳۲ فٹ ہو تو بتاؤ کہ کتنی ضربوں سے پانی نل کے اندر چڑھ آئیگا۔

یہاں ل = ۲، ج = ۲۶، ر = ۶، ہ اور ف = ۳۲
لہذا دفعہ ۱۳۱ کی مسادات (۴) ہو جائیگی۔

$$(۳۲ - ل) (۱ - ل) = (۲۶ - ل) (۳۲ - ل) (۲۶ + ل + ۲)$$

$$= (۳۲ - ل) (۳۸ - ل)$$

$$اس لئے ل = ۱ + ۶$$

[مسادات کی دوسری اصل ۶۳ - ل = ۱ ہے جو ہمارے مفید مطلب نہیں]

اب لا = پمپ جلانے سے پہلے پانی کا ارتفاع = ۰

$$∴ لا = لا + ۶ = ۶، لا = لا + ۶ = ۱۲$$

اسی طرح سے ل = ۱۸، ل = ۲۴، ل = ۳۰ جو نلی کے طول سے

زیادہ ہے، پس پانچویں ضرب کے آخر میں پانی نل کے اندر چڑھ جائیگا

اس لئے چھٹی ضرب کے آخر میں یہ دہانہ میں سے بہنا شروع ہو جائیگا۔

۱۳۴۔ اٹھاؤ پمپ۔ یہ معمولی پمپ ہی کی ایک تبدیل شدہ

صورت ہے، اس میں نل کی چوٹی بند ہوتی ہے اور نشانہ

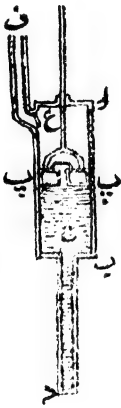
اس چوٹی کی ایک تنگ گردن میں سے پھرتا ہے جس کے

بیچ میں سے نہ ہوا گزر سکتی ہے اور نہ پانی۔

اس کے دہانہ کی تراش معمولی پمپ کے دہانہ کی تلاش سے

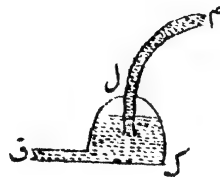
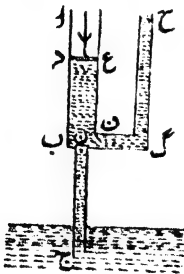
کم ہوتی ہے اور چونکہ دہانہ کا رخ نیچے کی طرف ہونے کی بجائے اوپر کی طرف ہوتا ہے اس لئے ہم پانی کو جس بلندی تک چاہیں پہنچا سکتے ہیں۔

دہانہ میں مقام ع پر ایک کھلندن ہوتا ہے جو صرف اوپر کی طرف کھل سکتا ہے جب فشارہ اوپر کو حرکت کرتا ہے تو یہ کھلندن کھل جاتا ہے اور پانی دہانہ میں داخل ہو جاتا ہے لیکن جب فشارہ نیچے اترتا ہے تو یہ کھلندن بند ہو جاتا ہے اور پھر اس وقت کھلتا ہے جب فشارہ اوپر کی سمت میں حرکت کرنے لگتا ہے۔



اس عمل سے پانی کو بہت بڑے ارتفاع تک اٹھایا جاسکتا ہے بشرطیکہ پمپ کافی مضبوط ہو۔

۱۳۵۔ دب پمپ۔ اس پمپ میں فشارہ درع ٹھوس ہوتا ہے اور اس کے اندر کوئی کھلندن نہیں ہوتا لیکن نیچے کی نلی ب ج میں ب پر ایک کھلندن ہوتا ہے جو معمولی پمپ کے کھلندن کی مانند اوپر کو کھلتا ہے۔



ادپر کے نل کے ساتھ ایک اور انتصابی نلی گ ح ملحق ہوتی ہے اور ان کے مقام اتصال یا ملتی پر ایک اور کھلندن ف ہوتا ہے جو باہر کی جانب کھلتا ہے۔

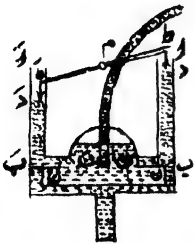
فشارہ کی نزولی حرکت سے ہوا ف میں سے خارج ہو جاتی ہے اور صعودی حرکت سے کھلندن ف تو بند ہو جاتا ہے لیکن ن مکمل جاتا ہے اور معمولی پمپ کی طرح پانی ب ج میں چڑھ آتا ہے، جب متعدد مرتبہ یہی عمل کرنے سے پانی کی ہواری ب سے ادپر ہو جاتی ہے تو فشارہ کی نزولی حرکت سے پانی ف میں سے گزر کر نلی گ ح میں داخل ہو جاتا ہے لیکن صعودی حرکت سے ف بند ہو جاتا ہے اور پانی بڑے نل میں واپس نہیں آسکتا۔

اسی طرح کی مسلسل ضربوں سے بالآخر پانی کو ایسے ارتفاع پہنچایا جاسکتا ہے جو فشارہ کے دباؤ اور پمپ کی مضبوطی پر منحصر ہوتا ہے۔

دب پمپ کا جو بیان ادپر ہوا ہے اس سے ظاہر ہے کہ گ ح میں سے پانی کی مسلسل رد نہیں نکلیگی بلکہ پانی صرف اسی وقت نکلیگا جبکہ فشارہ نیچے کی طرف جارہا ہو۔ اس غرض کے لئے کہ پانی کی دھار مسلسل نکلتی رہے بعض اوقات نلی ف گ کے پیچ میں ایک حجرہ لگا دیتے ہیں جس کے اندر کچھ ہوا ہوتی ہے حجرہ کے اندر سے ایک نلی ل م نکلتی ہے جس کا ایک سرا حجرہ کے پیندے

کے بہت قریب رکھتے ہیں اور دوسرا جس قدر چاہیں بلند کیا جاسکتا ہے۔
جب فشارہ دے نیچے اتر رہا ہو تو اس حجرہ کی ہوا داب
جاتی ہے اور ساتھ ہی پانی نلی ل م میں سے اوپر دھکیلا جاتا ہے
جب فشارہ اوپر کو جا رہا ہو تو کھلند ف بند ہو جاتا ہے
اور حجرہ کے اندر کے پانی پر فشارہ کے دباؤ کا اثر نہیں
رہتا، اس طرح حجرہ کے اندر کی وہ ہوا جو فشارہ کے دباؤ
کے زیر عمل سکر گئی تھی اپنے ابتدائی حجم پر واپس آ جانے کی
کوشش کرتی ہے، اس کا نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ حجرہ کے اندر کے
پانی پر مسلسل دباؤ پڑا رہتا ہے اور یہ پانی نلی کے اندر
دھکیلا جاتا ہے اس طرح نلی ل م سے پانی کی ایک مسلسل
دھار نکلتی رہتی ہے۔

۱۳۶۔ آگ بجھانے کا انجن۔ آگ بجھانے کا دستی انجن مولاً
ایک داب پپ ہوتا ہے جس کے اندر ہوا کا ایک حجرہ ہوتا ہے
فرق صرت یہ ہے کہ اس میں ایک کی بجائے دو نلیں
اور دو بک ہوتے ہیں اور یہ دونوں ہوا کے حجرہ کے ساتھ
مسلک ہوتے ہیں۔ ان نلیوں میں



دو فشارے د اور ڈر ایسے
ہوتے ہیں کہ جب ایک فشارہ
نیچے کو جاتا ہے تو دوسرا اوپر اٹھ آتا ہے
فشاروں کے سرے ط اور ط
ایک سلاخ ط م ط کے ساتھ

چوتہ ہوتے ہیں جو ایک ثابت نصاب م کے گرد گھوم سکتی ہے، اس قسم کے انتظام سے قریب قریب ایک مسلسل دھار حاصل ہوتی ہے کیونکہ جب فشارے اپنی حرکت کی سمت بدلتے ہیں تو ہوا کا حجرہ اپنے دباؤ کی وجہ سے روکا تسلسل قائم رکھتا ہے۔

۲۶ امثلہ نمبری

۱۔ پارہ کے ایک بارپا کا ارتفاع ۲۸ انچ سے ۳۱ انچ ہو جاتا ہے اگر پارہ کی کثافت اضافی ۱۳.۷ ہو تو بتاؤ کہ اس تبدیلی کے جواب میں اس پانی کے ارتفاع میں جو معمولی پمپ کے ذریعہ اٹھایا جاسکتا ہے کیا تبدیلی واقع ہوگی۔

۲۔ ایک معمولی پمپ کے ذریعہ گیس کے تیل کے ایک کنوئیں سے تیل نکالنا منظور ہے اگر تیل کی کثافت اضافی ۸ و ہو اور پانی کا بارپا ۳۳ فٹ ۸ انچ پر ہو تو بتاؤ کہ پمپ کا پمپ کھلند کنوئیں میں تیل کی سطح کے اوپر زیادہ سے زیادہ کتنی اونچائی پر لگایا جاسکتا ہے۔

۳۔ سمندر کی لہر سے ایک تالاب پانی سے بھر گیا ہے جسکی کثافت اضافی ۱۰.۲۵ ہے پانی اتر جانے پر تالاب کو ایک ایسے معمولی پمپ کے ذریعہ خالی کرنا مقصود ہے جس کے نل کا پمپ کھلند تالاب کی سطح کی ہوا کی پر ہے اگر پانی کے بارپا کا ارتفاع ۳۴ فٹ ۲ انچ ہو تو بتاؤ کہ تالاب کی زیادہ سے زیادہ گہرائی کیا ہو سکتی ہے کہ اس کو اس طرح خالی کرنا ممکن ہو۔

۴۔ ایک پیپ کے نل کے ایک فٹ طول میں جو پانی آسکتا ہے اسکا وزن ایک گیلن (۱۰ پونڈ) ہے، پیپ کا دہانہ کنوئیں کے پانی کی سطح سے ۲۴ فٹ اونچا ہے اور ہر ضرب میں پیپ کا فشار ۴ اینچ حرکت کرتا ہے، بتاؤ کہ ہر ایک ضرب میں کتنے فٹ پونڈ کام ہوتا ہے

۵۔ ایک پیپ کا ثابت کھلندن پانی کی سطح کے اوپر ۲۹ فٹ کی بلندی پر ہے، اس کے فشار کی ضرب کا کل طول ۶ اینچ ہے اور اسکی سمیت کا سب سے نیچلا مقام ثابت کھلندن سے ۴ د اینچ اونچا ہے اگر پانی کے باریچا کا ارتفاع ۳۲ فٹ ہو تو بتاؤ کہ پیپ کے نل کے اندر پانی پہنچ سکتا ہے یا نہیں۔

۶۔ ایک معمولی پیپ کی نلی کا طول پانی کی سطح کے اوپر ۱۶ فٹ ہے اور اس کی تراش کا رقبہ نل کی تراش کے رقبہ کا $\frac{1}{16}$ ہے اگر پانی کا باریچا ۳۲ فٹ پر ہو تو معلوم کرو کہ فشار کی ضرب کا طول کیا ہونا چاہیے پہلی ضرب کے آخر میں پانی نل کے اندر داخل ہو جائے۔ نیز بتاؤ کہ اگر یہ طول ایک فٹ ہو تو پہلی ضرب کے آخر میں پانی کس بلندی تک چڑھیں گا۔

۷۔ اٹھاؤ پیپ کے ذریعہ پانی کو ایک ایسے مقام تک پہنچانا مقصود ہے جسکا انتصابی ارتفاع ۲۰۰ فٹ ہے اگر فشار کا رقبہ ۱۰۰ مربع اینچ ہو تو اس کے اپنے وزن کے علاوہ آس بڑی سے بڑی قوت کی مقدار معلوم کرو جو فشار کو اٹھانے کے لئے درکار ہوگی۔

۸۔ ایک باد پیپ کے فشار کا رقبہ ۱۰ مربع اینچ ہے اس پیپ سے فشار کے اوپر ۶۰ فٹ کی بلندی تک پانی اوپر اٹھایا جاتا ہے، بتاؤ کہ فشار کو

چلانے کے لئے کتنی قوت درکار ہوگی۔

۹۔ ایک دباؤ پمپ کے ذریعہ ایک کنوئیں سے تالاب تک پانی اٹھانا مقصود ہے پمپ کے فشارہ کا قطر ۶ اینچ ہے اور فشارہ کا پینڈا کنوئیں کے پانی کی سطح سے ۲۰ فٹ اوپر اور تالاب کے پانی کی سطح سے ۱۰۰ فٹ نیچے ہے اگر کھلدنوں کے اوزان اور رگرز کو نظر انداز کیا جائے تو بتاؤ کہ (۱) فشارہ کو اٹھانے اور (۲) فشارہ کو دبانے کے لئے کم از کم کتنی قوت درکار ہوگی جبکہ پانی کے بارپیم کا ارتفاع ۳۲ فٹ ہے۔

۱۰۔ جب پانی معمولی پمپ کے دہانہ تک پہنچ جائے تو بتاؤ کہ اس کے بعد کی ہر ایک ضرب میں کتنا کام کرنا پڑتا ہے۔

۱۱۔ ایک دباؤ پمپ کے ذریعہ پانی کو ۴ میٹر کی گہرائی سے اٹھا کر ۶ میٹر کی بلندی تک پہنچانا مقصود ہے اگر فشارہ کا قطر ۲۰ سنتی میٹر ہو تو فشارہ کو اوپر اٹھانے کے لئے اور نیچے دبانے کے لئے اس کی صلاح پر جو قوتیں لگانی پڑیں گی ان کی جدا گانہ مقداریں معلوم کرو۔

۱۲۔ ایک معمولی پمپ کے اسطوانہ اور نل کی تراشیں باہم مساوی ہیں اور فشارہ کی پہلی ضرب سے اسطوانہ کے اندر پانی جس بلندی تک اوپر چڑھتا ہے اتنی ہی مزید بلندی تک دوسری ضرب سے چڑھتا ہے ثابت کرو کہ پانی کے بارپیم کا ارتفاع کنوئیں کی سطح اور فشارہ کی درمیانی فاصلہ کی بڑی سے بڑی اور چھوٹی سے چھوٹی قیمتوں کے اوسط حسابی کے مساوی ہے۔

۱۳۔ ایک معمولی پمپ کا بچلا کھلدن پانی کی سطح کے اوپر ۱۰۰ فٹ کی بلندی پر ہے اور نل کا رقبہ نیچے کی نلی کے رقبہ کا ۱۰ گنا ہے اگر

پانی کے بارپا کا ارتفاع ۳۴ فٹ ہو اور پہلی ضرب کے آخر میں پانی نیچے کے کھلن کی عین ہمداری تک آجائے تو فشارہ کی سعت کا طول محسوب کرو۔

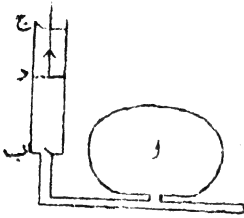
۳۱۔ ایک پمپ کا پچھلا کھلندن پانی کی سطح سے ۲۸ فٹ کی بلندی پر ہے
نشارہ کی ضرب کا پورا طول ۹ اینچ ہے اگر پچھلے کھلندن سے فشارہ کا
فاصلہ اُس وقت جبکہ یہ اپنے سب سے پچھلے مقام پر ہو ۳ اینچ ہو تو
بتاؤ کہ پمپ کے نل کے اندر پانی چڑھ سکتا ہے یا نہیں نیز دریافت
کرو کہ زیادہ سے زیادہ کس بلندی تک پانی چڑھ سکتا ہے۔ پانی کے
بار بار کا ارتفاع ۳۴ فٹ ہے۔

(چونکہ فشارہ عمل کے بنیدے کے کھلندن تک نہیں پہنچ سکتا اسلئے ظاہر ہے کہ فشارہ کے عین کھلندن تک پہنچنے کی صورت میں جس گہرائی سے پانی اٹھانا ممکن تھا اب اس کی نسبتاً مقابلہ کم گہرائی سے پانی اٹھانا ممکن ہو گا)

۱۵۔ ثابت کرو کہ دوسری ضرب کے آخر میں پانی نل کے اندر آجائیگا اگر
 فن^۱ = [۱-۲] [۲-۳] - [۲+۳+۴+۵+۶+۷+۸+۹+۱۰+۱۱+۱۲+۱۳+۱۴+۱۵+۱۶+۱۷+۱۸+۱۹+۲۰+۲۱+۲۲+۲۳+۲۴+۲۵+۲۶+۲۷+۲۸+۲۹+۳۰+۳۱+۳۲+۳۳+۳۴+۳۵+۳۶+۳۷+۳۸+۳۹+۴۰+۴۱+۴۲+۴۳+۴۴+۴۵+۴۶+۴۷+۴۸+۴۹+۵۰+۵۱+۵۲+۵۳+۵۴+۵۵+۵۶+۵۷+۵۸+۵۹+۶۰+۶۱+۶۲+۶۳+۶۴+۶۵+۶۶+۶۷+۶۸+۶۹+۷۰+۷۱+۷۲+۷۳+۷۴+۷۵+۷۶+۷۷+۷۸+۷۹+۸۰+۸۱+۸۲+۸۳+۸۴+۸۵+۸۶+۸۷+۸۸+۸۹+۹۰+۹۱+۹۲+۹۳+۹۴+۹۵+۹۶+۹۷+۹۸+۹۹+۱۰۰] =
 جہاں ۲ اور ۱ با ترتیب نیچے اور اوپر کے نلوں کے طول ہیں، فن پانی کے
 بارش کا ارتفاع ہے اور ن وہ نسبت ہے جو بڑے نل کی تراش کے رقبہ
 کو چھوٹے نل کی تراش کے رقبہ سے ہے۔

۱۳۷۔ مشینوں کی دوسری قسم میں ہوا پمپ شامل ہیں، ان کے ذریعہ ایک ایسے ظرف میں سے جس میں خلا پیدا کرنا مقصود ہو ہوا خارج کی جاسکتی ہے۔

سمیٹن کا ہوا پمپ۔ یہ پمپ ایک اسطوانہ ب ج پر مشتمل ہوتا ہے جس میں ب اور ج پر دو کھلند ہوتے ہیں جو اوپر کی طرف کھلتے ہیں اور ان کھلندوں کے مابین ایک فشارہ ملتا ہے اس فشارہ میں د پر ایک اور کھلند ہوتا ہے اور یہ بھی اوپر ہی کی طرف کھلتا ہے۔



یہ کھلند بہت احتیاط کے ساتھ حتی الوسع ہوا بند بنائے جاتے ہیں۔ اسطوانہ ب ج کے پچلے سرے ب کو ایک نلی کے ذریعہ طرف

یا قابلہ کے ساتھ جس میں سے ہوا خارج کرنا مقصود ہوتا ہے نسلک کر دیا جاتا ہے۔

فرض کرو کہ پمپ چلانے سے پہلے فشارہ ب پر ہے جب اسکو اوپر اٹھایا جاتا ہے تو اس کے اور ب کے درمیان خلا پیدا ہو جاتا ہے اس لئے اس ہوا کا دباؤ جو ب کے نیچے ہے کھلند ب کو کھول دیتا ہے اور جوں جوں فشارہ اوپر اٹھتا جاتا ہے قابلہ کی ہوا کھلند ب میں سے داخل ہو کر فشارہ کے نیچے کی جگہ کو بھرتی رہتی ہے۔

نیز اس عمل کے اثنائیں د کے اوپر کی ہوا کشیف ہوتی جاتی ہے جسکا نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ ج پر کا کھلند اوپر کو کھل جاتا ہے اور ہوا نکل کر کرہ ہوائی میں داخل ہو جاتی ہے۔

ج پر پہنچ کر فشارہ نیچے اترا شروع کرتا ہے اسطرح سے اس کے اور ب کے درمیان

جو ہوا ہے وہ فشار کے دباؤ کے زیر عمل کشیف ہوتی جاتی ہے جس کا نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ کھلمدن ب تو بند ہو جاتا ہے لیکن کھلمدن د کھل جاتا ہے اور ہوا اس میں سے نکل کر فشار کے اوپر کی جگہ میں بھر جاتی ہے۔

اس سے ظاہر ہے کہ ایک مکمل ضرب سے ب کے نیچے کی ہوا کی چھٹہ مقدار خارج ہو جاتی ہے۔

بعد کی ہر ایک ضرب سے ہوا کا یہی حجم (لیکن بتدریج کم ہونے والے دباؤ پر) خارج ہوتا رہتا ہے حتیٰ کہ بالآخر طرف کے اندر کی باتیمانہ ہوا کا دباؤ کھلمدنوں کو اٹھانے کے لئے کافی نہیں ہوتا۔

نیچے کی جانب فشار کی حرکت کے دوران میں ج پر کا کھلمدن بند ہو جاتا ہے اور فشار کے اوپر کی ہوا کا دباؤ گڑھ ہوائی کے دباؤ کی نسبت بہت کم ہوتا ہے، اس لئے کھلمدن ج کا فائدہ یہ ہے کہ فشار کا کھلمدن نسبتاً زیادہ آسانی سے اوپر اٹھ سکتا ہے، علاوہ ازیں اوپر کی طرف فشار کو حرکت دینے میں جو کام کرنا پڑتا ہے کھلمدن ج کی وجہ سے اس میں بھی بہت تخفیف ہو جاتی ہے۔

۱۳۸۔ ہوا کے اخراج کی شرح۔ فرض کرو کہ قابلہ (جس میں وہ نلی بھی شامل ہے جو قابلہ کو اسطوانہ کے ساتھ وصل کرتی ہے) کا حجم ح ہے اور اسطوانہ کا حجم اد پر اور

نیچے کے کھلندوں کے درمیان H ہے۔ نیز فرض کرو کہ
 قابلہ کے اندر کی ہوا کی ابتدائی کثافت k ہے اور پہلی
 نصف ضرب کے بعد کثافت k ہے پس ظاہر ہے کہ
 جس ہوا کی کثافت ابتدا میں k تھی اور حجم H اب ایک
 کثافت k ہے اور حجم $(H + H)$ ہے۔

لہذا بائل کے کلیہ کی رُو سے $k \times H = k' (H + H)$
 اسلئے $k' = \frac{H}{H + H} \times k \dots (1)$

جب فشار پھر بٹنگ اُتر آتا ہے تو ہوا کا حجم H
 خارج ہو جاتا ہے اور قابلہ کے اندر جو ہوا رہ جاتی ہے
 اس کا حجم H ہوتا ہے اور کثافت k' ۔

یہی عمل ایک دفعہ اور کیا جاتا ہے اس لئے اگر دوسری
 پوری ضرب کے بعد قابلہ کے اندر کی ہوا کی کثافت k'

ہو تو صریحاً $k' = \frac{H}{H + H} \times k = \left(\frac{H}{H + H} \right)^2 k$

اسی طرح سے تیسری مکمل ضرب کے آخر میں کثافت $\left(\frac{H}{H + H} \right)^3 k$ ہوگی

ہوگی اور n دین ضرب کے آخر میں کثافت $\left(\frac{H}{H + H} \right)^n k$ ہوگی۔

اس جملہ کی رُو سے کثافت منفرد نہیں ہو سکتی پس نظری

طریق پر بھی مکمل خلا کا پیدا کرنا نامکن ہے۔

ایک خاصہ عمدہ ہوا پمپ کے ذریعہ ہوا خارج کرنے سے قابلہ کے اندر کی

ہوا کا دباؤ انتہائی صورت میں پارہ کے $\frac{1}{10}$ یا $\frac{1}{20}$ سے

کم نہیں ہو سکتا ہوا پمپ کے ذریعہ جو فیمل ترین دباؤ

حاصل کیا جا چکا ہے وہ شاید مندرجہ بالا دباؤ کا ایک

جب ایک فشارہ نیچے اترتا ہے تو دوسرا اوپر چڑھتا ہے شکل میں بائیں جانب کا فشارہ نیچے اتر رہا ہے اور دائیں جانب کا اوپر چڑھ رہا ہے۔

اس ساخت کے آلہ کا ایک فائدہ یہ ہے کہ ہوا کا دباؤ جو ایک طرف تو ایک فشارہ کی راسی حرکت میں مزاحمت پیدا کرتا ہے دوسری طرف دوسرے فشارہ کو نیچے اتارنے میں مدد دیتا ہے۔

اس پمپ کے ذریعہ ہوا کے اخراج کی شرح کو اسی طرح محسوب کیا جاسکتا ہے جس طرح سیٹن کے پمپ میں کیا گیا تھا۔ اس صورت میں ہر ایک نل کا حجم H ہے اور n ہر ایک فشارہ کی ضربوں کی تعداد کے نصف کو ظاہر کرتا ہے یعنی یہ ظاہر کرتا ہے کہ ایک فشارہ اپنے اسطوانہ میں کتنی دفعہ بھرا جبکہ اوپر کی طرف اور نیچے کی طرف دونوں سمتوں میں اس کی دونوں حرکتوں کو شمار کیا جائے، ہاگس بی کے ہوا پمپ میں بھی ابتداءً ایک نل تھا، اس وقت یہ سمیشن پمپ کے متشابه تھا فرق صرف اس قدر تھا کہ اس میں اسطوانہ کی چوٹی کھلی تھی۔

۴۰۔ سیلابی داب پیمیا۔ پارہ کا داب پیمیا ایک آلہ ہوتا ہے جس سے قابلہ کے اندر کی ہوا کا دباؤ دریافت کر سکتے ہیں، یہ دو قسم کا ہوتا ہے، پہلی قسم کے داب پیمیا کی شکل ایک چھوٹے سیفنی بار پیمیا کی سی ہوتی ہے جس میں ایک چھوٹی خمدار نلی ہوتی ہے، نلی کی ساتیں تقریباً مسادی طول کی ہوتی ہیں

ایک شاخ کے اندر پارہ کے اوپر ل پر خلا ہوتا ہے، لیکن دوسری ساق کا سراج قابلہ کے اندر کی ہوا میں کھلا ہوتا ہے جیسے جیسے قابلہ کے اندر کی ہوا کا دباؤ کم ہوتا جاتا ہے خلا والی نلی کے اندر پارہ کی سطح نیچی ہوتی جاتی ہے اور دونوں نلیوں کے اندر پارہ کے ارتفاعوں میں جو فرق ہوتا ہے وہ قابلہ کے اندر کی ہوا کے دباؤ کا ناپ ہوتا ہے۔

دوسری قسم کے داب پیمائیں بار پیمائی کی ایک سیدھی نلی ہوتی ہے اس نلی کے اوپر کا سراج قابلہ کی ہوا سے ملتی ہوتا ہے اور نیچلا سراج پارہ کے ایک برتن کے اندر ڈوبا ہوتا ہے جو کمرہ ہوائی میں رکھا ہوتا ہے، جوں جوں قابلہ کی ہوا کا دباؤ کم ہوتا جاتا ہے، کمرہ ہوائی کے دباؤ کی وجہ سے پارہ نلی کے اندر اوپر چڑھتا جاتا ہے اور نلی کے اندر پارہ کا ارتفاع اس فرق کو ظاہر کرتا ہے جو کمرہ ہوائی کے دباؤ اور قابلہ کے اندر کی ہوا کے دباؤ میں ہو۔

۱۴۱۔ ایک سیٹن کے ہوا پمپ میں فشارہ کی سعت کا لھول فن ہے، نل کی چوٹی سے فشارہ کے بالاترین محل کا فاصلہ ل ہے اور نل کے پینڈے سے فشارہ کے سب سے نیچے محل کے فاصلہ ب ہے اگر کمرہ ہوائی کی کثافت ک ہو تو بتاؤ کہ قابلہ کے اندر کی ہوا کی

انتہائی کثافت $\frac{ل ب}{(ل + فن) (ب)}$ ک ہے۔

فرض کرو کہ جب کسی ضرب کے شروع میں فشارہ دلہنے سب سے نیچے مقام پر ہوتا ہے تو اس کے اور ب کے درمیان کی ہوا کی کثافت کم ہوتی ہے، ظاہر ہے کہ اس وقت فشارہ اور ج کے درمیان کی ہوا کی کثافت بھی کم ہوگی، ملاحظہ ہو شکل دفعہ ۱۳۷۔ نیز فرض کرو کہ قابلہ کی ہوا کی کثافت کم ہے۔

اب اگر ہم کثافت کم میں مزید تخفیف کرنا چاہیں تو ضرور ہے کہ جب ضرب بلکہ میں فشارہ ج ادپر کی طرف اٹھایا جائے تو کھلند ب ادپر کی طرف کھل سکے۔ جب فشارہ اپنے بالاترین محل میں پہنچے گا تو کثافت کم والی وہ ہوا جو ف + و طول کو گھیرے ہوئے تھی اسکی کثافت ف + و کم ہو جاتی ہے اور وہ طول و کو گھیرتی ہے پس ادپر کا کھلند کھل سکیگا اگر

$$\frac{ف + و}{ب} < \frac{ف}{ب} \quad (۱)$$

نیز اس ضرب سے کثافت کم والی ہوا جو طول ب کو گھیرے ہوئے تھی وہ اب پھیل جاتی ہے اور کثافت $\frac{ف + و}{ب}$ پر طول ف + ب کو گھیرتی ہے، پس نیچے کا کھلند ادپر اٹھیکے گا اگر

$$\frac{ف + و}{ب} < \frac{ف}{ب} \quad (۲)$$

(۱) اور (۲) سے حاصل ہوتا ہے

$$\frac{ف + و}{ب} < \frac{ف}{ب} \times \frac{و}{ف + و} < \frac{و}{ف + و} \quad (۱)$$

پس قابلہ کی ہوا کی کثافت $\frac{ف + و}{ب}$ سے بھی کم نہیں ہوگی

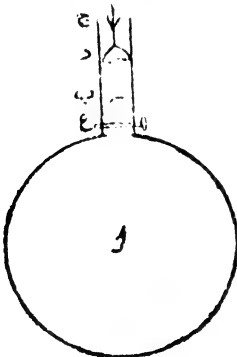
جب کثافت اس مقدار تک پہنچ جائیگی تو بپ کا عمل بدھ بے سود رہیگا۔

اس سے یہ بھی ظاہر ہے کہ کیوں ہر ایک ضرب کے آخر میں فشارہ کو اپنے انتہائی مقام تک لے جانا ضروری ہوتا ہے یہ امر خاص کر اُس صوت میں بہت ضروری ہے جب قابلہ کی ہوا کی کثافت اپنی انتہائی قیمت کے قریب آ پہنچے۔

نل کا طول و یا ب جو فشارہ کی مار سے محفوظ رہتا ہے خلوت کہلاتا ہے۔

اس تحقیقات میں کھلندوں کے اوزان کو امارہ حساب میں نہیں لایا گیا۔ اسی طرح سے یہ بھی ثابت ہو سکتا ہے کہ ہاگس بی کے ہوا پمپ میں ہوا کی انتہائی کثافت $\frac{1}{10}$ تک ہوتی ہے جہاں فشارہ کی ضرب کا طول ہے اور ب نل کے پینڈے سے فشارہ کے سب سے نیچے محل کا فاصلہ ہے۔

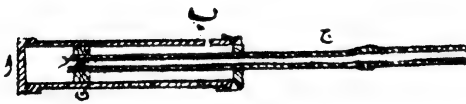
۱۴۲۔ مکشف ہوا پمپ۔ یہ آلہ اپنے مقصد کے لحاظ سے ہوا پمپ کا عین متضاد یا الٹ ہے یعنی اس کی مدد سے کسی طرف کی ہوا کے دباؤ کو کم کرنے کی بجائے زیادہ کرتے ہیں۔



یہ مکشف ایک ظرف و مشربل ہوتا ہے اس ظرف کے ساتھ ایک اسطوانہ ج ب لگا ہوتا ہے جس کے اندر ایک فشارہ د چلتا ہے اس فشارہ کے اندر اور نیز اس کے اور ظرف و کے درمیان ایک ایک کھلندن ہوتا ہے یہ دونوں کھلندن نیچے کی طرف کھلتے ہیں۔

جب فشار د کو نیچے دھکیلا جاتا ہے تو اس کے اندر ب کے درمیان کی ہوا کشیف ہو جاتی ہے جس کی وجہ سے کھلند ب کھل جاتا ہے اور ہوا ظرت ل کے اندر داخل ہو جاتی ہے۔ جب فشار ب پر پہنچ جاتا ہے تو اس کی بازگشت شروع ہوتی ہے اس حرکت کے اثنا میں ظرت ل کے اندر کی ہوا کا دباؤ کھلند ب کو بند کر دیتا ہے لیکن کرۂ ہوائی کا دباؤ کھلند د کو کھول دیتا ہے اور ہوا د اور ب کی درمیانی جگہ میں بھر جاتی ہے حتیٰ کہ فشار پھر اپنے بالاترین مقام ج پر پہنچ جاتا ہے۔ اب جو فشار کو اندر دھکیلا جاتا ہے تو د اور ب کی درمیان ہوا ظرت کے اندر داخل ہو جاتی ہے۔ ظرت میں ایک روک ڈاٹ ع لگی ہوتی ہے جس کی مدد سے جب چاہیں ظرت کو بند کر سکتے ہیں۔

سیکلوں کے اندر



ہوا بھرنے کے لئے

جس قسم کے پمپ کو

استعمال کرتے ہیں وہ بھی ایک مکشف ہوتا ہے جو ساخت میں ذرا مختلف ہوتا ہے۔

اس میں فشار کی سلاخ د ج اندر سے کھوکھلی ہوتی ہے اسکا ایک سراج بائیکل کی ربڑ کے منہ کے ساتھ منسلک ہوتا ہے اور دوسرے سرے د پر ایک کھلند ہوتا ہے جو کھوکھلی سلاخ کے اندر کی طرف کھلتا ہے۔ جب فشار بیرونی فل و ب کے ایک سرے

ب پر ہوتا ہے تو باہر کی ہوا ب پر کے سوراخ میں سے نل کے اندر داخل ہو جاتی ہے پھر نل کو آگے دھکیلا جاتا ہے اور جب فشار ب سے آگے نکل جاتا ہے تو اور د کی درمیانی ہوا کا تعلق باہر کی ہوا سے منقطع ہو جاتا ہے بعد ازاں یہ ہوا کثیف ہو کر کھلمدن د کو کھول لیتی ہے اور ساکھل کے کھلمدن میں سے ربڑ کے اندر داخل ہو جاتی ہے۔

اکثر اوقات ب پر کا سوراخ نہیں ہوتا بلکہ فشار کے سرے د پر چمڑے کا ایک گول ٹکڑا ہوتا ہے جو دفعہ ۱۴۶ کے ٹکڑے کے مشابہ ہوتا ہے۔ یہ ٹکڑا نل میں عیس پھنس کر آتا ہے جب نل کو پیچھے کھینچا جاتا ہے تو یہ چمڑا ہوا کو اندر داخل ہونے دیتا ہے لیکن جب نل کو آگے دھکیلا جاتا ہے تو یہ اندر کی ہوا کو باہر نکلنے نہیں دیتا۔ باہر کی ہوا کے ساتھ تعلق ب پر کے ایک چھوٹے سوراخ کے ذریعہ قائم رکھا جاتا ہے۔

۱۴۳۔ مکشف کے اندر کی ہوا کی کشافت۔ فرض کرو کہ طرف ل کا حجم مع اس کے اسطوانہ کے اُس حصہ کے جو ب سے نیچے ہے ح ہے اور اسطوانہ کے اُس حصہ کا حجم جو فشار کی سمت یا مسافت کے بالاترین نقطہ اور ب کے درمیان ہے ح ہے۔

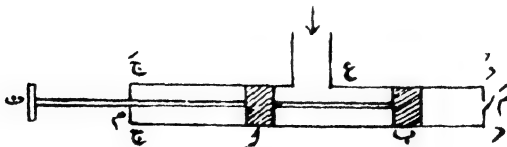
پس فشار کی ہر ضرب سے کرہ ہوائی کے دباؤ پر ہوا کا ح حجم ظرف کے اندر داخل ہوتا ہے اس لئے ن ضربوں کے بعد مکشف کے اندر جو ہوا ہوگی اس کا حجم کرہ ہوائی کے دباؤ پر

ح + ن ح ہوگا۔
 اگر اندر کی ہوا کی ابتدائی کثافت ک ہو اور ن ضربوں کے بعد کثافت
 ک ہو تو ک (ح + ن ح) = ک ن × ح
 ک ن = $\frac{ح + ن ح}{ح}$ ک

مشق۔ میٹن کے ہوا پیم اور ایک مکلف کا قابل مشترک ہے، ان
 دونوں کے نل برابر ہیں اور ہر ایک نل قابل کے $\frac{1}{16}$ حجم کے مادی
 ہے۔ اگر مکلف کی ۸ ضربیں لگائی جائیں اور بعد میں ہوا پیم کی ۶ ضربیں
 لگائی جائیں تو ثابت کرو کہ اندر کی ہوا کی کثافت تقریباً وہی رہے گی۔
 اگر ابتدائی کثافت ک ہو تو مکلف کی ۸ ضربوں کے بعد کثافت = $\frac{ح + ۸ \times \frac{1}{16} ح}{ح}$ ک

نیز پیم کی ۶ ضربوں کے بعد کثافت = $\frac{1}{16} ک \times (ح + \frac{1}{16} ح) = \frac{1}{16} ک (17 \frac{1}{16}) = ۱۰.۱۶ ک$
 پس آخری کثافت ابتدائی کثافت کے تقریباً مادی ہے۔

۱۴۴۔ ٹیٹ کا ہوا پیم۔ عام طور پر اس طے کا پیم
 زیادہ استعمال میں آتا ہے اس میں دو فشارے ۱ اور ۲
 ہوتے ہیں جن کو ایک سلاخ کے ذریعہ دستہ سے وصل



کیا ہوتا ہے، ان فشاروں کے بعید ترین رنوں کا درمیانی فاصلہ

اسطوانہ ج د کے نصف طول سے قدرے کم ہوتا ہے، اسطوانہ کے وسط میں ایک راستہ ع ہوتا ہے جو دوسری جانب قابلہ میں کھلتا ہے جس کی ہوا مکانا منظور ہوتا ہے، جب فشارہ ب د پر ہوتا ہے تو و ع کے عین دائیں جانب پہنچ جاتا ہے کیونکہ و اور ب کے بعید ترین رخوں کا فاصلہ $\frac{1}{2}$ ج د سے کچھ کم ہے، م اور م پر دو کھلند ہوتے ہیں جو دونوں باہر کی طرف کھلتے ہیں۔

شکل بالا میں فشارہ ب د کی جانب حرکت کر رہا ہے اور ہوا کو م میں سے باہر نکال رہا ہے، جب ب د پر اور بنا بریں و راستہ ع کے دائیں جانب آ جاتا ہے تو قابلہ کی ہوا کا تعلق و اور ج کی درمیانی جگہ کے ساتھ قائم ہو جاتا ہے، فشارہ کی بازگشت کے دوران میں و اور ج کی درمیانی ہوا دب کر براستہ کھلند م خارج ہوتی جاتی ہے اور جب بالآخر و ج پر اور بنا بریں ب راستہ ع کے بائیں جانب پہنچ جاتا ہے تو قابلہ کی ہوا پھیل کر براستہ ع ب اور د کی درمیانی جگہ کو بھر دیتی ہے، یہ ہوا فشارہ کو اندر یعنی دائیں جانب دھکیلتے وقت کھلند م میں سے خارج ہو جاتی ہے۔ فشارہ کو اسی طرح آگے پیچھے چلانے سے قابلہ کی ہوا خارج ہوتی رہتی ہے۔

سمیشن کے ہوا پپ میں دو کھلند ہوتے ہیں، ایک قابلہ کے اندر اور دوسرا فشارہ میں جو ظرف کی ہوا کے خاص حد تک لطیف ہوجانے کے بعد اوپر اٹھ نہیں سکتے۔

لیکن اس پمپ میں ان دونوں کھلندوں کی ضرورت نہیں ہے اس طرح سے اس پمپ کے ذریعہ ہوا کا اخراج زیادہ حد تک ممکن ہے اس لحاظ سے اس پمپ کو سسٹین کے ہوا پمپ پر فوقیت حاصل ہے۔

۱۴۵۔ جب ہوا کا اخراج بہت بڑی حد تک درکار ہوتا ہے جیسا برقی چراغوں کے گولوں میں تو مندرجہ بالا ساخت کے ہوا پمپ کام نہیں دیتے کیونکہ ان میں ایک خاص حد پر پہنچ کر کھلندیں کھل نہیں سکتے اور اس لئے ہوا کی کثافت میں مزید کمی واقع نہیں ہو سکتی پس لامحالہ کسی اور قسم کا پمپ استعمال کرنا پڑتا ہے، اس سبب نلکا کا ہوا پمپ اس غرض کو پورا کرتا ہے۔ اس آلہ میں شیشے کی ایک انتصابی نلی او ب ج ہوتی ہے جس کا نیچلا سرا پارہ کے ایک برٹن گ کے اندر ڈوبا ہوتا ہے اور اوپر کے سرے پر بھی پارہ کا ایک برٹن ع لگا ہوتا ہے۔



اس نلی کو ب پر ایک شیشے کی نلی کے ذریعہ قابلہ کے ساتھ وصل کیا ہوتا ہے جس کی ہوا خارج کرنا مقصود ہوتا ہے۔ طول ب گ پارہ کے بارپیمائے کے ارتفاع سے زیادہ ہوتا ہے۔

طرف ع کا پارہ نلی او ب ج میں سے نیچے گرایا جاتا ہے نقطہ ب سے گزرنیکے بعد یہ چھوٹے چھوٹے قطروں میں تقسیم ہو جاتا ہے جن کی درمیانی جگہ میں قابلہ کی ہوا ہوتی ہے جو براستہ دب

آتی ہے پارہ کی دھار اس ہوا کو طرف گ کے اندر لیجاتی ہے جہاں سے وہ کرہ ہوائی میں مل جاتی ہے۔
 اس عمل سے ب د کی ہوا کا دباؤ کم ہوتا جاتا ہے جسے کہ بالآخر پارہ کے گرتے ہوئے قطروں کی چھن چھن کی آواز سے معلوم ہو جاتا ہے کہ ان کے ساتھ ہوا نہیں آرہی ہے اس وقت نلی ب گ میں پارہ کا ارتفاع پارہ کے بارپیا کے ارتفاع کے تقریباً مساوی ہوتا ہے۔

اس بات کی احتیاط رکھنی چاہئے کہ طرف ع خالی نہ ہونے پائے، طرف گ کے بھر جانے کے بعد جو پارہ اس میں سے دوسرے برتن کے اندر گرتا رہتا ہے اس کو بار بار طرف ع میں ڈالتے رہتے ہیں۔

۲۷ مثلہ نمبری

۱۔ سیٹن کے ہوا پپ کے قابلہ اور نل کی باہمی نسبت دریافت کر دو جبکہ چوتھی ضرب کے آخر میں قابلہ کی ہوا کی کثافت اور ابتدائی کثافت میں نسبت ۸۱ : ۲۵۶ ہو۔

۲۔ ایک یک نلے ہوا پپ سے نل کی تراش کا رقبہ ایک مرلے پنچ ہے اور اسکے فتنارہ کی ضرب کا طویل م پنچ ہے اگر اس کے قابلہ کی گنجائش ۳۶ مکعب پنچ ہو تو مکمل ضربوں کے بعد نل کے اندر کی ہوا کا جو دباؤ ہے اس کا مقابلہ ابتدائی دباؤ کے ساتھ کر دو۔

۳۔ ایک ہوا پپ سے نل اور قابلہ کے جموں کی نسبت ۱۰ : ۱ ہے نیز

ایک اور ہوا پمپ میں یہی نسبت ۵:۱ ہے۔ ثابت کرو کہ فشاروں کی تین صعودی حرکتوں کے بعد دونوں قابلوں کی ہوا کی جو کثافتیں ہونگی ان کی نسبت ۱:۱۷۲۸:۱۳۲۱ ہوگی۔

۴۔ ایک دو نلے ہوا پمپ کے ہر ایک نلے کا حجم قابلہ کے حجم کا $\frac{1}{2}$ ہے، بتاؤ کہ پمپ کے دستہ کی چار مکمل ضربوں کے بعد قابلہ کی ہوا کے دباؤ میں کیا کمی واقع ہوگی۔

۵۔ ایک ہوا پمپ کا قابلہ اس کے نلے کا $\frac{1}{2}$ گنا ہے، بتاؤ کہ کتنی ضربوں کے بعد اندر کی ہوا کی کثافت ابتدائی کثافت کے (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{8}$ سے کم ہوگی۔
۶۔ ایک ہوا پمپ کے نلے اور قابلہ کے جموں کی نسبت $\frac{1}{2}$ ہے اور ایک دوسرے ہوا پمپ میں یہی نسبت $\frac{1}{4}$ ہے، بتاؤ کہ دوسرے پمپ کی کتنی ضربیں تخلیہ ہوا کا دہی درجہ پیدا کرے گی جو پہلے پمپ کی چھ ضربیں کرتی ہیں۔

۷۔ ایک قابلہ کی ہوا خارج کرنے کے دوران میں پمپ کی ۱۰ ضربوں کے بعد اُس سینٹرنگ (دب پمپ) کا پارہ جو پمپ کے قابلہ کے ساتھ ملتی ہے ۲۰ انچ پر ہے جبکہ بارپمپ کا ارتفاع ۳۰ انچ ہے، بتاؤ کہ ۲۰ مزید ضربوں کے بعد داب پمپ کا پارہ کس ارتفاع پر ہوگا۔

۸۔ ایک ہوا پمپ کے خستارہ کی ایک مکمل ضرب کا طول ۱۲ انچ ہے، خستارہ کے بالاترین محل کا فاصلہ نلے کی چوٹی سے اور نیز اس کے سب سے نیچے محل کا فاصلہ نلے کے پینڈے سے $\frac{1}{2}$ انچ ہے، ثابت کرو کہ قابلہ کی ہوا کا دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ کے $\frac{1}{1728}$ دین حصہ سے کم نہیں ہو سکتا۔

۹۔ ایک مکشف ہوا پمپ کے نلے کی گنجائش ۸۰ مکعب سنتی میٹر ہے اور اسکے قابلہ کی ۱۰۰۰ مکعب سنتی میٹر اگر قابلہ کی ہوا کا دباؤ ابتداً ایک کرہ ہوائی کے

برابر ہو تو بتاؤ کہ ۴ ہوائی گروں کا دباؤ پیدا کرنے کے لئے کتنی ضربوں کی ضرورت ہوگی۔

۱۰۔ ایک مکشف ہوا پمپ کے نل کا قطر ایک انچ ہے اور طول ۸ انچ اس کے ذریعہ ایک سیکل کی رٹر کے اندر ہوا بھرنا مقصود ہے جسکا قطر اور طول ہوا بھرنے کے بعد بالترتیب ایک انچ اور ۸۰ انچ ہیں اگر ابتداً رٹر بالکل خالی ہو تو بتاؤ کہ رٹر میں دو ہوائی گروں کا دباؤ پیدا کرنے کے لئے کتنی ضربوں کی ضرورت ہوگی۔

۱۱۔ ایک مکشف کے فشارہ کا رقبہ ۵ مربع انچ ہے اور اس کے قابلہ کا حجم فشارہ کی سمیت کے حجم کا ۱۰ گنا ہے فشارہ کو حرکت دینے کیلئے جو قوت لگانی ہوتی ہے اس کی مقدار ۱۶۵ پونڈ وزن سے تجاوز نہیں کر سکتی بتاؤ کہ اس قوت کے ذریعہ زیادہ سے زیادہ کتنی مکمل غریں لگائی جاسکتی ہیں جبکہ کرہ ہوائی کا دباؤ فی مربع انچ ۱۵ پونڈ وزن کے مساوی ہو۔

۱۲۔ ایک مکشف کے اسطوانہ کا کل حجم ب ہے لیکن اس کے حجم کا وہ حصہ جس میں فشارہ پھر سکتا ہے صرت ج ہے ثابت کرو کہ قابلہ کی ہوا کا دباؤ $\frac{B}{J}$ پر کردن سے تجاوز نہیں کر سکتا۔

۱۳۔ ایک سمیٹن کے ہوا پمپ کا قابلہ اس کے نل کا ۸ گنا ہے بتاؤ کہ اوپر کا کھلندن کھلنے سے قبل فشارہ پانچویں صعودی ضرب میں ضرب مذکور کی کونسی کسر طے کر لیتا ہے۔

۱۴۔ ایک سمیٹن کے ہوا پمپ میں اوپر کا کھلندن اسوقت کھلتا ہے جب فشارہ اپنے راستہ کا تین چوتھائی طے کر چکتا ہے ضرب کی ابتدا میں قابلہ کی ہوا کی کشافت معلوم کرو۔

۱۵- ایک بولنے کی نلی جسکی تراش کا رقبہ ایک مربع انچ ہے مسدود ہوگئی ہے، ایک مکشف ہوا پمپ نلی کے ساتھ لگا کر دیکھا گیا ہے کہ ۳۰ ضربوں کے بعد نلی کے اندر ہوا کا دباؤ کرہ ہوائی کے دباؤ کا ۴ گنا ہے اگر پمپ کے نل کی گنجائش ۵۰ مکعب انچ ہو تو ثابت کر دو کہ رکاوٹ نلی کے منہ سے $\frac{2}{3}$ ام فٹ کے فاصلہ پر ہے۔

۱۶- ایک مکشفہ اور سمیٹن کے ہوا پمپ کے نل برابر ہیں اور قابلہ مشترک ہے، قابلہ کا حجم ہر ایک نل کے حجم کا ۲۰ گنا ہے اگر مکشفہ کی ۲۰ ضربیں لگائی جائیں اور بعد ازاں پمپ کی ۴۱ تو ثابت کر دو کہ قابلہ کی ہوا کی کثافت تقریباً وہی ہوگی جو ابتداء میں تھی۔

۱۷- ہوا کو حجم ۱ کے ایک ظرف میں سے نکال کر ایک مکشفہ کے ذریعہ ۱۰ حجم کے ایک ظرف میں بھرا گیا ہے مکشفہ کے نل کا حجم ب ہے اور اس کے دونوں جانب وہ حجم جن میں فشارہ نہیں پھرتا بالترتیب ج اور ج ہیں اگر کھلندوں کے اوزان کو نظر انداز کیا جائے تو ثابت کر دو کہ طرف ۱ اور ۲ کے دباؤں کی انتہائی نسبت

ج ج

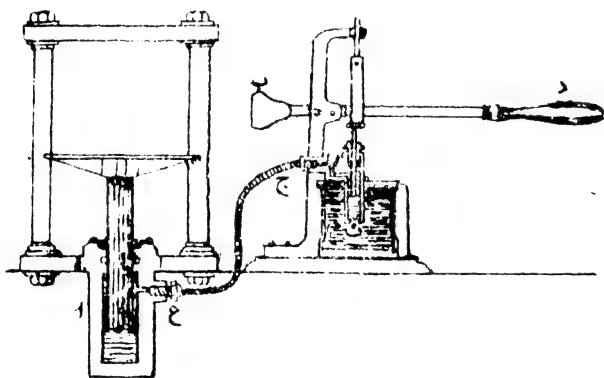
ہوگی۔
(ب-ج) (ب-ج)

۱۸- ایک مکشفہ کے نل کا حجم ح ہے اور نل کے اُس حصہ کا حجم جو نل کے پندے اور فشارہ کے سب سے پخلے نل کے درمیان ہے ح ہے اگر کھلندن اس وقت کھلیں جبکہ اس کے دونوں جانب کے دباؤں کا فرق د ہو تو بتاؤ کہ قابلہ میں جو زیادہ سے زیادہ دباؤ پیدا کیا جاسکتا ہے وہ (۲-۱) ج-د ہے جہاں ۲ کرہ ہوائی کا دباؤ ہے۔

۱۹۔ ایک لکس بی کے پمپ کے قابلہ کا حجم ۱ ہے اور نل کا بے
اگر نل کے نیچے حصے کا وہ حجم جس میں فشار نہ پہنچ سکے ج ہو تو ثابت
کر دو کہ ن ضربوں کے بعد کثافت کرہ ہوائی کی کثافت کی

$$\frac{ج}{ب} + (۱ - \frac{ج}{ب}) (\frac{۱}{۱+ب})^n \text{ گنی ہوگی۔}$$

۱۴۶۔ براما کا شکنجہ۔ اس مشین کا تذکرہ پیش ازیں دفعہ ۱۲ میں ہو چکا
ہے اس کی مدد سے بہت بڑا دباؤ ڈالا جاسکتا ہے اسکی ساخت
کے ضروری حصے دیاں دکھائے جا چکے ہیں جو مشین درحقیقت
استعمال کی جاتی ہے اس کی انتہائی تراش ذیل کی شکل میں دکھائی گئی ہے،
ایک چھوٹے ٹھوس موصل کو بیرم ب د کے



ذریعہ چلایا جاتا ہے جب یہ موصل اوپر کو اٹھتا ہے تو کھلمندن
من بھی اوپر اٹھ آتا ہے اور اس کے نیچے کے حوض میں
سے مانع اوپر چڑھ جاتا ہے جب موصل کو نیچے دبایا جاتا ہے تو

ہفت پر کا کھلندن بند ہو جاتا ہے اور مائع ج ج کے ایک کھلندن میں سے گزر کر ل کے اندر داخل ہو جاتا ہے۔ جب یہ مشین ایجاد کی گئی تھی تو اس کو پورے طور پر آب بند بنانے کے لئے بڑی دشواری واقع ہوئی، جن اسطوانوں کے اندر فشاروں کی سلاخیں پھرتی ہیں ان کی درزوں میں سے پانی پچک کر باہر نکل جاتا تھا۔



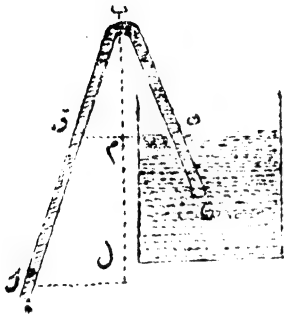
بالآخر یہ مشکل چھڑے کے ایک کار یا گلوپوش کے ذریعہ حل کی گئی۔ اس کی شکل ساتھ میں دکھائی گئی ہے

اس کار کو آب بند بنانے کے لئے پہلے تیل سے بھگو لیا جاتا ہے اور پھر اس کے قصر کو نیچے کی طرف کر کے درز کے منہ پر پہنا دیا جاتا ہے جب پانی فشار اور درز کے پہلوؤں کے بیچ میں سے نکلنے کی کوشش کرتا ہے تو اس کے دباؤ کی وجہ سے کار مضبوطی سے فشار کے پہلو کے ساتھ چسٹ جاتا ہے جتنا یہ دباؤ زیادہ ہوتا ہے اتنے ہی زیادہ زور سے یہ فشار کے پہلو کے ساتھ چسٹا ہے اس طرح پانی کا اپنا ہی دباؤ اس کو باہر نکلنے سے روک رکھتا ہے۔

۱۴- سیفن ایک آد ہوتا ہے جس کی وجہ سے ہم مائع سے بھرے ہوئے ظرفوں کو خالی کر سکتے ہیں۔ اس میں صرف ایک خمدار نلی ل ب ج ہوتی ہے جس کی ایک شاخ ل ب دوسری شاخ ب ج کی نسبت لمبی ہوتی ہے۔

سیفن کو مائع سے بھرا جاتا ہے پھر اس کے دونوں سروں ل اور ج کو

بند کر کے آلہ کو اٹا دیا جاتا ہے اس کے بعد چھوٹے سرے ج کو



ظرف کے مائع کی سطح کے نیچے

رکھ کر دونوں سروں کو کھول دیا جاتا

ہے، یہ خیال رکھا جائے کہ سراسر

ظرف کے مائع کی سطح سے ہمیشہ نیچا رہے۔

اب مائع ل میں سے بہنا شروع

ہوتا ہے اور جب تک کہ سراج

مائع کی سطح سے نیچے رہتا ہے یہ مائع بہتا رہتا ہے۔

آلہ مذکور کے عمل کی تشریح۔ فرض کرو کہ سیفین کا بالاترین نقطہ

ب ہے، ب میں سے ایک انتصابی خط لھینچو جو ظرف کے پانی

کی ہمواری سے ہم پر اور ل میں سے گزرنے والے افقی خط سے ل پر ملے۔

نیز فرض کرو کہ د میں سے گزرنے والی افقی سطح مستوی شاخ

ب ل سے ق پر ملتی ہے۔

اب اُن قوتوں پر غور کرو جو حرکت شروع ہونے سے عین پہلے

سیفین کے مائع پر عمل کرتی ہیں۔

ق پر کا دباؤ = د پر کا دباؤ = کرہ ہوائی کا دباؤ

نیز ل پر کا دباؤ = ق پر کا دباؤ + ستون ل م کا وزن

اسلئے مائع کا جو دباؤ ل پر ہے وہ کرہ ہوائی کے دباؤ سے

زیادہ ہے، پس ل پر کا مائع بہنا شروع کریگا اور شاخ ب ل کا

مائع اس کی جگہ پر آجائیکا اس طرح ب پر کچھ خلا پیدا ہو جائیگا

لیکن درحقیقت اگر شاخ م ب کا طول پارہ کے بارپما کے

ارتفاع ہف سے کم ہو تو ظرف کا پانی کرہ ہوائی کے دباؤ کی وجہ سے نلی ج ب کے اندر بالتدریج چڑھتا رہیگا اور اس طرح سے ا میں سے ایک مسلسل دھار نکلتی رہیگی۔

سیفین خود بخود چلنے والا آلہ ہے اور مائع کی اپنی ہمواری سے نجی ہمواری تک مائع کے بہنے میں جو کام ہوتا ہے اسے قوت جاذبہ سرانجام دیتی ہے۔
۱۴۸۔ سیفین کے چلنے کے لیے جن دو شرطوں کا پورا ہونا لازمی ہے وہ حسب ذیل ہیں۔

(۱) سرا ل (یا اگر یہ سرا مائع کے اندر ڈوبا ہوا ہو تو اس مائع کا ارتقاء) اس ظرف کے مائع کی سطح سے نیچا ہونا چاہئے جس کو خالی کرنا منظور ہے ورنہ مائع کا جو دباؤ ل پر ہوگا وہ کرہ ہوائی کے دباؤ سے زیادہ ہونے کی بجائے کم ہوگا اور مائع ا میں سے بہنا شروع نہیں کریگا۔

(۲) سیفین کے بالاترین نقطہ کا جو ارتفاع ن پر کے مائع سے ہے وہ اسی مائع کے باہر کے ارتفاع سے کم ہونا چاہئے اگر ایسا نہ ہوگا تو کرہ ہوائی کا دباؤ م ب کے ارتفاع والے ستون کو سہارنے کے ناقابل ہوگا پانی کی صورت میں ب کا بڑے سے بڑا ارتفاع ن کے اوپر تقریباً ۳ فٹ ہو سکتا ہے اور پارہ کی صورت میں تقریباً ۳۰ انچ۔

۱۴۹۔ مشق سیفین کے ذریعہ ایک برتن میں سے پانی باہر بہ رہا ہے اگر کرہ ہوائی کا دباؤ پہلے معدوم ہو جائے اور پھر قائم ہو جائے تو بتاؤ کہ کیا واقع ہوگا جبکہ (۱) سیفین کا پملا سرا پانی میں غرق ہو (۲) پانی کے اندر غرق نہ ہو۔

پہلی صورت میں دونوں شاخوں کے اندر کا پانی پہلے اپنے اپنے ظرف کے اندر گرجا بیگا اور سیفین کے اندر خلا ہو جائیگا۔ دباؤ کے دوبارہ عود کرنے پر

سیفن کا عمل شروع ہو جائیگا۔

دوسری صورت میں سیفن کی دونوں شاخیں پہلے حسب معمول خالی ہو جائیں گی اور دباؤ کے عود کرانے پر موانعی کے کھلے منہ میں سے داخل ہو کر اس کو بھر دیں اور سیفن کا عمل دوبارہ از خود جاری نہیں ہوگا۔

۲۸ مثلہ نمبری

۱۔ اگر پارہ کے بارپچا کا ارتفاع ۳۰ انچ ہو اور پارہ کی کثافت اضافی ۱۳.۶ ہو تو بتاؤ کہ ایک سیفن کی مدد سے پانی کس بلندی تک پہنچایا جاسکتا ہے۔
۲۔ پارہ کی کثافت اضافی ۱۳.۶ ہے اور اس کے بارپچا کا ارتفاع ۳۰ انچ ہے بتاؤ کہ ایک سیفن کی مدد سے ایک سیال جس کی کثافت اضافی ۱۵.۱ ہے کسی بلندی تک پہنچایا جاسکتا ہے۔

۳۔ ایک برتن کے اندر جس کی اونچائی ۳ فٹ ہے کچھ پارہ ہے اس کی کیا وجہ ہے کہ ایک سیفن کے ذریعہ تمام پارہ کا نکالنا نامکن ہے۔

۴۔ اسطوانہ کی شکل کا ایک برتن جس کی بلندی پانی کے بارپچا کے ارتفاع کے مساوی ہے تین چوتھائی پانی سے بھرا ہوا ہے برتن میں ایک ہوا بند ڈھکنا ہے جس کے ایک ہوا بند سوراخ میں سے ایک سیفن گزرتی ہے سیفن کا بالاترین نقطہ ڈھکنے کی سطح میں ہے اور اس کی لمبی شاخ کا سر برتن کے پینڈے کی مہواری پر ہے ثابت کرو کہ ایک تہائی پانی سیفن کے عمل سے نکالا جاسکتا ہے۔
۵۔ اگر سیفن کے دوران عمل میں (۱) اسکی لمبی شاخ میں (۲) چھوٹی شاخ میں ایک سوراخ کر دیا جائے تو بتاؤ کہ کیا واقع ہوگا۔

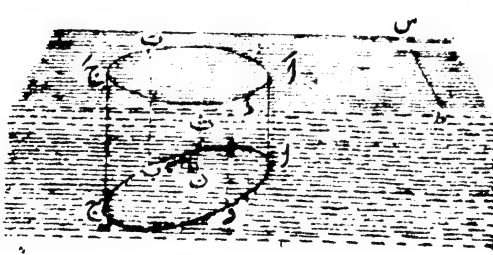
باب نہم

دباؤ کا مرکز

۱۵۰۔ اس باب میں ہم چند ایسی سطحوں پر کے دباؤ کے مرکز از سر نو معلوم کریں گے جو مائع کے اندر غرق ہوں، ان میں سے بعض نتائج قبل از این دفعہ ۳م میں بتائے جا چکے ہیں۔

۱۵۱۔ ایک مستوی پتہ مائع کے اندر غرق ہے، اس پر کے دباؤ کے مرکز کے معلوم کرنے کا عملی طریقہ حسب ذیل ہے۔

فرض کرو کہ مستوی پتہ ۱ ب ج ہے، اس کے محیط پر کے سب نقطوں ۱ ب، ج، میں سے انتصابی خطوط ۱ ب، ب ب، ج ج، کی



کھینچو جو مائع کی سطح سے بالترتیب نقاط ۱ ب، ج ج، پر ملیں جو اسطوانہ اس طرح سے حاصل ہوتا ہے اس کے توازن پر غور کرو۔

جو قوتیں اس کی مخنی سطح پر عمل کرتی ہیں وہ سب کی سب متوازی الافق ہیں اسلیئے انتصابی سمت میں ان کا کوئی جزو ترکیبی نہیں ہے۔

جو قوتیں مستوی قاعدہ AB ج پر عمود وار ہیں وہ متوازی قوتوں کی ترکیب کے ضوابط کی رو سے ایک قوت DA میں ترکیب دی جاسکتی ہیں (دیکھو علم سکون دفعہ ۵۳) اور یہ قوت AB ج پر عمود وار عمل کرتی ہے اور پترے کے دباؤ کے مرکز میں سے گزرتی ہے۔

اس قوت DA کا انتصابی جزو ترکیبی بموجب دفعہ ۴۵ سطح پر کا حاصل انتصابی دباؤ ہے، اس لیے یہ قوت لازماً اسطوانہ مذکور کے وزن کا موازنہ کرتی ہے جو اسطوانہ کے مرکز ثقل G میں سے نیچے کی طرف عمل کرتا ہے۔ اس سے ظاہر ہے کہ DA ایک انتصابی خط مستقیم ہے۔

پس اگر ایک غرق شدہ مستوی سطح کے محیط پر کے ہر ایک نقطہ سے DA کی سطح تک انتصابی خط کھینچے جائیں اور اس طرح جو سیالی اسطوانہ بنے اسکے مرکز ثقل میں سے ایک انتصابی خط کھینچا جائے تو سطح مستوی پر کا وہ نقطہ جہاں موخر الذکر انتصابی خط سطح مذکور سے ملے گا سطح پر کے دباؤ کا مرکز ہوگا۔

اگر AB ج کی سطح مستوی انتصابی ہو تو بظاہر متذکرہ بالا عمل سود مند نہ ہوگا لیکن اس صورت پر اس طرح غور کرو۔
فرض کرو کہ سطح مستوی AB ج انتصابی نہیں ہے۔

اور اس کی سطح مانع کی سطح سے خط س ط پر ملتی ہے، اب سطح مستوی س ط ا ج ب کو محور س ط کے گرد گھما کر کسی دوسرے محل میں لے آؤ خواہ اس محل میں یہ سطح انتصابی ہی کیوں نہ ہو ایسا کرنے سے ہر ایک نقطہ پر کے دباؤ میں ایک ہی نسبت سے تبدیلی واقع ہوگی اور ان دباؤں کی متوازی قوتوں کا نظام ایک ہی زاویہ میں سے گھوم جائیگا اس لئے متوازی قوتوں کی ترکیب کے اصول کی رو سے ان کے مرکز کے مقام میں کوئی تغیر واقع نہ ہوگا۔

۱۵۲۔ ایک مستطیلی پتہ کسی متجانس الاجزہ مانع کے اندر اس طرح ڈبویا گیا ہے کہ اس کا ایک ضلع مانع کی سطح میں ہے، پتہ پر کے دباؤ کا مرکز دریافت کرو۔

(دفعہ ہذا اور نیز بعد کی دو دفعات احصاء تکملات کی رو سے بھی ثابت

کی گئی ہیں، دیکھو ضمیمہ)

فرض کرو کہ مستطیل ا ب ج د کا ضلع ا ب مانع کی سطح میں ہے اور اس کی سطح ج د میں سے گزرنے والی انتصابی سطح مستوی کے ساتھ کوئی خاص محدود زاویہ بناتی ہے۔
خطوط ب ج، ج د، د ا پر کے ہر ایک نقطہ سے انتصابی خط کھینچو، فرض کرو کہ یہ خط مانع کی سطح سے ب ا ر ق، ق ا پر ملتے ہیں۔

تب دفعہ ۱۵۱ کی رو سے مستطیل پر کے دباؤ کا مرکز نقطہ ن پر اس جگہ واقع ہے جہاں سیالی فائدہ (ج د، ب ر ق ا) کے مرکز ثقل ٹ میں سے گزرنے والا انتصابی خط مستطیل

پر کے دباؤ کا مرکز دریافت کرو۔

فرض کرو کہ مثلث ا ب ج

کا قاعدہ ب ج مانع کی سطح میں

ہے اور مثلث کی سطح سمت

انتصابی کے ساتھ کوئی محدود

زاویہ بناتی ہے۔ ا میں سے

ایک انتصابی خط ار کھینچو جو مانع کی سطح سے ر پر ملے۔

تب بموجب دفعہ ۱۵ مطلوبہ مرکز دباؤ وہ نقطہ ہوگا جہاں

سیالی ذوار بعنہ السطوح ا ب ج ر کے مرکز ثقل ت میں

گزرنے والا انتصابی خط مثلث ا ب ج سے ملتا ہے۔

اب ب ج کی تنصیف د پر کرو اور ا د پر ع ایک ایسا نقطہ

لو کہ $دع = \frac{1}{3} دا$ ، اسی طرح ع ر پر ت ایک ایسا نقطہ لو کہ

ع ت = $\frac{1}{3} عر$ ، تب (علم سکون دفعہ ۷، ا کی رو سے) ت

مرکز ثقل ہے ا ب ج ر کا، پس اگر ت میں سے ایک انتصابی

خط کھینچا جائے جو ا ب ج سے ن پر ملے تو ن مطلوبہ مرکز

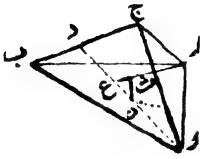
دباؤ ہوگا۔

متشابه مثلثوں سے $ع : ن = ا : ع = ت : ع = ر : ا = ۱ : ۳$

$$\therefore ع : ن = \frac{1}{3} ع = \frac{1}{3} ع \times \frac{2}{2} = \frac{2}{3} ع = \frac{1}{4} دا$$

$$\therefore د ن = د ع + ع ن = د ا + \frac{1}{4} د ا = \frac{5}{4} د ا$$

پس مرکز دباؤ ن خط وسطی دا کی تنصیف کرتا ہے۔



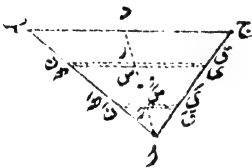
فرع - اگر نقطہ A کی انتصابی گہرائی B ج کے نیچے عہ ہو، مانع کے اکائی حجم کا وزن D ہو اور Δ مثلث کے رقبہ کو تعبیر کرے تو مجموعی دباؤ جون پر عمل کرتا ہے

$$= D \times \Delta \times \text{مثلث کے مرکز ثقل کی گہرائی}$$

$$= D \times \Delta \times \frac{H}{3}$$

اس سے ظاہر ہے کہ مثلث پر کا مجموعی دباؤ دو برابر قوتوں کے مساوی ہے جو AB اور AC کے وسطی نقاط پر عمل کرتی ہے اور ہر ایک قوت $\frac{1}{2} D \times \Delta \times H$ کے مساوی ہے۔

متبادل ثبوت - مثلث کے قاعدہ B ج کے متوازی خطوط کھینچنے سے مثلث کو نہایت چھوٹے لیکن مساوی عرض کے ہینمار ٹکڑوں میں تقسیم کرو۔



فرض کرو کہ N قی ہ اور N قی ہ ایسے دو ٹکڑے ہیں

جو بالترتیب B ج اور A سے متساوی الفضل ہیں یعنی $در = لار$ چونکہ عرض رس اور رس باہم مساوی ہیں اس لئے N قی ہ اور N قی ہ کے رقبے بالترتیب N ق اور N ق کے متناسب ہونگے۔

نیز ظاہر ہے کہ N قی ہ کے ہر ایک نقطہ پر کا دباؤ بالآخر د کے متناسب ہے اور N قی ہ کے ہر ایک نقطہ پر کا دباؤ بالآخر د کے متناسب ہے۔

$$\text{اس لئے } \frac{\text{ن ی پر کا کل دباؤ}}{\text{ن ی پر کا کل دباؤ}} = \frac{\text{ن ق} \times \text{در}}{\text{ن ق} \times \text{در}}$$

$$= \frac{\text{ق ر}}{\text{ق ر}} \times \frac{\text{ار}}{\text{ار}} = \frac{\text{ار}}{\text{ار}} \times \frac{\text{ار}}{\text{ار}} = 1$$

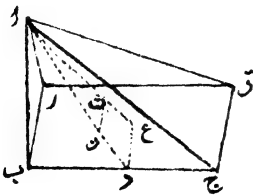
پس ن ی اور ن ی پر کے دباؤ باہم مساوی ہیں اور ا د کے وسطی نقطہ و سے مساوی فاصلوں پر عمل کرتے ہیں، اس لئے ان کا حاصل د میں سے گزرتا ہے۔

اسی طرح ٹکڑوں کے کسی اور ایسے ہی زوج کے لئے۔

پس ثابت ہوا کہ پورے مثلث پر کے دباؤ کا مرکز و پر ہے جو خط وسطی د کا وسطی نقطہ ہے۔

۴۵۔ ایک مثلث مانع کے اندر اس طرح غرق کیا گیا ہے کہ اس کا ایک رأس مانع کی سطح میں ہے اور مقابل کا کنارہ متوازی الافق ہے، مثلث پر کے دباؤ کا مرکز معلوم کرو۔

فرض کرو کہ ا ب ج ایک مثلث ہے جس کا رأس ا مانع کی سطح میں ہے اور کنارہ ب ج متوازی الافق ہے۔ ب اور ج میں سے انتصابی خط کیجو جو مانع کی سطح سے بالترتیب نقاط ر اور ق پر ملیں تب دفعہ ۱۵ کی ر و



سے مطلوبہ مرکز دباؤ و د نقطہ ہے جس پر ا ب ج ق ر کے مرکز ثقل میں سے گزرنیوالا انتصابی خط مثلث

ا ب ج سے ملتا ہے۔

چونکہ ب ج متوازی الافق ہے اسلئے یہ ر ق کے مساوی ہے
 لہذا اگر مستطیل ب ج ق ر کا مرکز ع ہو تو (ا ب ج ق ر)
 کا مرکز ثقل ع ا پر کا ایک ایسا نقطہ ن ہے کہ ا ث = $\frac{3}{4}$ ا ع
 ع سے ب ج پر عمود کھینچو جو ب ج سے د پر ملے تب د
 ب ج کا وسطی نقطہ ہوگا۔
 ث میں سے گزرنے والا انتصابی خط ث ن کھینچو جو ا د سے
 ن پر ملے۔

تب ن مطلوبہ مرکز دباؤ ہوگا۔

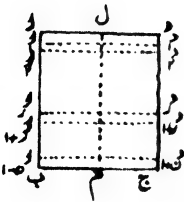
مثابہ مشابہتوں سے ا ن : ا د = ا ث : ا ع = $\frac{3}{4}$

$$\therefore ا ن = \frac{3}{4} ا د$$

اسلئے مطلوبہ مرکز دباؤ خط وسطی کو نسبت ۳ : ۱ میں تقسیم کرتا ہے۔
 ۱۵۵- ذیل میں گزشتہ دفعات کے نتائج کو حاصل کرنے کا ایک اور
 طریقہ درج کیا گیا ہے اس طریقہ میں رقبہ کو پہلے بہت چلے ٹکڑوں
 میں منقسم کیا گیا ہے جن میں سے ہر ایک پر کے دباؤ کی مقدار اور
 مرکز معلوم ہے اور پھر علم سکون دفعہ ۱۱۱ کے ضوابط کے مطابق
 تمام رقبہ پر کے دباؤ کا مرکز دریافت کیا گیا ہے۔

۱۵۶- ایک مستطیل مانع کے اندر اسطح

غرق کیا گیا ہے کہ اس کا ایک ضلع مانع کی
 سطح میں ہے، مستطیل پر کے دباؤ کا مرکز
 دریافت کرو۔



فرض کرو کہ ا د = ا اور ا ب = ب

$$\frac{\left\{ \frac{(1-N) \times N}{2} \right\}}{(1-N)N(1-N)} \times \frac{2}{N} = \frac{[1^3 + 2^3 + \dots + (1-N)^3]}{[1^2 + 2^2 + \dots + (1-N)^2]} =$$

$$\frac{2}{N} \times \frac{1}{2} = \frac{1-N}{1-N} = 1$$

اب ن کو لا انتہا بڑا دو جس سے $\frac{1}{N}$ نہایت چھوٹا ہو جائیگا
تب $1 = \frac{2}{N} = \frac{2}{N}$

۲۹ مثلہ نمبری

۱۔ ایک مثلث کسی مانع کے اندر اس طرح ڈوبا ہوا ہے کہ اس کا قاعدہ
مانع کی سطح میں ہے، مثلث پر ایک افقی خط کھینچا گیا ہے جو اس کے مرکز
دباؤ میں سے گزرتا ہے، ثابت کرو کہ یہ خط مثلث کو ایسے دو حصوں میں
تقسیم کرتا ہے جن پر کے مجموعی دباؤ باہم مساوی ہیں۔

۲۔ ایک کعب نما صندوق کا ایک بے وزن ڈھکنا ہے جو ایک قبضہ
کے ذریعہ اس کے ایک کنارہ کے گرد بلا تکلف گھوم سکتا ہے، صندوق
کے گرد ایک رسی بندھی ہے جو اس کنارے اور نیز اس کے باقی تین
متوازی کناروں کے وسطی نقطوں پر سے گزرتی ہے، صندوق کو پانی
سے بھر کر اس طرح رکھا گیا ہے کہ اس کا ڈھکنا انتہائی ہے اور قبضہ والا
کنارہ اوپر کی طرف ہے، ثابت کرو کہ رسی کا تناؤ پانی کے وزن کا
ایک تہائی ہے۔

۳۔ نصف کعب کی شکل کا ایک صندوق دھات کی ایک پتلی چادر کا

بنا ہوا ہے، اس کے ایک کنارہ کو ایک انتصابی دیوار کے ساتھ قبضہ کے ذریعہ اس طرح لگا دیا گیا ہے کہ یہ کنارہ متوازی الافق ہے اور صندوق کا ایک مربع رخ دیوار سے مس کرتا ہے، اگر اس رخ کو ہٹا کر صندوق کے اندر پانی بھرا جائے اور پانی باہر نہ نکلے تو وہ حالت کا وزن فی مکعب فٹ دریافت کرو جبکہ مکعب کے ایک کنارہ کا طول ۱ فٹ ہو۔

۴۔ ایک مستطیل مانع کے اندر اس طرح ڈبویا گیا ہے کہ اس کے دو کنارے افق کے متوازی ہیں اور ان کی گہرائیاں بالترتیب مانع کی سطح کے نیچے ۱ اور ب ہیں، ثابت کرو کہ اس کے مرکز دباؤ کی گہرائی

$$\frac{2}{3} \frac{1 + 2b + b^2}{1 + b}$$

ہے۔

[مستطیل کے ان اضلاع کو خارج کرد جو افقی اضلاع پر عمود ہیں حتیٰ کہ یہ مانع کی سطح سے مل جائیں، تب مستطیل زیر بحث پر جو دباؤ ہے وہ ان مستطیلوں کے مجموعی دباؤ کے فرق کے مساوی ہے جن میں سے ہر ایک کا ایک ضلع مانع کی سطح میں ہے، ان موخر الذکر مستطیلوں پر کے مجموعی دباؤ اور نیز ان دباؤں کے مرکز دفعت ۳۹ اور ۱۵۶ کی رو سے معلوم کرو اور پھر علم سکون دفعہ ۱۱۶ کے مطابق عمل کرو]

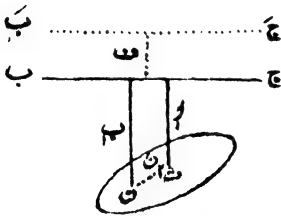
۵۔ ایک منحرف کے متوازی اضلاع کے طول بالترتیب ۱ اور ب ہیں اور ان کا درمیانی فاصلہ ۲ ہے، اگر منحرف کو مانع کے اندر اس طرح غرق کیا جائے کہ اس کی سطح انتصابی ہو اور ضلع اپائی کی سطح میں ہو تو ثابت

کرو کہ دباؤ کا مرکز پانی کی سطح کے نیچے $\frac{1 + 3b}{2 + b} \times \frac{2}{3}$ گہرائی پر ہوگا۔

۷۔ ایک ذوار بے الاضلاع ا ب ج د کسی مائع کے اند اس سطح غرق ہے کہ اس کا ضلع ج د مائع کی سطح میں ہے اور اضلاع ا د ا ب ج جن کے طول بالترتیب عہ اور ہ ہیں انتصابی ہیں، ثابت کرو کہ دباؤ کے مرکز کی گہرائی $\frac{1}{2} (عہ + عہ) (ہ + ہ)$ ہے۔

۸۔ مکعب کی شکل کے ایک صندوق کا ایک ٹھیک آئیوا لادرنی ڈھکنا ہے جو پچھنے قبضوں کے ذریعہ ایک کنارہ کے ساتھ لگایا گیا ہے۔ صندوق کو پانی سے بھرا گیا ہے صندوق کو اس کے قاعدہ کے مختلف کناروں کے گرد جن زاویوں میں سے گھمانے سے پانی عین نکلنا شروع ہو جائے ان کے ماسوں کا مقابلہ کرو۔
۸۔ وفد ۱۵۴ کی صورت کو دفعات ۱۵۲ اور ۱۵۳ کی صورتوں کا فرق سمجھکر دباؤ کا مرکز محسوب کرو۔

۱۵۸۔ ایک مستوی رقبہ کو کسی متجانس الاجز مائع کے اندر غرق کیا گیا ہے، اس کے مرکز ثقل کی گہرائی لم اور دباؤ کے مرکز کی گہرائی ب ہے اگر اس رقبہ کو بغیر گھمانے کے اور نیچے کر دیا جائے تو دباؤ کے مرکز کا نیا مقام دریافت کرو۔



فرض کرو کہ پہلی صورت میں پانی کی سطح ب ج پر ہے اور مرکز ثقل اور مرکز دباؤ بالترتیب ث اور ن بد ہیں۔

اب فرض کرو کہ رقبہ کو فاصلہ ن اور نیچے کر دیا گیا ہے یا بالفاظ دیگر یہ مائع کے اوپر مزید مائع گہرائی ف تک بھر دیا گیا ہے۔

ابتدائی حالت میں مجموعی دباؤ L_0 د تھا جو N پر عمل کرتا تھا
(دفعہ ۳۹) جہاں رقبہ مفروضہ L کے مساوی ہے اور مائع کے اکائی
حجم کا وزن D ہے۔

اس مائع کے اوپر مزید مائع ڈال دینے کا نتیجہ یہ ہوتا ہے کہ رقبہ
 L کے ہر جزو پر دباؤ بڑھ جاتا ہے اور یہ اضافہ اس دباؤ کے مساوی ہے
جو گہرائی F کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے، یعنی رقبہ L کی ہر اکائی پر
دباؤ D F زیادہ ہو جاتا ہے، اسلئے ان مزید دباؤں کا حاصل
 LDF کے مساوی ہے جو N پر عمل کرتا ہے۔

اب قوت LDF ، N پر عمل کرتی ہے اور L_0 N پر
عمل کرتی ہے، ان قوتوں کا حاصل جس نقطہ N میں سے عمل کرتا
ہے وہی نقطہ صریحاً دباؤ کا نیا مرکز ہے۔

متوازی قوتوں کی ترکیب کے ضوابط سے ظاہر ہے کہ N خط
 N N پر کا ایسا نقطہ ہے کہ

$$N : N :: LDF : L_0 = F : L$$

۱۵۹۔ گزشتہ دفعہ میں B J کے گرد معیار اثر لینے سے
 B J کے نیچے N کی گہرائی

$$L_0 D = (B + F) + LDF = (B + F) + \frac{F + L}{L} = \frac{L_0 D + F + L}{L}$$

پس دباؤ کے نئے مرکز کی گہرائی نئی سطح کے نیچے۔ دباؤ کے
ابتدائی مرکز کی گہرائی ابتدائی سطح کے نیچے

$$= \frac{ف + ۲ لم + ف + لب}{ف + لم} - لب = ف \times \frac{۲ - لب - ف}{ف + لم}$$

پس پانی کی سطح کے نیچے دباؤ کے مرکز کی گہرائی بس مندرجہ بالا مقدار کا اضافہ ہو جاتا ہے۔

نیز ن کی گہرائی ب ج کے نیچے۔ ن کی گہرائی ب ج کے نیچے

$$= \frac{ف + ۲ لم + ف + لب}{ف + لم} - (ب + ف) = ف \times \frac{۲ - لب - ف}{ف + لم}$$

یہ مقدار ہمیشہ منفی ہوتی ہے۔

پس رقبہ میں دباؤ کا مرکز فاصلہ $\frac{لب - ف}{ف + لم}$ اوپر چڑھ جاتا ہے

نیز دوسری حالت میں دباؤ کا مرکز ہے اُس کے اور رقبہ کے مرکز ثقل کے درمیان انتصابی فاصلہ

$$= \frac{ف + ۲ لم + ف + لب}{ف + لم} - (ب + ف) = ف \times \frac{۲ - لب - ف}{ف + لم}$$

اور ظاہر ہے کہ یہ معکوساً ایسے بدلتا ہے جیسے ف + لم یعنی معکوساً ایسے بدلتا ہے جیسے سطح کے نیچے مرکز ثقل کی گہرائی۔

اس سے ظاہر ہے کہ جوں جوں گہرائی زیادہ ہوتی جاتی ہے

دباؤ کا مرکز، مرکز ثقل کے زیادہ قریب آتا جاتا ہے، پس لازماً گہرائی پر دونوں مرکز ایک دوسرے پر منطبق ہو جائیں گے۔

• اگر کسی رقبہ پر کے دباؤ کے مرکز کا مقام معلوم ہو جبکہ کرہ ہوائی کے دباؤ کو نظر انداز کیا جائے تو اُس حالت میں جبکہ ہوا

کے دباؤ کو بھی ملحوظ رکھا جائے دباؤ کے مرکز کا مقام متعین ہو سکتا ہے
فرض کرو کہ اُس سیال کے باریسا کا ارتفاع جس میں رقبہ مذکور
ڈبو یا گیا ہے ف ہے تب کہہ ہوائی کے دباؤ کو ملحوظ رکھتے ہوئے
نئے مرکز کا دباؤ کی تعین کے لئے مانع مذکور کے اوپر بلندی ف
تک یہی مانع بھرا ہوا مرض کر لینا چاہئے جیسا کہ دفعہ ۱۵۸ کی
شکل میں کیا گیا ہے۔

۱۶۱- مشق۔ تباؤ کو دفعہ ۱۵۲ کی صورت میں دباؤ کا جو مرکز ہے اس کے
مقام پر اس کرہ ہوائی کے دباؤ سے جو آبی باریسا کے ارتفاع ف کے مساوی
ہے کیا اثر پڑیگا۔

جس صورت میں ہوا کا دباؤ نہ مستطیل پر کا کل دباؤ $\frac{1}{2} \rho \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ کے
مساوی ہے اور نقطہ ن پر عمل کرتا ہے جہاں
$$L = \frac{1}{2} \rho$$

کرہ ہوائی کا دباؤ $\frac{1}{2} \rho \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ کے مساوی ہے اور نقطہ ع پر عمل
کرتا ہے جہاں $L = \frac{1}{2} \rho$
ل کے گرد سیار اثر لینے سے ہمیں معلوم ہوتا ہے کہ دباؤ کے نئے مرکز کا
فاصلہ ل سے

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \rho \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \rho \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \\ & \frac{1}{2} \rho \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \rho \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \\ & \frac{1}{2} \rho \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \rho \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \end{aligned}$$

امثلہ نمبری ۳۰

۱۔ ایک مربع پترا انتصاباً پانی کے اندر میں غرق ہے، پھر اسکو گہرائی ب تک اور ڈبویا گیا ہے، اگر پترے کے کنارہ کا طول ۱ ہو تو ثابت کرو کہ دباؤ کے مرکز کا فاصلہ مربع کے مرکز سے $\frac{21}{4}$ فٹ ہے۔

۲۔ ایک مثلث کا قاعدہ ۱ ہے اور ارتفاع ۲ مثلث کو پانی کے اندر انتصابی طور پر اس طرح غرق کیا گیا ہے کہ قاعدہ مذکور متوازی الافق ہے اور رأس اوپر کی طرف ہے، اگر قاعدہ کی گہرائی پانی کی سطح کے نیچے گ ہو تو مثلث کے مرکز دباؤ کی گہرائی دریافت کرو۔

۳۔ اگر گزشتہ مشق میں مثلث کو اس طرح انتصاباً ڈبویا جائے کہ اس کا رأس نیچے کی طرف ہو، رأس کی گہرائی پانی کی سطح کے نیچے گ ہو اور اس کا قاعدہ متوازی الافق ہو تو دباؤ کے مرکز کی گہرائی دریافت کرو۔

۴۔ ایک متساوی الاضلاع مثلث جس کا ہر ایک کنارہ ۶ فٹ ہو پانی کے اندر انتصاباً اس طرح ڈبویا گیا ہے کہ اس کا ایک ضلع پانی کی سطح میں ہے، اگر پانی کا بار پیماس ۳۴ فٹ ہو تو مثلث پر کے دباؤ کے مرکز کی گہرائی دریافت کرو۔

۵۔ ایک مثلث کو کسی مائع کے اندر اس طرح غرق کیا گیا ہے کہ اس کا قاعدہ مائع کی سطح میں ہے اور رأس نیچے کی طرف، مثلث کے مرکز قفل کی گہرائی مائع کی سطح کے نیچے گ ہے، کرہ ہوائی کے دباؤ کو نظر انداز کر کے مثلث کے مرکز دباؤ کا مقام دریافت کیا گیا ہے، ثابت کرو کہ اگر کرہ ہوائی کے دباؤ کو ملحوظ رکھا جائے تو دباؤ کے مرکز کا نیا مقام پہلے مقام

۶۔ $\frac{1}{2}$ ف + $\frac{1}{2}$ ف اوپر ہوگا جہاں ف پانی کے بارپیماکا ارتفاع ہے۔ اگر مشق ماقبل میں مثلث کا قاعدہ متوازی الافق ہو اور رأس مانع کی سطح میں، تو متناظر فاصلہ معلوم کرو۔

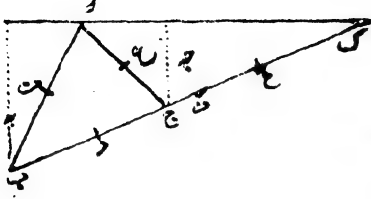
۷۔ کسی مستوی رقبہ پر کے دباؤ کے مرکز کا مقام معلوم ہے جبکہ کرہ ہوائی کے دباؤ کو نظر انداز کیا جائے، اگر ہوا کے دباؤ کو بھی ملحوظ رکھا جائے تو ثابت کرو کہ مقام مذکور ذیل کے کلیہ کی مدد سے محسوس ہو سکتا ہے :

اول الذکر صورت میں مرکز نقل اور مرکز دباؤ کی جو گہرائیاں ہیں ان دونوں میں مانع کے بارپیماکا ارتفاع جمع کرو، تب ان مجموعوں کو آپس میں جو نسبت ہے وہی نسبت مذکورہ بالا گہرائیوں کو آخر الذکر صورت میں ہوگی، نیز دباؤ کے دونوں مرکز ایک خط مستقیم پر واقع ہونگے جو مرکز نقل میں سے گزرتا ہے۔

۸۔ ایک مستوی رقبہ پانی کے اند مکمل طور پر غرق ہے اور اس کی سطح انتصابی ہے، رقبہ مذکور کو گھومنے کے بغیر ایک انتصابی سطح مستوی میں یکساں رفتار کے ساتھ نیچے اتارا جاتا ہے، ثابت کرو کہ دباؤ کا مرکز رقبہ کے ہندسی مرکز میں سے گزرنے والے افقی خط کے قریب ایسی رفتار سے آتا جاتا ہے جو ہندسی مرکز کی گہرائی کے مربع کے بالعکس متناسب ہے۔

۱۶۲۔ ایک مثلث کسی متجانس الاجزاسیال کے اندر ڈوبا ہوا ہے ثابت کرو کہ اس پر کے دباؤ کا مرکز ان متوازی قوتوں کے مرکز پر منطبق ہوتا ہے جو مثلث مذکور کے اضلاع کے وسطی نقاط پر عمل کریں اور جن کی مقداریں ان نقاط کی گہرائیوں کے متناسب ہوں۔

فرض کرو کہ Δ ب ج ایک مثلث ہے جس کا راس Δ مائے کی سطح میں ہے اور قاعدہ ب ج کسی محل میں ہے۔ ب ج کو اتنا خارج کرو کہ یہ سطح سے ک پر ملے، فرض کرو کہ اختلاف ب ج، Δ ب کے وسطی نقطہ بالترتیب Δ ع، Δ ف ہیں اور ج ک، ب ک کے وسطی نقطہ بالترتیب Δ ع، Δ ف ہیں۔



اگر Δ کو ک سے تعبیر کرو اور نیز فرض کرو کہ نقاط ب اور ج کی گہرائیاں Δ ک کے نیچے بالترتیب Δ ب اور جہ ہیں، تب مثلث Δ ب ک کا رقبہ $= \frac{1}{2} \Delta$ ب ک

دفعہ ۱۵۳ نتیجہ صریح سے Δ ب ک پر کا مجموعی دباؤ دو قوتوں کے مساوی ہے جو نقاط Δ اور Δ ف پر عمل کرتی ہیں اور جدا گانہ $\frac{1}{2} \Delta$ و ک ب کے مساوی ہیں۔ لیکن یہ دو قوتیں ان تین قوتوں کے مساوی ہیں جن میں سے دو بالترتیب نقاط Δ اور ک پر عمل کرتی ہیں اور بلحاظ مقدار جدا گانہ Δ ب کے مساوی ہیں اور تیسری ب پر عمل کرتی ہے جو Δ ب کے مساوی ہے جہاں Δ ب = $\frac{\Delta}{2}$

اسی طرح مثلث Δ ج ک پر کا مجموعی دباؤ تین قوتوں کے مساوی ہے۔ ان میں سے دو قوتیں جو جدا گانہ Δ ج کے مساوی ہیں اور ک پر عمل کرتی ہیں اور تیسری Δ ج کے مساوی ہے جو ج پر عمل کرتی ہے۔

اب اب ج پر کا مجموعی دباؤ اب ک اور اب ج ک پر کے
مجموعی دباؤں کے فرق کے مساوی ہے اسلئے یہ ذیل کی قوتوں
کے مساوی ہے۔

۱ پر قوت لہ (بہ - جہ) ب پر قوت ۲ لہ بہ ج پر قوت ۲ لہ جہ
اور ک پر قوت لہ (بہ - جہ) (۱)

نیز چونکہ ب ک : ج ک :: بہ : جہ اسلئے ک پر عمل کرنے
والی ایک قوت (بہ - جہ) ب پر عمل کرنے والی قوت ' - جہ اور
ج پر عمل کرنے والی قوت ' بہ، دونوں کے حاصل کے مساوی ہے [دیکھو
علم سکون دفعہ ۵۳]

اس کی بنا پر یہ فرض کر لینا جائز ہے کہ ک پر عمل کرنے والی قوت
لہ (بہ - جہ)

= ب پر قوت ' - لہ جہ (بہ + جہ) اور ج پر قوت لہ بہ (بہ + جہ)
پس قوتیں (۱) مساوی ہیں ذیل کی قوتوں کے
۱ پر قوت لہ (بہ - جہ)

ب پر قوت ۲ لہ بہ - لہ جہ (بہ + جہ) یعنی لہ (بہ - جہ) (۲ بہ + جہ)
ج پر قوت ۲ لہ جہ + لہ بہ (بہ + جہ) یعنی لہ (بہ - جہ) (بہ + ۲ جہ)
اب مثلث اب ج کا رقبہ = $\frac{ک \times ۱}{۲} - \frac{ک \times ۲}{۲}$ (۲)

لہذا لہ (بہ - جہ) = $\frac{ک \times ۱}{۲} - \frac{ک \times ۲}{۲}$ = $\frac{ک}{۱۲}$

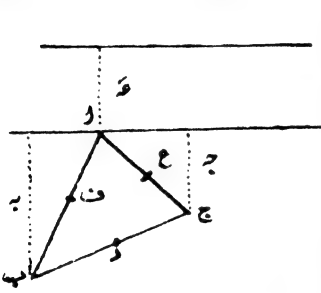
پس قوتیں (۲) ذیل کی قوتوں کے مساوی ہیں :-

۱ پر قوت $\frac{ک}{۱۲}$ لہ (بہ + جہ) ب پر $\frac{ک}{۱۲}$ لہ (۲ بہ + جہ)

اور ج پر قوت $\frac{\Delta}{12}$ (بہ + ۲ جہ)

یعنی ف پر قوت $\frac{\Delta}{12} \times \frac{7}{4}$ ع پر قوت $\frac{\Delta}{12} \times \frac{5}{4}$ اور د پر قوت $\frac{\Delta}{12} \times \frac{1}{4}$

گویا دُعا ف پر کی قوتیں ان کی گہرائیوں کے متناسب ہیں۔
اب مثلث کو فاصلہ عہ اور نیچے کر دے اور فرض کر دو کہ ب اوج



کی نئی گہرائیاں بالترتیب بہ اور جہ ہیں

تب بہ = عہ + بہ اور جہ = عہ + جہ

مثلث کو اور نیچے غرق کر دینے کا

اثر یہ ہوتا ہے کہ ا ب ج کے مرکز

ثقل پر مزید مجموعی دباؤ $\Delta \times عہ$ کا

اصنافہ ہو جاتا ہے یعنی دُعا ف میں سے ہر نقطہ پر دباؤ $\frac{\Delta}{12} \times عہ$

کا اصنافہ ہو جاتا ہے، [علم سکون دفعہ ۱۰۴]

پس مثلث پر کا مجموعی دباؤ متساوی ہے ذیل کی قوتوں کے

د پر $\frac{\Delta}{12} \times (بہ + جہ + عہ)$ یعنی $\frac{\Delta}{12} \times \frac{7}{4}$ عہ + جہ

ع پر $\frac{\Delta}{12} \times (جہ + عہ)$ یعنی $\frac{\Delta}{12} \times \frac{5}{4}$ عہ + جہ

ف پر $\frac{\Delta}{12} \times (بہ + عہ)$ یعنی $\frac{\Delta}{12} \times \frac{1}{4}$ عہ + جہ

پس ثابت ہوا کہ خواہ مثلث کسی محل میں ہو اس پر کے دباؤ کا

مرکز ان متوازی قوتوں کے مرکز پر منطبق ہوگا جو مثلث کے اضلاع

کے وسطی نقطوں پر عمل کریں اور جن کی مقداریں ان کی گہرائیوں کے متناسب ہوں۔

نتیجہ صریح - علم سکون دفعہ ۱۱۱ میں متوازی قوتوں کے مرکز کے لئے جو مضابطہ دیا گیا ہے اُس کی رو سے دباؤ کے مرکز کی گہرائی

$$\frac{\Delta_1}{3} (\text{بہ} + \text{جہ})^2 + \frac{\Delta_1}{3} (\text{جہ} + \text{عہ})^2 + \frac{\Delta_1}{3} (\text{عہ} + \text{بہ})^2 =$$

$$\frac{\Delta_1}{3} (\text{بہ} + \text{جہ})^2 + \frac{\Delta_1}{3} (\text{جہ} + \text{عہ})^2 + \frac{\Delta_1}{3} (\text{عہ} + \text{بہ})^2 =$$

$$\frac{2(\text{بہ} + \text{جہ})^2 + 2(\text{جہ} + \text{عہ})^2 + 2(\text{عہ} + \text{بہ})^2}{2(\text{عہ} + \text{بہ} + \text{جہ})} =$$

$$\frac{\text{عہ}^2 + \text{بہ}^2 + \text{جہ}^2 + 2\text{عہ} + 2\text{بہ} + 2\text{جہ}}{2(\text{عہ} + \text{بہ} + \text{جہ})} =$$

۱۶۳ - مسئلہ گزشتہ کی رو سے بہت سی اشکال کے دباؤ کے مرکز اُن کو مثلثوں میں تقسیم کرنے سے حاصل ہو سکتے ہیں۔

مشق - ایک منتظم سدس ا ب ج د ع ف کو پانی کے اند اس طرح غرق کیا گیا ہے کہ اس کا ایک ضلع ا ب پانی کی سطح میں ہے، ثابت کرو کہ دباؤ کے مرکز کی گہرائی کو مرکز ثقل کی گہرائی کے ساتھ نسبت ۲۳:۱۸ ہوگی فرض کرو کہ د ا س کا مرکز ہے، د ا، د ب، د ف کے وسطی نقاط بالترتیب ا، ب، ج، ف ہیں اور ا ب، ب ج، ج د، د ع، ع ف، ف ا کے وسطی نقاط بالترتیب ن، ق، ر، س، ط، ی، ہیں۔

فرض کرو کہ د ن = عہ

جب ہوں تو ثابت کرو کہ پترے کے دباؤ کے مرکز کی گہرائی اس کے مرکز قتل کی گہرائی سے بقدر

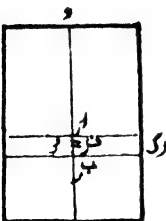
$$\frac{ع^۲ + ب^۲ + ح^۲ - ع - ب - ح}{(ع + ب + ح)} \text{ کے زیادہ سے -}$$

گہرائی گ ہے، ثابت کرو کہ اس پر کے دباؤ کے مرکز کی گہرائی
 $گ_۱ + گ_۲ + گ_۳ + گ_۴ + گ_۵ + گ_۶ + گ_۷ + گ_۸ + گ_۹ + گ_{۱۰}$
 ہے۔

۱۲ گ

۷۔ ایک منتظم سدس پانی کے اندر اس طرح غرق ہے کہ اس کا ایک ضلع پانی کی سطح میں ہے، بالائی نصف پر کے دباؤ کے مرکز کی گہرائی دریافت کرو۔
 ۸۔ ایک معین دو ایسے سیالوں کے اندر جو آپس میں نہیں ملتے اس طرح غرق ہے کہ اس کا اُس اوپر کے سیال کی سطح میں ہے اور ایک وتر سطح مشترک میں ہے، اگر نیچے کے سیال کی کثافت اوپر کے سیال کی کثافت کی سہ چند ہو تو ثابت کرو کہ دباؤ کا مرکز دوسرے وتر کو نسبت ۵:۳ سے تقسیم کرتا ہے۔

۹۔ ایک مستطیل ن ایسے سیالوں کے اندر غرق ہے جو آپس میں نہیں ملتے اور جن کی کثافتیں اوپر کے سیال سے شروع ہو کر ک، ۲ ک، ۳ ک، ن ک ہیں، مستطیل کے اوپر کا ضلع بالاترین مائع کی اوپر کی سطح میں ہے اور جو رقبے مختلف سیالوں میں غرق ہیں وہ باہم مساوی ہیں، ثابت کرو کہ مستطیل پر کے دباؤ کے مرکز کی گہرائی $\frac{۳ ن + ۱۰}{۱۰ + ۳} \times \frac{۱۰}{۲}$ ہے جہاں ف سب سے نچلے ضلع کی گہرائی ہے۔



فرض کرو کہ اُس رقبہ کا مرکز ثقل جو ر وین سیال کے اندر غرق ہے ثر ہے اور اس رقبہ کے دباؤ کا وہ مرکز جو اس سیال کے اوپر کوئی اور سیال نہ ہونے کی صورت میں ہوتا ہے۔

اب اگر مستطیل کے بالاترین ضلع کا وسطی نقطہ ہو تو

دار = (۱-ر) $\frac{ف}{ن}$ ، لشر = $\frac{ف}{ن}$ ، لحر = $\frac{۲}{ن} \times \frac{ف}{ن}$
 دفعہ ۲۴ مشق ۳ کے بموجب ہم لہ کے اوپر کے سیالوں کی بجائے ایکایسا
 سیال لے سکتے ہیں جسکی سٹائی لا ہو اور کثافت رک ، جہاں

$$لا \times رک = \frac{ف}{ن} ک [۱ + ۲ + \dots + (۱-ر)] = \frac{ف}{ن} \times \frac{(۱-ر)}{۲} رک$$

$$لا = \frac{(۱-ر) ف}{ن}$$

اس لئے دفعہ ۱۵۸ کے قاعدہ کی رو سے جو حصہ رک کثافت والے سیال کے
 اندر غرق ہے اس پر کا دباؤ مساوی ہے ان قوتوں کے :-

$$لشر پر قوت لا \times رک \times لا اور لحر پر لا \times رک \times \frac{ف}{ن}$$

جہاں المستطیل کے اس حصہ کا رقبہ ہے۔

پس متوازی قوتوں کے مرکز معلوم کرنے کے قاعدہ کی رو سے

$$لا = \frac{\sum_{r=1}^n (لا \times رک \times لا + لشر + لا \times رک \times \frac{ف}{ن} \times وحر)}{\sum_{r=1}^n (لا \times رک \times لا + لا \times رک \times \frac{ف}{ن})}$$

$$\sum_{r=1}^n \left[(۱-ر) \frac{ف}{ن} \right] + \left\{ \frac{ف}{ن} + \frac{ف}{ن} (۱-ر) \right\} + \left\{ \frac{ف}{ن} + \frac{ف}{ن} (۱-ر) \right\} \times \frac{۲}{ن}$$

$$\sum_{r=1}^n \left[(۱-ر) \frac{ف}{ن} + \frac{ف}{ن} \right]$$

$$\times \frac{ف}{ن} = \frac{[(۱-ر) (۱-۲) + (۲-۲)]}{[۱]}$$

$$\sum_{r=1}^n [۱]$$

$$= \frac{\sum_{r=1}^n (۲-۲-۳+۳)}{۱} = \frac{۲}{۱}$$

$$\frac{\frac{ن(۱+ن)}{۲} + \frac{ن(۱+ن)(۱+ن۲)}{۴} \times ۳ - \left[\frac{ن(۱+ن)}{۲} \right] \times ۶}{ن(۱+ن)(۱+ن۲)} \times \frac{ن}{ن۶} =$$

$$\frac{ن(۱+ن)(۱+ن۳)}{ن(۱+ن)(۱+ن۲)} \times ۳ \times \frac{ن}{ن۶} =$$

$$\frac{۱+ن۳}{۱+ن۲} \times \frac{ن}{۲} =$$

۱۰۔ ایک مستوی ذواربعۃ الاضلاع ا ب ج د اس طرح پورا پانی میں غرق ہے کہ اس کا ضلع ا ب پانی کی سطح میں ہے، اگر ج اور د کی گہرائیاں سطح کے نیچے بالترتیب جہ اور لہ ہوں اور مرکز ثقل کی گہرائی ف ہو تو ثابت کرو کہ دباؤ کے مرکز کی گہرائی $\frac{جہ+لہ}{۲}$ - $\frac{۱}{۲} \frac{جہ+لہ}{۲}$ ہوگی۔

ثابت کرو کہ جو ذواربعۃ الاضلاع اس طرح ڈوبا ہوا ہو اس کے مرکز ثقل کی گہرائی اور دباؤ کے مرکز کی گہرائی کی باہمی نسبت ۳:۲ نہیں ہو سکتی۔

۱۱۔ ذواربعۃ الاضلاع کی شکل کا ایک رقبہ پانی کے اندر اس طرح غرق ہے کہ اس کے کونوں کی گہرائیاں بالترتیب عہ، بہ، جہ، لہ ہیں ثابت کرو کہ اس کے دباؤ کے مرکز کی گہرائی

$$\frac{عہ + بہ + جہ + لہ}{۶} - \frac{بہ + جہ + عہ + لہ + جہ + بہ}{۶}$$

ہوگی جہاں ف مرکز ثقل کی گہرائی ہے۔

فرض کرو کہ ا ب ج د ایک ذواربعۃ الاضلاع ہے جس کے کونے

ا، ب، ج، د بالترتیب عہ، بہ، جہ، لہ گہرائی پر ہیں۔

باب دہم

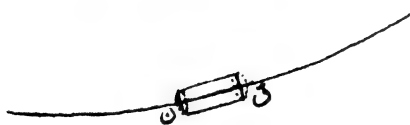
گھومنے والے مائعات

۱۶۴۔ مساوی دباؤ کی سطح سے وہ سطح مراد ہوتی ہے جس کے سب نقطوں پر کے دباؤ باہم مساوی ہوں۔

ثابت کرو کہ ایک ساکن سیال یا ایک حرکت کرنے والے کال سیال کے کسی نقطہ پر کا حاصل مجموعی دباؤ اس مساوی دباؤ کی سطح پر عمود وار ہوتا ہے جو اُس نقطہ میں سے گزرتی ہے۔

سیال کے کسی نقطہ ن پر غور کرو اور اس میں سے گزرنے والی مساوی دباؤ کی سطح پر ایک چھوٹا طول ن ق لو۔

ایک لانا تھپتھپلے اسطوانہ پر غور کرو جس کا محور ن ق ہے اسکے سروں ن اور ق پر کے دباؤ مساوی ہیں کیونکہ ان سروں کے رقبے



ایک ہی ہیں اور ن اور ق مساوی دباؤ کی سطح پر واقع ہیں۔ پس اسطوانہ پر کا حاصل مجموعی دباؤ ن ق پر عمود وار ہوگا۔ اسی طرح سے یہ کسی اور مستقیم خط پر بھی عمود وار ہوگا جو ن میں سے مساوی دباؤ کی سطح میں کھینچا جائے۔

لہذا یہ اس سطح پر بھی غموں وار ہوگا۔

۱۶۵۔ اگر ایک ظرف اور اس کے اندر کا مائع یکساں رفتار سے ایک انتصابی محور کے گرد گھومے تو ثابت کر دو کہ مائع کی آزاد سطح ایک مکافہ نہا ہوگی (مکافہی مینا سے مراد وہ سطح ہے جو قطع مکافہی کو اس کے محور کے گرد گھمانے سے حاصل ہو)

فرض کرو کہ مائع کو گھمانے سے اس کی

سطح جو شکل اختیار کرتی ہے وہ ایسی ہے جو منحنی
ان ک کو گردش کے محور O کے گرد گھمانے
سے حاصل ہوتی ہے۔

فرض کرو کہ مانع کی یکساں زاویہ رفتار

- 4 -

سیال کی سطح کے کسی نقطہ ن پر جو سیال ہے اُس کے ایک چھوٹے جزو پر غور کرو اور سطحی پر عماد ن گ نکالو۔ تب اس چھوٹے جزو پر سیال کا جو مجموعی دباؤ عمل کرتا ہے اُس کی سمت ن گ ہے۔

[کیونکہ مخنی ان ک جس سطح کی تکوین کرتا ہے وہ ہوا سے مس کرتی ہے اور ہوا کا دباؤ مستقل ہے۔ اس لئے ان ک، ن میں سے گزرنے والی مساوی دباؤ کی سطح کی تکوین کرتا ہے، لہذا دفعہ ماقبل کی رو سے حاصل مجموعی دباؤ کی سمت سطح پر عمود وار ہے]

سطح پر عمود دار ہے] اس جزو پر مرن ایک اور قوت جو م ج کے مساوی ہے انتصاف نیچے کی طرف عمل کرتی ہے جہاں م اُس جزو کی کیت ہے اور ج جاذبہ ارض محور لگ پر عمود ن ل کھینچو۔

تب ن زاوی رفتار سرد کے ساتھ ایک دائرہ بناتا ہے جسکا نصف قطر ل ن ہے -

پس علم حرکت دفعہ ۱۳۵ سے ظاہر ہے کہ اس پر ضرور ایک اور قوت م سد ن ل ، ن ل کی سمت میں عمل کرتی ہے -
یہ قوت لازماً دو قوتوں ح اور م ج کا حاصل ہے،
انتصابی اور افقی سمتوں میں تحلیل کرنے سے

$$ح \text{ جسم طه} - م ج = \dots\dots\dots (۱)$$

$$ح جب طه = م سد ن ل \dots\dots\dots (۲)$$

جہاں طه سے مراد زاویہ ل گ ن ہے
∴ مس طه = $\frac{سد ن ل}{چ}$

یعنی $\frac{سد}{چ} = ن ل م طه = ل گ$
پس منحنی لان ایسا ہے کہ زیر عماد ن گ مستقل ہے اور جس خاصیت صرت قطع مکانی میں پائی جاتی ہے جس میں زیر عماد وتر خاص کے نصف کے مساوی ہوتا ہے -

[یہاں یہ بھی بتایا جاسکتا ہے کہ کوئی اور منحنی یہ خاصیت نہیں رکھتا لیکن ثبوت کے لئے احصائے مکملات سے کام لینا پڑے گا]
پس منحنی لان ایک قطع مکانی ہے جس کا وتر خاص $\frac{چ}{سد}$ ہے اور جسکا محور گردش کا محور ہے -

لہذا مانع کی سطح جو منحنی کو انتصابی خط کے گرد گھمائے ہوئے حاصل ہوتی ہے وہ ایک مکانی بنا ہے -

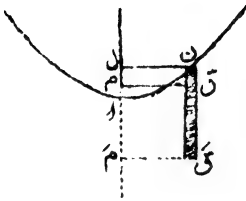
نیتجہ صریح - قطع مکانی کے اساسی خواص سے ظاہر ہے کہ

$$ن ل = د تر خاص \times ل ل = \frac{ج}{سہ} \times ل ل$$

اور یہ ربط اُن تمام نقطوں کے لئے جو سطح پر واقع ہوں درست ہے۔

۱۶۶۔ گھومنے والے مائع کے کسی نقطہ پر کا دباؤ معلوم کرو۔

فرض کرو کہ مائع کے اندر کوئی نقطہ



ق ہے، ایک خط مستقیم ق ن انتصابی

سمت میں اوپر کی طرف کھینچو اور فرض

کرو کہ یہ سطح سے ن پر ملتا ہے، ن ق

کو محور ان کر ایک بہت پتلا مستدیر

اسطوانہ بناؤ جس کی تراش کا رقبہ ع ہو، گردش کے محور ا م ل

پر عمود ن ل، ق م مکالمو۔

اگر اس مائع کا دباؤ جوق پر ہے د ہو تو چھوٹے اسطوانہ

ن ق پر جو انتصابی قوتیں عمل کرتی ہیں وہ یہ ہیں: قوت د ع جو

ق میں سے انتصابی سمت میں اوپر کی طرف عمل کرتی ہے اور

اسطوانہ کا وزن ج ک ع ع ق ن جو انتصا با نیچے کی طرف عمل

کرتا ہے جہاں ک مائع کی کثافت ہے۔

چونکہ گردش یکساں اور مسلسل ہے اس لئے اسطوانہ ق ن

میں کوئی انتصابی اسراع نہیں ہے، پس اس پر کی انتصابی قوتیں

باہم متعادل ہیں۔ لہذا

$$د ع - ج ک ع ع ق ن =$$

$$\therefore د = ج \times ق \times ن = ج \times م \times ل$$

$$= ج \times (ل - ۱) \times م$$

لیکن دفعہ ۱۶۵ کی رُو سے

$$ن \times ل = \frac{۵۲}{۲} \times ل$$

$$\therefore د = ج \times \left(\frac{۵۲}{۲} \times ن - ل \right) \times م$$

$$= ک \times \left(\frac{۱}{۲} \times ق \times م - ج \times ل \right)$$

اگر ق، ل سے نیچے ہو جیسے ق پر تو

$$م \times ل = ل + ل$$

$$\text{اور دباؤ} = ک \times \left(\frac{۱}{۲} \times ق \times م + ج \times ل \right)$$

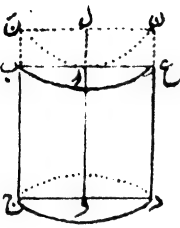
نتیجہ صریح ۱ - دفعہ ماقبل میں ہم نے ہوا کے دباؤ کو نظر انداز کر دیا ہے، اگر اس کو بھی محسوب کیا جائے اور ۲ سے تعبیر کیا جائے تو ہمیں ن پر مزید انتصابی دباؤ $۲ \times م$ حاصل ہوگا اور دفعہ ماقبل میں د کی جو قیمت ہے اس میں ۲ کا اضافہ کرنا پڑیگا۔

نتیجہ صریح ۲ - اگر مخنی لائن پر کے ہر نقطہ سے انتصاباً نیچے کی طرف خطوط مستقیم مکینے جائیں اور یہ خط مستقیم ن ق کے مساوی ہوں تو ان خطوں کے سرے ایک ایسے مخنی پر واقع ہونگے جو شکل اور قامت کے لحاظ سے مخنی لائن کے مساوی ہوگا، پس مساوی دباؤں کی سطحیں مساوی مکانی نما ہوتی ہیں۔

۱۶۷ - مشق اسیک تیرہ اسطوانہ جس کی چوٹی بند ہے قریب قریب پورا ایک مائع سے بھرا گیا ہے اور اسطوانہ مع اپنے اند کے پانی کے انتصابی محور کے گرد

یکساں زاویہ رفتار سے گھوم رہا ہے، اسطوانہ کے پینڈے اور چوٹی پرتال کے جو مجموعی دباؤ ہیں ان کو معلوم کرو۔

فرض کرو کہ اسطوانہ کے محور AO میں سے گزرنیوالی



ایک مستوی سطح سے اسطوانہ کی جوتراشش حاصل ہوتی ہے وہ $ب ج د ع$ ہے۔

فرض کرو کہ $AO = F$ اور قاعدہ کا نصف قطر $OD = R$

جب ہم یہ کہتے ہیں کہ اسطوانہ قریب قریب پورا مائع سے

بھرا ہوا ہے تو ہمارا مفہوم یہ ہوتا ہے کہ گھومنے سے پہلے

اسطوانہ کی چوٹی B AO پر کا دباؤ عین صفر کے مساوی ہے۔

جب مائع گھوم رہا ہو تو ظاہر ہے کہ سب سے کم دباؤ اوپر ہوگا یعنی O ہاں

دباؤ O اب بھی صفر ہی ہوگا۔

ایک قطع مکانی NAN کھینچو جس کے محور کی سمت AO ہو اور ڈر AN

$\frac{R^2}{2}$ ہو۔

تب ماننے کے کسی نقطہ پر جو دباؤ ہوگا وہ اس سطح کے نیچے جو قطع مکانی کے

گھومنے سے پیدا ہوتی ہے اس نقطہ کی انتظامی گہرائی کی وجہ سے ہوگا۔

(۱) پس قاعدہ $ج د$ پر کا مجموعی دباؤ

$=$ اس مائع کا وزن جو $ج د$ اور قطع مکانی کی درمیانی جگہ

میں بھرا جا سکتا ہے۔

$=$ اسطوانہ $ن ج$ کا وزن - مکانی $مانان$ کا وزن

$=$ اسطوانہ $ن ج$ کا وزن - $\frac{1}{4}$ اسطوانہ $ن ب$ کا وزن

$=$ $ج ک \times \frac{1}{4} \times \pi \times R^2 \times D$ - $\frac{1}{4} ج ک \times \pi \times R^2 \times E$

$$\text{اب ن ل} = \frac{\text{ج}}{\text{سہ}} \times \text{ل یعنی دل} = \frac{\text{سہ}}{\text{ج}} \times \text{ر}$$

اس لئے ج د پر کا مجموعی دباؤ

$$\text{جک} \times \text{ر} = [\text{دن} - \frac{1}{4} \text{ع ن}] = \text{جک} \times \text{ر} = [\text{ف} + \frac{1}{4} \text{ع ن}]$$

$$\text{جک} \times \text{ر} = [\text{ف} + \frac{1}{4} \text{ل}] = \text{جک} \times \text{ر} = [\text{ج ف} + \frac{\text{سہ}}{\text{ج}} \text{ر}]$$

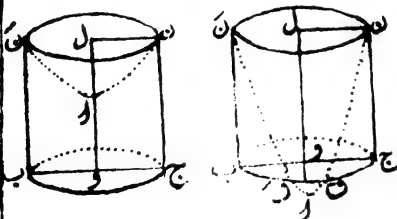
(۲) نیز ب ع پر کا مجموعی دباؤ اوپر کی طرف عمل کرتا ہے اور مقدار میں اس مائع کے وزن کے مساوی ہے جو ب ع اور مکافی مائعاتی جگہ میں بھرا جاسکتا ہے اس لئے

= اسطوانہ ن ب کا وزن - مکافی مان ل ن کا وزن

$$\frac{1}{4} \text{ن ب کا وزن} = \text{جک} \times \frac{1}{4} \text{ر} \times \text{ل} = \frac{1}{4} \text{جک} \times \text{ر} \times \text{ل}$$

مشق ۲ - ایک مستدیر اسطوانہ کو جسکا ارتفاع ف ہے اور جس کے قاعدہ کا نصف قطر ہے ایک مائع سے بھرا گیا ہے ، اسطوانہ اور اندر کا مائع محور کے گرد یکساں زاوی رفتار سے گھومتے ہیں۔ معلوم کرو کہ کتنا مائع گر جائیگا۔

فرض کرو کہ کاغذ کی سطح مستوی



اسطوانہ کو خط ن ب ج ن پر کاٹی ہے اور اسطوانہ کا محور ل د ہے۔

آزاد سطح ایک قطع مکافی ہے جسکا وتر خاص $\frac{\text{سہ}}{\text{ج}}$ ہے ، یہ سطح لازماً

ن اور ن میں سے گزرے گی۔

لہذا یہ ایک قطع مکافی ہے جس کا راس اوپر ہے جہاں $\text{ن ل} = \frac{\text{ج}}{\text{سہ}} \text{ل}$

یعنی اول = $\frac{س_۲}{س_۱} \times ن ل = \frac{س_۲}{س_۱} \times ل$

(۱) فرض کرو کہ $\frac{س_۲}{س_۱} > ن$ ، اسلئے $س_۲ > س_۱$ مائع ت

اس لئے صورت اول میں ل و سے اوپر ہوگا۔

جو پانی گر جائیگا اس کی مقدار اتنی ہے جتنی مکانی ن ل و کو بھر دے اسلئے اس کا حجم

= اس اسطوانہ کا نصف حجم جس کا قاعدہ ن ہے اور ارتفاع ل ہے

= $\frac{1}{2} \times \pi \times ل = \frac{1}{2} \times \pi \times \frac{س_۲}{س_۱} \times ل$

= $\frac{\pi \times س_۲ \times ل}{2 \times س_۱}$

(۲) اگر $\frac{س_۲}{س_۱} = ن$ ، تب ل و = ل و اور مکانی کا راس ل و محور کے سب سے نچلے نقطہ پر منطبق ہوتا ہے۔

(۳) $\frac{س_۲}{س_۱} < ن$ ، تب ل و < ل و اور نقطہ ل و سے نیچے چلا جاتا ہے جیسا کہ صورت دوم میں، اس صورت میں قطع مکانی ب ج سے نقاط ق ، ق پر ملتا ہے اور

ق و = $\frac{س_۲}{س_۱} \times ل و = \frac{س_۲}{س_۱} \times [ل - ف]$

= $\frac{س_۲}{س_۱} \times [ل - \frac{س_۲}{س_۱} \times ل] = \frac{س_۲}{س_۱} \times ل \times [1 - \frac{س_۲}{س_۱}]$

اس صورت میں جو پانی گر جائے گا اس کا حجم

= $ن ق ق ن$ کا حجم

= مکانی ن ل و - مکانی ن ل و ق ق

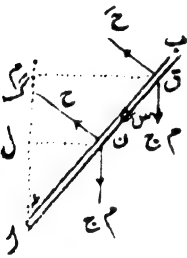
$$\frac{1}{4} \pi l n^2 \times l - \frac{1}{4} \pi q d \times l$$

$$= \frac{1}{4} \pi n^2 \times \frac{r^2}{c} - \frac{1}{4} \pi (r^2 - \frac{c^2}{n^2}) (\frac{r^2}{c} - f)$$

$$= \frac{1}{4} \pi \frac{r^2}{c} - \frac{1}{4} \pi \frac{r^2}{c} + \frac{1}{4} \pi \frac{c^2}{n^2} - \frac{1}{4} \pi f (\frac{r^2}{c} - \frac{c^2}{n^2})$$

$$= \frac{1}{4} \pi \frac{c^2}{n^2} - \frac{1}{4} \pi f (\frac{r^2}{c} - \frac{c^2}{n^2})$$

مشق ۳ - ایک پتلی کیساں تراش کی سیدھی نی اب اپنے نچلے سرے
۱ میں سے گزرنیوالے انتصابی محور کے گرد کیساں زاوی رفتار سے
حرکت کر رہی ہے، اگر دوسرا سرا ب کھلا ہو تو بتاؤ کہ اس میں سے کتنا
مائع باہر نکل جائیگا۔



جب مائع اضافی توازن میں گھوم
رہا ہو تو فرض کرو کہ اس کا سب سے
ادنی نقطہ ہے، تب اس جگہ مائع
کا دباؤ صریحاً صفر ہوگا۔

ن پر جو سیال ہے اُس کی ایک

پتلی تراش کے توازن پر غور کرو جس کی کمیت م ہے، اس پر اس کا وزن
جو م ہے کے مساوی ہے عین نیچے کی طرف عمل کرتا ہے نیز نی کا تعامل ح
ہے جو نی کی سمت پر عمود دار ہے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے، یہ دونوں
قوتیں نی میں عمادی اسراع م سے $n \times l$ پیدا کرتی ہیں جہاں n ل
گردش کے محور پر عمود ہے انتصابی اور افقی سمتوں میں تحلیل کرنے سے

$$ح جم م = م سے $n \times l$ (۱)$$

$$\text{ح جب ع} = \text{م ج} \dots\dots\dots (۲)$$

جہاں ع انتصابی خط کے ساتھ نلی کا زاویہ میلان ہے
لہذا تقسیم کرنے سے

$$\frac{\text{س}^۲ \times \text{ن ل}}{\text{ج}} = \text{م ع یعنی ن ل} = \frac{\text{ج}}{\text{س}^۲} \text{م ع} \dots\dots (۳)$$

$$\therefore \text{ا ن} = \frac{\text{ن ل}}{\text{جب ع}} = \frac{\text{ج}}{\text{س}^۲} \times \frac{\text{جم ع}}{\text{جب ع}}$$

اس سے مانع کے بالاترین نقطہ کا مقام معلوم ہوتا ہے -

یہ آسانی سے دیکھا جاسکتا ہے کہ ن کے اوپر کا سیال نکل جائے گا -

اگر ن کے اوپر کوئی سیال ہو تو فرض کرو کہ اس کا سب سے اونچا نقطہ

ق ہے، ول پر عود ق م کھینچو اور فرض کرو کہ اس کا طول ل ن + ک ہے

فرض کرو کہ اس کو توازن میں رکھنے کے لئے عمادی قوت ح کے علاوہ

ا کی سمت میں ایک اور قوت س عمل کرتی ہے، تب

$$\text{ح جم ع} + \text{س جب ع} = \text{م س}^۲ \times \text{م ق}$$

$$= \text{م س}^۲ \times \text{ن ل} + \text{م س}^۲ \times \text{ک} \dots\dots (۴)$$

$$\text{اور ح جب ع} - \text{س جم ع} = \text{م ج} \dots\dots\dots (۵)$$

ح کو سا قہ کرنے سے

$$\text{س} = (\text{م س}^۲ \times \text{ن ل} + \text{م س}^۲ \times \text{ک}) \text{ جب ع} - \text{م ج جم ع}$$

$$= \text{م ج جم ع} + \text{م س}^۲ \times \text{ک جب ع} - \text{م ج جم ع} \dots\dots$$

... (مساوات (۳) سے

$$= \text{م س}^۲ \times \text{ک جب ع}$$

لہذا اس مثبت ہے، اس لئے ہمارا مفروضہ صحیح ہے گویا سیال کو ق
پر قائم رکھنے کے لئے ضرور ہے کہ اس کو Δ کی طرف کھینچا جائے، لیکن
چونکہ یہ کھینچا نہیں جاسکتا اس لئے یہ اوپر کی طرف حرکت کرے گا۔ اور ب میں
سے باہر نکل جائے گا۔

ن کے اوپر چقدر سیال ہے اس کے ہر جزو کی یہی کیفیت ہے۔
مشق ۴۔ نصف دائرہ کی شکل کی ایک نلی پانی سے بھری گئی ہے اور
اس قطر کے گرد جو اس کے دونوں سروں کو وصل کرتا ہے گھوم رہی ہے،
تباؤ کہ نلی میں کس جگہ سوراخ کیا جائے کہ اس میں سے اندر کا تمام پانی نکل
جائے۔



سوراخ جہاں کہیں بھی کیا جائے
کچھ نہ کچھ سیال نکل جائیگا، لیکن تمام سیال
اس سوراخ میں سے نہیں نکل سکتا تا وقتیکہ
سوراخ ایسے مقام پر نہ کیا جائے جس پر

مائع کا آخری قطرہ ہوگا یعنی تا وقتیکہ سوراخ ایک ایسے مقام پر
نہ کیا جائے جس پر کہ مائع کا ایک ذرہ واحد اضافی توازن کی حالت میں
قائم رہ سکتا ہے۔

اگر مرکز و ہو اور ب و Δ انتصابی قطر ہو اور ن، ب اوپر عمود
ہو تو فرض کرو کہ ن پر کیت م کا ایک ذرہ اپنے وزن م ج کے اور
ن کی سمت میں عمل کرنے والی ایک قوت ح کے زیر عمل اضافی توازن
کی حالت میں ہے۔ ج جاذبہ ارض کو تعبیر کرتا ہے۔

تب ان دو قوتوں کا حاصل م سہ ن ل ہوگا اور ن ل کی سمت

میں علی کر گیا۔

پس اگر زاویہ \angle دن = طہ توافق اور انتصابی سمتوں میں تحلیل کرنے سے

$$ح جب طہ = م سہ ن ل$$

$$ح جم طہ = م ج$$

$$م س طہ = \frac{م س}{ج} \times ن ل$$

$$ن ل = دل \times ن ل \times م م طہ = \frac{ج}{سہ}$$

اس سے د کے نیچے مطلوبہ نقطہ ن کا انتصابی فاصلہ معلوم ہو جاتا ہے۔

امثلہ نمبری ۳۲

۱۔ ایک بند قائم، مستدیر اسطوانہ کو قریب قریب پانی سے بھر کر انتصابی محور کے گرد گھمایا گیا ہے، اگر وہ مجموعی دباؤ جو گھومتے وقت قاعدہ پر عمل کرتا ہے اس مجموعی دباؤ کا نصف ہو جو بحالت سکون قاعدہ پر عمل کرتا ہے تو گردش کی زاوی رفتار دریافت کرو۔

۲۔ ایک بند مستدیر اسطوانہ کو عین پانی سے بھرا گیا ہے، اسطوانہ اپنے محور کے گرد جو انتصابی ہے گھوم رہا ہے، اگر پنیہ سے پر کا مجموعی دباؤ جو ٹی پر کے مجموعی دباؤ کا پانچ گنا ہو تو بتاؤ کہ زاوی رفتار $\frac{ج}{سہ}$ ہے جہاں ف اسطوانہ کا ارتفاع ہے اور ر اس کا نصف قطر ہے۔

۳۔ گمشتہ مشق میں اگر ایک مجموعی دباؤ دوسرے مجموعی دباؤ کا ن گنا

$$ہو تو زاوی رفتار $\frac{ج}{سہ} \times \frac{۱}{ن}$ ہو گی۔$$

۴۔ ایک قائم مستدیر اسطوانہ کو جس کی چوٹی کھلی ہے پانی سے بھرا گیا ہے اسطوانہ سے پانی کے اپنے محور کے گرد یکساں زاوی رفتار سے گھوم رہا ہے ، اگر آدھے سے زیادہ پانی نہ گرے تو قاعدہ کے کسی نقطہ پر کا دباؤ معلوم نہ ہوگا۔

۵۔ ایک مجوف مخروط جو قریب قریب پانی سے بھرا ہوا ہے اپنے محور کے گرد جو انتصابی ہے یکساں زاوی رفتار سے گھوم رہا ہے اور اس کا رأس اوپر کی طرف ہے ، اگر اس کے قاعدہ پر کا دباؤ اندر کے پانی کے وزن کا چھ گنا ہو تو ثابت کرو کہ زاوی رفتار $\frac{4}{3}\pi$ مم عہ ہے جہاں اس کے قاعدہ کا نصف قطر ہے اور $\frac{2}{3}\pi$ عہ مخروط کا رأسی زاویہ ہے۔

۶۔ اسطوانہ کی شکل کے ایک ظرف کو آدھا پانی سے بھر کر اس کے محور کے گرد جو انتصابی ہے گھمایا گیا ہے۔ بتاؤ کہ اسطوانہ کس بڑی سے بڑی زاوی رفتار سے گھوم سکتا ہے کہ پانی باہر نہ گرے ، نیز ثابت کرو کہ تب قاعدہ کے مرکز کے اوپر پانی نہیں ہوگا۔

۷۔ ایک اسطوانہ کو جس کا نصف قطر $\frac{1}{2}$ ہے پانی سے عین بھر کر ایک ایسے بھاری ڈھکنے سے بند کر دیا گیا ہے جو اپنے کنارے کے ایک نقطہ کے گرد گھوم سکتا ہے ، ثابت کرو کہ اگر اسطوانہ اور اس کا پانی اسطوانہ کے محور کے گرد زاوی رفتار سے گردش کریں تو ڈھکنا اوپر اٹھ جائیگا اگر اس کا وزن $\frac{11}{16}$ سے $\frac{1}{2}$ ک سے کم ہو جہاں کہ پانی کی کثافت ہے۔

۸۔ ایک اسطوانہ جس کی چوٹی کھلی ہے ایک سیال سے آدھا بھرا ہوا ہے جب یہ اسطوانہ اپنے انتصابی محور کے گرد زاوی رفتار سے گھومے تو سیال عین اوپر کے کنارے تک پہنچ جاتا ہے ، ثابت کرو کہ اگر

سیال کا $\frac{1}{2}$ واں حصہ اسطوانہ کے اندر ہے تو زاوی رفتار سہ ماہی ہوگی۔

۹۔ دائرہ کی شکل کی ایک نلی ایک سیال سے آدمی بھری گئی ہے اور اس کو ایک سمتی ماس کے گرد یکساں زاوی رفتار سہ سے گھمایا گیا ہے اگر نلی کا نصف قطر r ہو تو ثابت کرو کہ اس قطر کا میلان جو مائع کی آزاد سطحوں میں سے گزرتا ہے افقی کے ساتھ مسا $\frac{r}{2}$ سہ ہوگا۔

۱۰۔ ایک پتلی نلی دائرہ کی شکل کی ہے جس کا نصف قطر r ہے، نلی کے ایک چوتھائی کو بانی سے بھر کر اس کے انتصابی قطر کے گرد یکساں زاوی رفتار سہ سے گھمایا گیا ہے، اگر بانی کا سب سے اونچا نقطہ نلی کے سب سے اونچے نقطہ سے زاوی فاصلہ 90° پر واقع ہو تو ثابت کرو کہ

$$\text{سہ} = \frac{r}{2} (\frac{1}{2} + \frac{1}{4})$$

۱۱۔ دائرہ کی شکل کی ایک انتصابی نلی کے اندر جو اپنے انتصابی قطر کے گرد گھوم سکتی ہے کچھ سیال ہے، سیال کے محاذی مرکز پر زاویہ طہ بنتا ہے ثابت کرو کہ کم سے کم زاوی رفتار جو سیال کو دو حصوں میں تقسیم کر دے

$$\frac{r}{2} \text{ قطع طہ ہے}$$

۱۲۔ دائرہ کی شکل کی ایک پتلی نلی کا نصف قطر r ہے، اس کے اندر کچھ وزنی سیال ہے جو نلی کے ایک چوتھائی حصہ کو بھرے ہوئے ہے۔ نلی کو اس کے انتصابی محور کے گرد زاوی رفتار سہ سے گھمایا گیا ہے، اگر سہ $\frac{r}{2}$ ہو تو ثابت کرو کہ سیال کی سطح مین افقی قطر تک اوپر اٹھ آئے گی اور آزاد سطح کی انتصابی گہرائی مرکز کے نیچے $\frac{r}{4}$ ہو جائیگی۔

۱۴۔ چلے سوراخ والی ایک نلی دائرہ کی شکل کی ہے جسکا نصف قطر ۱
ہے، نلی کے اندر کچھ مانع ہے جسکے محاذی مرکز پر ۳ کا زاویہ بنتا ہے۔ اگر
نلی کو اس کے انتصابی قطر کے گرد زاویہ رفتار ۲۰ ما $\frac{1}{2}$ سے گھمایا جائے
تو ثابت کرو کہ مانع کا سب سے اونچا نقطہ عین افقی قطر کے ایک سرے
تک پہنچ جائے گا اور کل پانی انتصابی قطر کے ایک طرف آ جائیگا۔

۱۵۔ چھوٹی تراش کی ایک نلی ایک مربع کے تین اضلاع کی شکل کی ہے
درمیانی ضلع افق کے متوازی ہے، اس کو پانی سے بھر کر اس انتصابی
محور کے گرد گھمایا گیا ہے جو افقی ضلع کے وسطی نقطہ میں سے گزرتا ہے، ثابت کرو
کہ پانی باہر نہیں نکلے گا تا وقتیکہ سہ پڑا نہ ہو ما $\frac{1}{2}$ سے اور اگر یہ پڑا ہو تو جو
پانی باہر نکل جائے گا وہ نلی کا طول ۱۸۔ $\frac{1}{2}$ سے بھرنے کے کافی ہوگا جہاں
۱۰ مربع کے ایک ضلع کا طول ہے۔

۱۵۔ مشق اقبل میں اگر نلی اپنے ایک انتصابی ضلع کے گرد گھومے تو جو
پانی باہر گر جائیگا وہ طول ۱۸۔ $\frac{1}{2}$ کو بھرنے کے لئے کافی ہوگا اگر سہ $\frac{1}{2}$
سے اور طول ۱۰ + ۱۸۔ $\frac{1}{2}$ کو بھرنے کے لئے کافی ہوگا اگر
سہ $\frac{1}{2}$ سے۔

۱۶۔ ایک اسطوانہ کا نصف قطر ۱ ہے اور ارتفاع ۲، اس کے اندر
گہرائی ب تک ایک سیال پڑا ہے۔ اور اسطوانہ مع سیال اپنے انتصابی
محور کے گرد اس طرح گھوم رہا ہے، کہ سیال باہر نہیں گرتا، ثابت کرو کہ
بڑی سے بڑی زاویہ رفتار ۱۰ ما $\frac{1}{2}$ (د - ب) یا ۱۰ ما $\frac{1}{2}$ ہو سکتی

ہے اگر بالترتیب ب > ۱۰ ف سے

۱۷۔ ایک مکعب صندوق کا قاعدہ افق کے متوازی ہے اور اس کی چوٹی ٹکھلی ہے، صندوق کو پانی سے بھر کر اسکے مرکز میں سے گزرنے والے انقباضی محور کے گرد گھمایا جاتا ہے، اگر قاعدہ کے مرکز پر سے پانی عین ہٹ جائے تو ثابت کرو کہ زاویہ رفتار $\frac{2\pi}{3}$ ہے جہاں صندوق کے ایک ضلع کا طول ہے۔

۱۸۔ مخروط کی شکل کے ایک ظرف کا رأسی زاویہ 2π ہے اور ارتفاع h ہے، ظرف کے اندر پانی ہے جس کا حجم ظرف کے حجم کا نصف ہے اگر ظرف مع پانی کے یکساں زاویہ رفتار سے گھومے اور پانی باہر نہ نکلے تو ثابت کرو کہ $\frac{2\pi}{3}$ ممعہ سے بڑا نہیں ہو سکتا۔

۱۹۔ نصف کرہ کی شکل کا ایک پیالہ ہے جبکہ نصف قطر r ہے، پیالہ کو ایک مائع سے بھر کر اس کے انقباضی نصف قطر کے گرد یکساں زاویہ رفتار سے گھمایا گیا ہے، بتاؤ کہ کشاں بال باہر نکل جائیگا۔

۲۰۔ ایک برتن قائم مخروط کی شکل کا ہے جبکہ رأس نیچے کی طرف ہے برتن کو مائع سے بھر کر اس کے محور کے گرد یکساں زاویہ رفتار سے گھمایا گیا ہے، اگر مخروط کا ارتفاع h ہو اور رأسی زاویہ 2π ہو تو ثابت کرو کہ جو مائع گر جائے گا اس کی مقدار $\frac{1}{2}$ سے 2π فہ مساع ہوگی بشرطیکہ $\frac{2\pi}{3}$ ممعہ

۲۱۔ ایک برتن کی شکل ایک ایسے گروشی مکانی غاکی ہے جو h والے وتر خاص کے ایک قطع مکانی کو اس کے محور کے گرد گھمانے سے حاصل ہوتا ہے برتن کو اس کی نصف بلندی تک کسی مائع سے بھرا گیا ہے بتاؤ کہ یہ کس بڑی سے بڑی زاویہ رفتار سے اپنے محور کے گرد گھوم سکتا ہے کہ مائع

باہر نہ گرے۔

۲۲۔ ایک قطع مکانی کو اسکے محور کے گرد گھمانے سے ایک پیالہ تیار کیا گیا ہے پیالہ کو کسی مائع سے بھر کر اس کے محور کے گرد یکساں زاوی رقتار سے گھمایا گیا ہے، اگر قطع مکانی کا وتر خاص $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$ تو ثابت کرو کہ پیالہ کے سب سے پچھلے نقطہ پر کے ایک سوراخ میں سے سب مائع نکل جائیگا۔

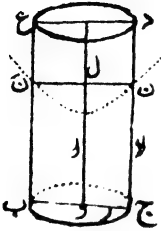
۲۳۔ ایک نصف کروی پیالہ کو پانی سے عین بھرا گیا ہے اور اس کو اٹھا کر کے ایک جگہ افقی میز پر اس طرح رکھا گیا ہے کہ پانی پیالہ اور میز کے درمیان میں سے نکلنے نہیں پاتا اگر پیالہ اور اس کے پانی کو پیالہ کے محور کے گرد یکساں زاوی رقتار سے گھمایا جائے اور پیالہ میز کی سطح سے عین اوپر اٹھنے کو ہو تو ثابت کرو کہ پیالہ کے وزن کو پانی کے وزن کے ساتھ نسبت

$$4 : 3 + 3 : 8 \text{ ج ۸ ہے}$$

۲۴۔ ایک گردشی مکانی نما کو ایک ایسی سطح مستوی سے کاٹ کر جو اسکے محور پر عمود دار ہے ایک پیالہ بنایا گیا ہے، اس کو سیال سے عین بھر کر ایک افقی پیراس طرح رکھا گیا ہے کہ اس کا رأس اوپر کی طرف ہے اور پھر اسے مع سیال کے محور کے گرد گھمایا گیا ہے، ثابت کرو کہ مائع نکل جائیگا اگر زاوی رقتار $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$ سے زیادہ ہو جہاں ω اور ω بالترتیب پیالہ اور مائع کے اوزان ہیں، اور ω قطع مکانی کا وتر خاص ہے۔

۲۵۔ ایک مستدیر اسطوانہ جس کا نصف قطر ہے پانی کے اندر اس طرح آزادانہ تیر رہا ہے کہ اس کا محور انتصابی ہے، پانی پہلے ساکن ہے اور پھر اس کو اس محور کے گرد جو اسطوانہ کے محور پر منطبق ہوتا ہے یکساں

زقار سے گھمایا جاتا ہے، ثابت کرو کہ مؤخراندہ صورت میں اسطوانہ کی سطح کا مزید $\frac{سے ۲}{ج}$ طول بھیگ جائیگا۔
 فرض کرو کہ اسطوانہ کا ارتفاع $ف$ ہے
 اس کی کثافت $ک$ ہے اور پانی کی کثافت
 $ک$ ہے، تب پہلی صورت میں $ک$ $ف$
 ارتفاع بھیگا ہوا ہے۔



دوسری صورت میں فرض کرو کہ اسطوانہ پانی کی سطح سے جس دائرہ پر ملتا ہے اُس کا نصف قطر $ن$ ہے۔

اگر ہم $ن$ اور $ن$ میں سے ایک قطع مکانی $ن$ اور $ن$ کیمنیں جس کا وتر خاص $\frac{۲}{ج}$ ہو اور ہنسکا محور اسطوانہ کا محور ہو تو قطع مکانی آزاد سطح کی ایک تراش ہوگی۔

تب $ن$ $ل$ = $\frac{۲}{ج}$ $ل$ یعنی $ل$ = $\frac{سے ۲}{ج}$
 اگر اسطوانہ کی اس سطح کا طول $ج$ $ن$ جواب پانی سے س کرتی ہے لاہو تو
 $\pi ر^۲ ف$ $ک$ = اسطوانہ کا وزن

بٹائے ہوئے پانی $ب$ $ن$ $ج$ کا وزن

$$ک = [\pi ر^۲ لا - ن اور ن کا حجم]$$

$$ک = [\pi ر^۲ لا - \frac{۱}{۴} \times \pi ر^۲ اور]$$

$$ف ک = ک [لا - \frac{۱}{۴} اور] = ک [لا - \frac{سے ۲}{ج}]$$

$$لا = \frac{ک}{ک} ف + \frac{سے ۲}{ج}$$

۲۶۔ ایک مخروط جس کا ارتفاع $ف$ ہے اور نصف راسی زاویہ ۲۰ ہے
 ایک مانع کے اندر اسطح تیر رہا ہے کہ اس کا محور امتصافی ہے اور راس

نیچے کی طرف ہے۔ مائع کی کثافت مخروط کی کثافت کی $\frac{1}{4}$ ہے اگر مائع ایک ایسے محور کے گرد جو مخروط کے محور پر منطبق ہو زادی رفتار $\left[\frac{1}{4} \right]$ سے گھومے تو ثابت کر دو کہ مخروط کے قاعدہ کا کنارہ مین پانی کی سطح میں ہوگا۔

۲۷۔ ایک برتن کے اندر کچھ پانی ہے برتن کے ایک پہلو کے ساتھ کاگ کا ایک چھوٹا ٹکڑا جس کی کثیت m ہے اور کثافت اضافی k ہے ایک تیلی رستی کے ذریعہ باندھ دیا گیا ہے رستی کا طول l ہے اگر یہ نظام اضافی توازن کی حالت میں یکساں زاوی زقارت سے انتصابی محور کے گرد گھومے تو ثابت کر دو کہ رستی کا تناؤ $m l (j - \frac{1}{4})$ بنت ہوگا جہاں k کاگ کی اونچائی ہے اس نقطہ کے اوپر جس سے یہ بندھا ہے اور j جاذبہ افش ہے فرض کر دو کہ گردش کے محور سے کاگ کا افقی فاصلہ a ہے اور گردش کے مائع کا جو دباؤ کاگ پر عمل کرتا ہے وہ دہی ہے جو کاگ کی جگہ مائع ہونے کی صورت میں اس مائع پر عمل کرتا۔ اس مائع کی کثیت m ہے اور دباؤ اس کے وزن $m j$ کو سہا سکتا ہے اور علاوہ ازیں محور کی سمت میں عمل کرنے والی فردری قوت $m k$ سسٹما پیدا کرتا ہے۔ یہ دونوں قوتیں رستی کے تناؤ t اور کاگ کے وزن $m j$ کے ساتھ ملکر لازماً محور کی طرف عمادی اسراع m سسٹما پیدا کرتی ہیں پس اگر انتصابی سمت کے ساتھ رستی کا سیلان طہ ہو تو

$$t \text{ (جہم طہ + م ج = م ج) } \dots \dots \dots (۱)$$

$$m \text{ سسٹما = م ج سسٹما - ت جب طہ} \dots \dots \dots (۲)$$

مسادات (۱) سے مطلوبہ نتیجہ حاصل ہوتا ہے۔

۲۸۔ ایک چھوٹا گولہ (کثافت اضافی k) ایک رستی کے ذریعہ اس

محور کے ساتھ بندھا ہوا ہے جس کے گرد پانی کی ایک خاص مقدار یکساں
 زاویہ رفتار سے گھوم رہی ہے جیسی کا طول ل ہے، گولہ پانی
 کے اندر پورا ڈوبا رہتا ہے اور بلجانا پانی کے توازن کی حالت میں ہے۔
 ثابت کرو کہ توازن کے ایک محل میں رستی امتصافی حالت میں نہیں ہوگی
 بشرطیکہ $\frac{dV}{dV} < 1$ اور اس صورت میں توازن قائم ہوگا۔

باب یازدہم

متفرق مسائل

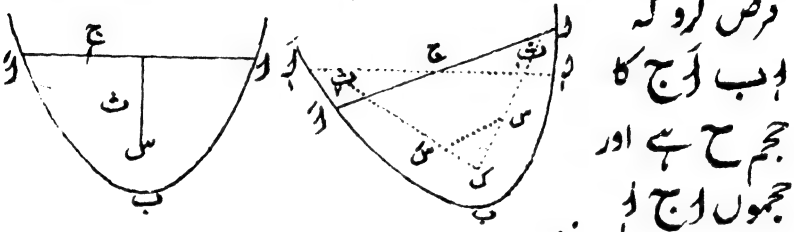
- ۱۶۸۔ اچھال کی سطح۔ اگر ایک جسم جو کسی مائع میں تیر رہا ہو حرکت کر کے بالتواتر ایسے سب محل اختیار کرے جن میں ہٹائے ہوئے مائع کا حجم ہمیشہ وہی ہو تو مختلف صورتوں میں جسم کے اچھال کے جو مرکز ہونگے اُن کا طریق اچھال کی سطح کہلاتی ہے۔ اگر جسم ایک پتلا ہو یا اگر جسم کو اس طرح حرکت دی جائے کہ اچھال کا مرکز ہمیشہ ایک ہی سطح مستوی میں رہے تو اس مرکز کے طریق کو اچھال کا منحنی کہتے ہیں۔
- تیرنے والے جسم کی وہ تراش جس میں مائع کی سطح اس کو قطع کرتی ہے تیرنے کی سطح مستوی کہلاتی ہے۔
- ۱۶۹۔ اچھال کی سطح کے کسی نقطہ پر کی ماسی سطح تیرنے کی متناظر مستوی سطح کے متوازی ہوتی ہے۔
- اسطوانہ کی شکل کے ایک جسم پر غور کرو جسکی انتصابی تراش منحنی ارب لڑ ہے۔
- فرض کرو کہ ارج لڑ تیرنے کی ابتدائی سطح مستوی ہے

اور اس کے جواب میں اچھال کا مرکز یعنی اس کے متناظر ہٹائے ہوئے سیال دب لہ کا مرکز ثقل سے ہے۔

جسم کو ایک چھوٹے زاویہ میں سے اس طرح گھماؤ کہ دب لہ جہ جسم کی نئی مستوی سطح ہو اور ڈوبا ہوا حجم وہی رہے۔

یعنی فرض کرو کہ حجم دب لہ جہ = حجم دب لہ جہ = ح (فرض کرو)

فرض کرو کہ



دب لہ جہ کا

حجم ح ہے اور

جسموں دب لہ جہ

اور دب لہ جہ کے ثقلی مرکز بالترتیب ث اور ث ہیں۔

ث س کو ملاؤ اور اس کو ک تک اتنا خارج کرو کہ

$$ث س : س ک :: ح : ح$$

اور $ح \times ث س = ح \times س ک$ (۱)

لہذا علم سکون دفعہ ۱۱۶ کے بموجب ک مرکز ثقل ہے حجم دب لہ جہ کا،

ک ث س کو ملاؤ اور اس پر نقطہ س ایسا لو کہ

$$ک س : س ث :: ح : ح$$

اس لئے $ح \times ک س = ح \times س ث$

لہذا اگر حجم ح ک پر اور ح ث پر فرض کیا جائے تو

ان کا مرکز ثقل س ہوگا۔

پس س مرکز ثقل ہے دب لہ جہ کا اور اس لئے اچھال کا

نیا مرکز ہے۔

(۱) اور (۲) سے ظاہر ہے کہ

$$\frac{\text{ش س}}{\text{س ک}} = \frac{\text{ح}}{\text{ح}} = \frac{\text{ش س}}{\text{س ک}}$$

اور اس لئے اقلیدس م ۶ ش ۲ سے ش س متوازی ہے س س کے۔

اب اگر زاویہ ر ج د کو نہایت چھوٹا بنا دیا جائے تو نقاط س اور س اچھال کی سطح پر کے دو متصل نقطے ہونگے اور خط ش ش بالآخر د ر پر منطبق ہو جائے گا۔ لہذا بالآخر اچھال کی سطح کے نقطہ س پر کی مماسی سطح متناظر تیرنے کی سطح مستوی د ر کے متوازی ہوگی۔

۱۷۰۔ دفعہ ماقبل کا ثبوت ہر قسم کے جسم پر صادق آئے گا خواہ تیرنے والا جسم اسطوانہ کی طرح کا ہو یا کسی اور طرح کا۔ عام صورت میں ہم اسی طرح سے ثابت کر سکتے ہیں کہ اچھال کی سطح کے نقطہ س کو اس کے متصل نقطہ س سے ملانے والا خط تیرنے کی سطح مستوی کے متوازی ہوتا ہے۔

۱۷۱۔ ایک تیرنے والے جسم کے توازن کے محل جسم کے مرکز ثقل میں سے اچھال کی سطح پر عماد کھینچنے سے معلوم ہو سکتے ہیں۔

دفعہ ۵۷ کے بموجب ش س انتصیل ہے اور اس لئے د ر پر عمود ہے دیکھو شکل اول دفعہ ۱۶۹، اس لئے اس دفعہ

نتیجہ کی رو سے ث س اس حاسی سطح پر بھی عمود ہوگا جو
اچھال کی سطح کے نقطہ س میں سے کھینچی جائے۔
پس ث س اچھال کی سطح کے نقطہ س پر کا
عماد ہے۔

لہذا کسی تیرنے والے جسم کے توازن کے سب ممکن
محل جسم کے مرکز ثقل میں سے اچھال کی سطح میں عماد
کھینچنے سے حاصل ہوتے ہیں۔

۶۷۔ اچھال کے منحنی کے نقطہ س پر کا مرکز انحناء
جسم کا مرکز مابعد ہوتا ہے۔

دفعہ ۶۸ میں ہم نے بتایا تھا کہ مرکز مابعد اچھال کے متصل
مرکزوں س اور س میں سے گزرنے والے انتصابی خطوں کا
نقطہ تقاطع ہوتا ہے، لیکن دفعہ ماقبل کی رو سے یہ دو انتصابی
خط س اور س پر اچھال کے منحنی کے عماد ہیں۔ اس لئے
مرکز مابعد اچھال کے منحنی کے ان عمادوں کا نقطہ تقاطع ہے
جو اس کے متصلہ نقاط س اور س پر کھینچے جائیں لہذا
ہم نقطہ س پر اچھال کے منحنی کا مرکز انحناء ہے۔

۶۹۔ اچھال کے منحنی کی خاص صورتیں۔

اگر دفعہ ۶۹ کا جسم ایک مثلث ن ق ل ہو جو مانع کے
اندر اس طرح جزاً غرق ہو کہ اس کا راس ن مانع کی سطح
میں ہو اور قاعدہ ق ل بالتمام مانع کے باہر ہو تو تیرنے
کی سطح مستوی سے جو مثلث ن ل ل قطع ہو جاتا ہے اس کا

رقبہ مستقل ہوتا ہے۔

متناظر اچھال کا مرکز S خط مستقیم ND پر ہے جہاں D ، ND کا وسطی نقطہ ہے اور N اس = $\frac{ND}{2}$ ہے۔
اگر S میں سے افقی خط LL کھینچا جائے جو N ق سے L پر اور N سے L پر ملے تو

$$\text{رقبہ } NLL = \frac{N}{D} \times ND = \frac{1}{4} \times \text{رقبہ } NDD = \text{مستقل}$$

لہذا LL ایک مستقل رقبہ کا مثلث NLL قطع کرتا ہے بنا بریں مخروطات کے خواص کی رو سے LL اپنے وسطی نقطہ S پر ہمیشہ ایک قطع زائد سے S کرتا ہے جبکہ متقارب N اور N ہیں۔

پس اس صورت میں S کا طریق یعنی اچھال کا منحنی ایک قطع زائد ہوتا ہے جس کے مققارب مثلث کے D ہ ڈوبے ہوئے اضلاع ہوتے ہیں۔

اگر جسم کا وہ حصہ جو ڈوبا ہوا ہو مستطیل ہو تو یہ بتایا جاسکتا ہے کہ اچھال کا منحنی قطع مکانی ہوگا۔

۴۷۱۔ مرکز مابعد کا محل۔ مرکز مابعد کے مقام کا تعین اس کتاب کی حدود سے باہر ہے۔

اگر جسم متشاکل ہو اور اس کو اس طرح ہٹایا جائے کہ دفعہ ۱۶۹ کی شکل میں جو نقطہ J ہے وہ تیرنے کی سطح مستوی LL کا مرکز ثقل ہو تو یہ بتایا جاسکتا ہے کہ S میں

[دیکھو شکل دفعہ ۶۷]

$$\frac{R \times K^2}{H} =$$

جہاں R جسم کی اس تراش A ج A کا رقبہ ہے جس پر تیرنے کی سطح مستوی جسم کو کاٹتی ہے اور H جسم کے ڈوبے ہوئے حصہ کا حجم ہے اور K کوئی مستقل مقدار ہے۔
 اگر جسم کی یہ تراش جو تیرنے کی سطح مستوی سے محال ہو مستطیل ہو [مستطیل میں خط مستقیم بھی شامل ہے جو جسم کے پتھر ہونے کی صورت میں ہوگا]

$$\text{تو } K = \frac{J \cdot A}{3}$$

$$\text{جب تراش ایک دائرہ ہو تو } K^2 = \frac{J \cdot A}{4}$$

بالعموم K کی قیمت معلوم کرنے کے لئے احصائے تکملات سے کام لینا پڑتا ہے۔

[استوار اجسام کے علم حرکت کی اصطلاح میں مقدار A K^2 کو بالعموم جمود کا معیار اثر کہتے ہیں، اس صورت میں یہ تیرنے کی سطح مستوی کے جمود کا معیار اثر ایک ایسے خط کے گرد ہوگا جو J میں سے گزرے اور کاغذ کی سطح پر عمود ہو]

۵۷- دفعہ ماقبل کے نتیجہ کو تسلیم کرتے ہوئے ہم چند آسان صورتوں میں توازن کے قائم ہونے کی شرائط معلوم کر سکتے ہیں

مشق ۱ - ایک مکعب جس کا ضلع ۲ ہے اور کثافت ک ہے کثافت والے ایک سیال میں تیر رہا ہے، توازن کے قیام کی شرائط معلوم کرو۔

یہاں $\rho = ۲$ ، $k = \frac{\rho}{\rho_c}$ ، $H = ۲$ لا جہاں لا = ڈوبی ہوئی گہرائی = $\frac{\rho_c}{\rho}$

$$\text{اس لئے } S = M = \frac{\rho_c}{H} = \frac{\rho_c}{۲}$$

پس چھوٹے زاوی ہٹاؤ کے لئے توازن قائم ہوگا اگر $S < M$

$$\text{یعنی اگر } \frac{\rho_c}{۲} < \rho - \frac{\rho_c}{۲}$$

$$\text{یعنی اگر } \frac{\rho_c}{۲} < \frac{\rho_c}{2} - \frac{\rho_c}{2}$$

$$\text{یعنی اگر } k < ۲ \text{ (} k = \frac{\rho}{\rho_c} \text{)}$$

مشق ۲ - ایک مستدیر اسطوانہ جس کا نصف قطر ۱ ہے اور ارتفاع ۲، ایک سیال کے اندر اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا محور انتصابی ہے، اگر اسطوانہ کی کثافت ک ہو اور سیال کی کثافت ρ_c کے توازن کے قیام کی شرائط معلوم کرو۔

$$\text{اگر لا} = \left(\frac{k}{\rho_c} \right) \text{ غرق شدہ طول تو}$$

$$S = M = \frac{\rho_c \times \pi \times ۲}{۲} = \frac{\rho_c}{۲}$$

پس چھوٹے زاوی ہٹاؤ کے لئے توازن قائم ہوگا
اگر $s < m$ سے

$$\text{یعنی اگر } \frac{r}{m} < \frac{f}{s} - \frac{f}{s}$$

$$\text{یعنی اگر } \frac{r}{m} < \frac{f}{s} - \left[\frac{k}{s} - \frac{k}{s} \right]$$

مشق ۳۔ ایک مخروط جس کا ارتفاع f ہے اور قاعدہ کا نصف قطر r ہے ایک سیال کے اندر اس طح تیر رہا ہے کہ اس کا محور انتصابی ہے اور رأس نیچے کی طرف ہے، اگر مخروط کی کثافت k ہو اور سیال کی k تو مخروط کے قائم توازن میں رہنے کی شرائط معلوم کرو۔

اگر محور کا ڈوبا ہوا طول l ہو اور مخروط کی جو تراش تیرنے کی سطح مستوی سے حاصل ہوتی ہے اس کا نصف قطر b ہو تو

$$\frac{1}{s} \pi b^2 l k = \frac{1}{s} \pi r^2 f k \text{ اور } \frac{1}{s} \pi b^2 l k = \frac{1}{s} \pi r^2 f k$$

$$\text{یعنی } l k = f k$$

$$\text{نیز } \pi b^2 k = \pi r^2 k \text{ اور } \frac{1}{s} \pi b^2 l k = \frac{1}{s} \pi r^2 f k$$

$$s = m = \frac{r^2}{b^2} = \frac{f}{l} = \frac{f}{l} = \frac{f}{l}$$

پس توازن قائم ہوگا اگر $s < m$ سے

$$\text{یعنی اگر } \frac{r}{m} < \frac{f}{s} - \frac{f}{s}$$

یعنی اگر لا < فنا × $\frac{فنا}{فنا + ۱}$ یعنی < فنا جم' عہ

یعنی اگر $\frac{کم}{کم} = \frac{لا}{فنا} < جم' عہ$

جہاں عہ مخروط کا نصف رأسی زاویہ ہے۔

امثلہ نمبری ۳۳

۱۔ ایک مستطیل کے اضلاع ۱۲ اور ۲ ب ہیں، یہ ایک سیال کے اندر اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا ۲ ب طول والا ضلع انتصابی ہے، اگر مستطیل کی کثافت کم ہو اور سیال کی کم تو ثابت کرو کہ چھوٹے زاوی ہٹاؤ کے لئے توازن قائم ہوگا اگر

$$\frac{۱}{۲ب} < \frac{ک}{ک} - \frac{ک}{ک}$$

۲۔ ایک یکساں مستطیلی مجسم جس کی کثافت اضافی $\frac{۱}{۲}$ ہے پانی میں اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا ایک کنارہ انتصابی ہے، اگر سب سے چھوٹا ضلع افقی ہو اور اس کا طول ب ہو اور انتصابی کنارہ کا طول ج ہو تو ثابت کرو کہ توازن کے قائم ہونے کیلئے

$$ب < \frac{ج}{۲}$$

۳۔ ایک مستدیر اسطوانہ کسی مائع کے اندر اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا محور افقی ہے، سیال کی کثافت اضافی اسطوانہ کی کثافت اضافی کی دو چند ہے، اس کے محور میں سے گزرنیوالی

انتصابی سطح مستوی میں اس کو ذرا سا ہٹا دیا گیا ہے، ثابت کرو کہ اگر اسطوانہ کا ارتفاع اس کے قاعدہ کے قطر سے زیادہ ہوگا تو توازن قائم ہوگا۔

۴۔ دفعہ ۵، امشق ۳ کا مخروط اسطرح تیر رہا ہے کہ اس کا راس اوپر کی طرف ہے ثابت کرو کہ توازن قائم ہوگا اگر کم > کم (۱۔ حجم عم)

۵۔ ایک جہاز کا مجموعی ہٹاؤ صم ٹن ہے اور اس کے مرکز مابعد کا ارتفاع ۴ فٹ ہے، اس کے تختہ پر کی ایک توپ جسکی کمیت صم ٹن ہے اپنے اصلی مقام سے فاصلہ ۴ فٹ کھینچ کر دوسری جگہ کر دی گئی ہے ثابت کرو کہ اس سے جہاز ایک

ایسے چھوٹے زاویہ میں گھوم جائے گا جس کا قوسی پیمانہ $\frac{1}{2}$ ڈیگری ہوگا۔ [مرکز مابعد کے ارتفاع کے مراد جسم کے مرکز ثقل سے مرکز مابعد کا ارتفاع ہے جو دفعہ ۶ کی اشکال میں ت ص سے تعبیر ہوتا ہے]

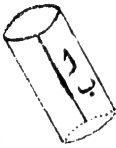
۶۔ ایک انگریزی جہاز ایکلر کا ہٹاؤ ۹۰۰۰ ٹن تھا جب اسکے تختہ پر ۲۰ ٹن وزن اس کے ایک سرے سے ۴۲ فٹ کے فاصلہ میں سے کھینچ کر دوسرے سرے پر رکھا گیا تو معلوم ہوا کہ ایک رفاص کا گولہ ۱۰ انچ ہٹ گیا ہے اگر رفاص کا طول ۲۰ فٹ ہو تو ثابت کرو کہ مرکز مابعد کا ارتفاع ۲۴ و ۲۵ فٹ تھا۔

[اس مثال سے اور مثال ماقبل سے ظاہر ہوتا ہے کہ ایک جہاز کے مرکز مابعد کا ارتفاع کس طرح تجربہ سے معلوم ہو سکتا ہے]

ایسے ظروف کے تناؤ جن کے اندر سیال ہوں

۱۷۶۔ فرض کرو کہ اسطوانہ کی شکل کا ایک ظرف کسی پتلی پکدار چیز مثلاً ریشم سے بنایا گیا ہے اور اس کو کسی خاص دباؤ کی گیس سے بھرا گیا ہے اس گیس کا دباؤ صیر کا ہر جگہ یکساں ہو گا۔

اس کی سطح کے کسی ایسے طول AB پر غور کرو جس کی سمت وہی ہو جو اسطوانہ کے محور کی ہے۔ گیس کا دباؤ ریشم میں کچھ تناؤ پیدا کرے گا اور تشاکل سے ظاہر ہے کہ یہ دباؤ AB پر عمود وار ہو گا۔



اگر وہ کل قوت جو AB کی دونوں جانب کے حصوں کو باہم ملائے رکھنے کے لئے

AB پر عموداً لگائی پڑتی ہے T ہو تو مقدار $\frac{T}{AB}$ یعنی وہ قوت جو AB کے اکائی طوں پر لگائی پڑتی ہے AB پر کتناؤ کہلاتی ہے اور T سے تعبیر کی جاتی ہے۔ اگر ریشم اس تناؤ T کو برداشت کرنے کے لئے کافی مضبوط نہ ہو تو ریشم پھٹ جائے گا۔

۱۷۷۔ بہت سی صورتوں میں AB جیسے جزو کا مجموعی عمل AB پر عمود وار نہیں ہوتا بلکہ اس قوت کے علاوہ AB کی سمت میں مماسی قوت یا جزیی زور بھی عمل کرتا ہے

لیکن ہم کسی ایسی صورت پر بحث نہیں کریں گے جس میں یہ
عامی عمل موجود ہو۔

۱۷۸۔ مستدیر اسطوانے کی شکل کے ایک برتن کو جس کا محور
انتصابی ہے کسی مائع سے بھرا گیا ہے، اس کے کسی نقطہ پر
کا تناؤ معلوم کرو۔

فرض کرو کہ اسباج د ایک اسطوانہ ہے اور اس کی دو
نہایت قریب قریب کی تراشیں
ن ر ق اور ن ر ق ہیں۔
چونکہ ن ن، ق ق بہت
چھوٹے ہیں اس لئے تراشوں



کے درمیان کے سب نقطوں پر کا دباؤ مستقل خیال کیا جا سکتا
ہے، فرض کرو کہ یہ دباؤ د کے مساوی ہے۔

فرض کرو کہ ن ن یا ق ق پر کا تناؤ ت ہے، یہ ظاہر
ہے کہ ایک ہی افقی سطح پر کے سب نقطوں کے لئے ت
کی قیمت وہی ہو گی۔

اس نصف دائرہ کی شکل کے اُس حصہ کے توازن پر غور کرو
جو ن ن اور ق ق سے اور دو نصف دائروں ن ر ق
اور ن ر ق سے احاطہ کیا ہوا ہے۔

اس حصہ پر افقی سطح مستوی میں عمل کرنے والی یہ قوتیں ہیں
اولاً د و تناؤ جن میں سے ایک ن ن پر کا تناؤ ہے اور ت x ن ن
کے مساوی ہے اور دوسرا ق ق پر کا تناؤ ہے جو ت x ق ق کے

مساوی ہے اور ثانیاً $ن ن ر ق ق ر ن$ پر حاصل
افقی دباؤ۔

حاصل افقی دباؤ دفعہ ۵۲ کی رو سے مستطیل $ن ق ق ن$
پر کے افقی دباؤ کے مساوی ہے اور اس لئے

$$ن ق \times ن ن \times د =$$

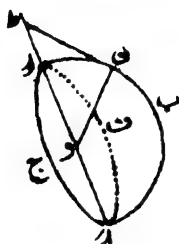
اس لئے ۲ ت $ن ن \times ن ق \times ن ن \times د =$

یعنی ت $= د \times \frac{ن ق}{۲} = د \times ر$ جہاں $ر$ اسطوانہ کا نصف

قطر ہے۔
نتیجہ صریح۔ اگر اسطوانہ کو کسی گیس سے بھرا جائے تو اسکا
دباؤ سب جگہ تقریباً وہی ہوتا ہے اور خواہ اسطوانہ کا محور انتصابی
نہ بھی ہو تو بھی ربطات $= د \times ر$ صحیح رہتا ہے۔

۱۷۹۔ ایک کرہی سطح کا نصف قطر $ر$ ہے اور اسکے اندر
دباؤ $د$ پر کچھ گیس ہے، اگر سطح کے کسی نقطہ پر کا تناؤ ت
ہو تو ثابت کرو کہ $۲ ت = د \times ر$

تشاکل سے ظاہر ہے کہ تناؤ ت مستقل ہے۔
کوئی سطح مستوی لو جو کرہ کے مرکز میں سے گزرے اور فرض کرو کہ



یہ کرہ سے دائرہ $ا ب ج د$ پر
متی ہے، جو نصف کرہ $ا ب ج د$ پر
اس سے مقطع ہوتا ہے اسکے
توازن پر غور کرو۔

ارج کے ہر نقطہ پر تناؤات عمل کرتا ہے جو سطح مستوی
ارج کے اوپر عمود وار ہے۔

ت: $\pi \times r^2$ سطح مستوی ارج کے اوپر عموداً عمل کرنے والی
قوت جو اسی سمت میں کے حاصل دباؤ کے مساوی ہے

ابن پر کے رقبہ کے کسی چھوٹے جزو عہ پر جو دباؤ
عمل کرتا ہے اس کا وہ جزو ترکیبی جو سطح مستوی ارج کے
پر عمود وار ہو

$\Delta = \Delta \times \text{جب ن} \Delta = \Delta \times \text{عہ جمن ط} \Delta \text{ جہاں ن ط} \Delta \text{ ن پر کا ماس ہے۔}$

$\Delta = \Delta \times \text{عہ کا ظل سطح مستوی ارج}$

رقبہ کے باقی ہر جزو کی یہی کیفیت ہے

ت: اب کے اوپر کے حاصل دباؤ کا وہ جزو ترکیبی جو سطح مستوی

ارج کے اوپر عمود وار ہو

$\Delta = \Delta \times \text{اب کے ظل سطح مستوی ارج کے اوپر}$

$\Delta = \Delta \times \text{ارج کے رقبہ} = \Delta \times \pi \times r^2$

اس لئے $\Delta = \Delta \times \pi \times r^2$

یعنی $\Delta = \Delta \times r$

دفعات ۱۷۸ اور ۱۷۹ کے نتائج کا مقابلہ کرنے سے ظاہر ہے کہ

اگر چارے پاس ایک ہی نصف قطر کے دو ظروف ہوں ایک اسطوانہ

کی شکل کا اور دوسرا گردی اور دونوں میں ایک ہی دباؤ کی ہوا ہو

تو پہلے ظرف کا تناؤ دوسرے ظرف کے تناؤ کی نسبت ڈگن ہوتا

ہے، لہذا ضروری ہے کہ ایک ہی مقدار کے دباؤ کو برداشت

کرنے کے لئے اسطوانہ کی شکل کا ظرف کروی ظرف کی نسبت دگن
مضبوط بنایا جائے۔

۱۸۰۔ دفعات ۱۷۸ اور ۱۷۹ میں اگر سطح پر اندرونی دباؤ د اور

بیرونی دباؤ Π عمل کرے تو ہمیں د کی بجائے $\Pi - \Pi$ رکھنا پڑے گا۔

۱۸۱۔ اگر اسطوانہ کچھ محدود چھوٹی موٹائی رکھتا ہو تو ظرف کی

طاقت برداشت کو محسوب کرتے ہوئے ہمیں اسکی موٹائی کو بھی

ملاحظہ رکھنا چاہئے۔ مثلاً اگر ہمیں معلوم ہو کہ کوئی شے فی اکائی

رقبہ تہ تناؤ برداشت کر سکتی ہے تو جسم کی موٹائی ج ہونے کی

صورت میں

ت = ت ج

مشق۔ تناؤ برداشت کرنے میں ایک دھات کی طاقت ۱۶۰۰۰ پونڈ فی

مربع انچ ہے، اس دھات سے ایک کروی ظرف تیار کیا گیا ہے جس کا نصف

قطر ایک فٹ ہے اور موٹائی $\frac{1}{4}$ انچ، بتاؤ کہ سیال کی کافی مربع انچ کتنا

دباؤ اس کو توڑ دینے کے لئے کافی ہو گا۔

یہاں ت = $\frac{1}{4} \times 16000$ پونڈ وزن

پس ضابطہ ت = $d \times r$ سے

$3200 = 1600 \times 2 = 12 \times d$

$\therefore d = \frac{3200}{12} = \frac{266}{3}$ پونڈ وزن فی مربع انچ۔

۳۴۴ مسئلہ نمبری

۱۔ دو جوشدانوں کے سرے نصف کروی شکل کے ہیں، ایک سرے کی

موٹائی دوسرے کی موٹائی کی نسبت دو چند ہے اور اس کا نصف قطر بھی دوسرے کے نصف قطر کا تین گنا ہے، وہ بڑے سے بڑا دباؤ معلوم کرو جو یہ سہارا سکتے ہیں۔

۲۔ ایک دھات فی مربع انچ 12000 پونڈ کا تناؤ برداشت کر سکتی ہے اگر اس دھات سے ایک اسطوانہ تیار کیا جائے جس کا نصف قطر 4 انچ ہو اور موٹائی $\frac{1}{8}$ انچ تو بتاؤ کہ کتنا سیالی دباؤ اس طرف کو توڑنے کے لئے عین کافی ہوگا۔

۳۔ ایک نل کو جس کا اندرونی قطر 8 انچ ہے 200 فٹ کی بلندی تک پانی پہنچانے کے لئے استعمال کیا جاتا ہے۔ اگر نل کی دھات صرف دس ہزار پونڈ فی مربع انچ کا دباؤ برداشت کر سکے تو بتاؤ کہ نل کی موٹائی کم سے کم کیا ہونی چاہئے جبکہ پانی کے ایک کعب فٹ کا وزن $62\frac{1}{2}$ پونڈ ہو۔

۴۔ رٹر کے ایک گیند کے اندر ہوا ہے، جب تپش صفر درجہ سنتی گریڈ پر ہو تو گیند کا نصف قطر 1 ہوتا ہے، اگر رٹر کا تناؤ ہمیشہ گیند کے نصف قطر کے مربع کا مہ گنا ہو تو بتاؤ کہ کتنا سنتی گریڈ پر گیند کا نصف قطر کیا ہوگا۔



متفرق مثالیں

۱۔ بچ کی کثافت اضافی ۱۹۲ ہے اور سمندر کے پانی کی ۰.۲۵ د۱
اگر ایک بچ کا تودا مکعب شکل کا ہو اور اس کا ہر ضلع ۱۰۰ انچ کا ہو تو
بتاؤ کہ اس کے تیرنے کے لئے کتنے گہرے پانی کی ضرورت ہے۔

۲۔ لکڑی کا ایک ٹکڑا جس کا وزن ایک کلو گرام ہے پانی میں اس
طرح تیر رہا ہے کہ اس کے حجم کا $\frac{3}{5}$ ڈوبا ہوا ہے، لکڑی کا
حجم اور کثافت معلوم کرو۔

۳۔ لکڑی کا ایک ٹکڑا جس کی کثافت اضافی $\frac{2}{3}$ ہے تیل میں تیر
رہا ہے اگر تیل کی کثافت اضافی ۸۴ ہو تو بتاؤ کہ اس کے حجم کی کتنی
کسر ڈوبی ہوئی ہے۔

۴۔ چوڑے منہ والی ایک بوتل کو جو ہوا سے بھری ہوئی ہے ایک
خوب پھنس کر آنے والی شیشہ کی ڈاٹ سے بند کر دیا گیا ہے، ڈاٹ
کا قطر ۵ سنتی میٹر ہے اور بار پیمیا ۷۲.۷ ملی میٹر پر ہے، اگر تیش میں
کوئی تبدیلی واقع نہ ہو تو بتاؤ کہ ڈاٹ کا کیا وزن ہو کہ بار پیمیا کے ۳.۷
ملی میٹر تک گر جانے پر یہ عین اوپر اٹھ سکے ایک مکعب سنتی میٹر بڑے کا وزن
۱۳۶۶ گرام ہے۔

۵۔ ارشمیدس کے تجربہ میں شاہ ہیرو کا تاج اور اتنے ہی وزن کا
سونا اور چاندی تینوں الگ الگ پانی کے اندر تولے گئے، تاج کے

وزن کا $\frac{1}{10}$ واں حصہ کم ہو گیا، سونے کے وزن کا $\frac{1}{10}$ اور چاندی کا $\frac{1}{10}$ ، بتاؤ کہ تلج میں سونے اور چاندی کے وزن کس نسبت سے ملائے گئے تھے۔

۶۔ ایک بند کعبہ ظرف جس کے کناروں کی موٹائی ایک انچ ہے ایک ایسی شے کا بنا ہوا ہے جس کی کثافت اضافی $\frac{32}{41} - 2$ ہے، اگر ظرف پانی میں تیر سکے تو ثابت کرو کہ اس کا اندرونی حجم کم از کم ایک ہزار کعبہ انچ ہو گا۔

۷۔ ایک مخروط اور ایک نصف کرہ کے مستوی سروں کے نصف قطر برابر ہیں اور ہر ایک ر کے مساوی ہے اور مخروط کا ارتفاع ۲ رہے، ان کے مستوی سروں کو جوڑنے سے ایک مجسم تیار کیا گیا ہے، یہ مجسم ک کثافت کے ایک سیال میں اس طرح تیر سکتا ہے کہ یہ پورا مجسم سیال کے اندر عین ڈوبا رہتا ہے، ک کثافت کے ایک سیال میں یہ اس طرح تیرتا ہے کہ نصف کرہ عین ڈوبا رہتا ہے ثابت کرو کہ ک = ۲

۸۔ ایک اسطوانہ کو انتصابی حالت میں تیرانے کے لئے اس کا ایک سرا وزنی بنایا ہوا ہے، کل اسطوانہ کا وزن ۲ گرام ہے، تیرتے وقت یہ ۷ سنتی میٹر پانی کی سطح کے باہر رہتا ہے لیکن اگر اس کی چوٹی پر ایک گرام وزن اور رکھ دیا جائے تو یہ پانی میں عین ڈوب جاتا ہے۔ بتاؤ کہ اگر اسطوانہ پر کوئی فرید وزن نہ رکھا جائے تو یہ ایک ایسے سیال میں تیرتے وقت جس کی کثافت اضافی پانی کی کثافت کی گنتی ہو سیال کی سطح سے کتنا باہر رہے گا۔

۹۔ ایک خالی غبارہ کا وزن ہوا میں مع اسکی گارڈی اور دیگر سازو سامان کے ۱۲۰۰ پونڈ ہے، اگر ہوا کے ایک مکعب فٹ کا وزن $\frac{1}{16}$ اونس چوتھو بتاؤ کہ ایک ایسی گیس جس کی کثافت اضافی ہوا کی کثافت اضافی کی ۵۲ گنی ہو اس کے اندر کتنی داخل کی جائے کہ یہ عین اوپر چڑھ سکے۔

۱۰۔ شیشے کے ایک گلاس کا وزن ۸ اونس ہے، اس کا بیرونی نصف قطر $\frac{1}{4}$ انچ ہے اور اس کا ارتفاع $\frac{1}{4}$ انچ، اگر اس کو پانی میں اسطرح تیرایا جائے کہ اس کا محور انتصابی رہے تو بتاؤ کہ اس کو پورا غرق کر کے لئے اس پر اور کتنا وزن رکھنے کی ضرورت ہوگی۔

۱۱۔ کاگ کی ۸ انچ لمبی ایک سلاخ کو ایک ۴ انچ لمبی ہلکی لکڑی کی سلاخ کے ساتھ جوڑ کر ایک فٹ لمبی سیدھی سلاخ تیار کی گئی ہے۔ تمام سلاخ کی ترازش یکساں ہے، جب یہ سلاخ پانی میں تیر رہی ہو تو کاگ کا کچھ حصہ پانی سے باہر رہتا ہے اور سلاخ کا محور انتصابی سمت سے کوئی زاویہ بناتا ہے، اگر کاگ کی کثافت اضافی ۱۲۴ ہو تو ہلکی لکڑی کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۱۲۔ لکڑی کے ایک ٹکڑے کا وزن ہوا میں ۶ پونڈ ہے، سیدھ کا ایک ٹکڑا جس کا وزن پانی میں ۱۲ پونڈ ہے اس کے ساتھ باندھا گیا ہے اور دونوں کا مجموعی وزن پانی میں ۱۰ پونڈ ہے، لکڑی کی کثافت اضافی معلوم کرو۔

۱۳۔ ایک جسم جسکی کثافت اضافی ۱ ہے ایک سیال میں تیرتے وقت آدھا ڈوبا رہتا ہے لیکن اگر اس سیال اور پانی کے مساوی مجموعی

ایک آمیزہ تیار کیا جائے تو آمیزہ میں جسم مذکور کا تین چوتھائی حجم ڈوبا رہتا ہے، ہوا کے دباؤ کو نظر انداز کر کے ک کی قیمت معلوم کرو۔
 ۱۴۔ تین لیٹر کی گنجائش والا ایک قزبئق (ریٹورٹ) ہوا سے پورا بھرا رہتا ہے جبکہ اس کا کھلا سرا پانی کی سطح سے ۳۴ سنتی میٹر نیچے ہو، اگر پارہ کے بار پیماس کا ارتفاع ۲ سنتی میٹر گر کر ۳۴ سنتی میٹر ہو جائے اور تپش میں کوئی تبدیلی واقع نہ ہو تو بتاؤ کہ اس ہوا میں سے جو پہلے قزبئق کے اندر تھی اب کتنی ہوا نکل گئی ہے (پارہ کی کثافت اضافی = ۱۳۶۷)

۱۵۔ ایک بار پیماس کی نلی کا طول ۸۰ انچ ہے اور اس کا قطر سب جگہ $\frac{1}{4}$ انچ ہے سوائے اس کے ایک انچ طول کے جہاں ایک اسطوانہ کی شکل کی ایسی نلی ہے جس کا قطر ۳ انچ ہے، اس جوفہ کا پیدا حوض کے پارہ کی سطح سے ۲۷ انچ اوپر ہے، جوفہ کے نچلے نصف حصے اور نیچے کی نلی میں پارہ ہے اور جوفہ کے اوپر کے نصف اور اوپر کی نلی میں پانی، اگر پارہ کا بار پیماس ۵۵ انچ اوپر چڑھ جائے اور پارہ کی کثافت اضافی ۱۳۶۷ ہو تو بتاؤ کہ پانی کی اوپر کی سطح کتنا چلے اوپر ہٹ جائے گی۔

۱۶۔ ایک غبارہ ایک ایسی گیس سے بھرا گیا ہے جس کی کثافت اضافی اُس ہوا کی کثافت اضافی کا $\frac{1}{4}$ ہے جس کا دباؤ پارہ کے ۶۰ ملی میٹر کے مساوی ہو، جب پارہ کا بار پیماس بالترتیب ۵۰ ملی میٹر اور ۶۰ ملی میٹر پر ہو تو اس وقت غبارہ کو اوپر اٹھانے والی جوتوتیں ہوں اُن کا مقابلہ کرو۔ دونوں صورتوں میں ہوا کی تپش ۵۰ سنتی گریڈ ہے

اور غبارہ کے حجم میں کوئی تبدیلی واقع نہیں ہوتی۔

۱۷۔ ایک کرہ کا نصف قطر r ہے اور وزن Π رک ۱ جہاں Π پانی کے اکائی حجم کا وزن ہے، اس کو ایک ایسے انتصابی اسطوانہ پر رکھا گیا ہے جس کے اوپر کا سر اکھلا ہے اور پیندا بند ہے اور یہ کرہ اسطوانہ پر خوب پھنس کر آتا ہے، اسطوانہ کا ارتفاع f ہے جب کرہ توازن کی حالت میں ہو تو بتاؤ کہ اس کے مرکز کی گہرائی h اسطوانہ کی چوٹی کے نیچے مساوات

$$h = (f + k) = k \left(f - \frac{r}{2} \right)$$

سے حاصل ہوتی ہے جہاں f پانی کے بار پیم کا ارتفاع ہے۔
۱۸۔ ایک ظرف V میں کثافت اضافی k والے سیال کی کچھ مقدار پڑی ہے اور ایک دوسرے ظرف میں k کثافت اضافی والے ایک اور سیال کی مساوی مقدار پڑی ہے، ہر ایک سیال کا $\frac{1}{2}$ داں حصہ نکال کر دوسرے سیال میں ڈالا گیا ہے اور خوب ملا دیا گیا ہے، یہ عمل m بار کیا گیا ہے، ثابت کرو کہ آخری کثافتیں

$$k + \frac{k - k_1}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{r}{2} \right) \right\} \text{ اور } k + \frac{k - k_1}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{r}{2} \right) \right\}$$

۱۹۔ اسطوانہ کی شکل کا ایک ظرف جس کا نصف قطر r ہے اور ارتفاع f تین چوتھائی پانی سے بھرا گیا ہے، ρ ($\rho > r$) نصف قطر والا بڑے سے بڑا اسطوانہ معلوم کرو جسکی کثافت اضافی k ہو اور جو پانی میں اس طرح تیر سکے کہ کوئی پانی باہر نہ گرے۔

۲۰۔ ایک مثلث ABC ایک سیال میں اس طرح ڈبویا گیا ہے

کہ اس کا ایک ضلع بج سطح میں ہے، اس کی سطح پر ایک ایسا نقطہ معلوم کرو کہ اگر اس کو مثلث کے رأسوں سے ملایا جائے تو جو تین مثلث اس طرح سے حاصل ہوں ان پر کے مجموعی دباؤ باہم مساوی ہوں۔

۲۱۔ ایک قائم مستدیر اسطوانہ میں کچھ مائع ہے، ایک قائم ٹھوس مخروط جس کا قاعدہ اسطوانہ پر عین منطبق ہوتا ہے سیال میں اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا رأس نیچے کی طرف ہے، اگر مخروط کی کثافت ایسی ہو کہ اس کا مرکز ثقل مائع کی سطح میں ہو تو مخروط اور مائع کی کثافتوں کی نسبت معلوم کرو، نیز بتاؤ کہ مخروط کے نکال لینے پر مائع کی سطح کتنا فاصلہ نیچے گر جائے گی۔

۲۲۔ ایک ٹھوس نصف کرہ کو جس کا نصف قطر ۳ انچ ہے پارہ کے نیچے تھام کر اس طرح رکھا گیا ہے کہ اس کا قاعدہ انتصابی ہے اور اس کا مرکز پارہ کی سطح سے ۶ انچ نیچے ہے۔ اگر پارہ کے ایک کعب انچ کا وزن ہو تو منحنی سطح پر کے حاصل مجموعی دباؤ کی مقدار اور سمت عمل دریافت کرو۔

۲۳۔ چار مساوی یکساں سلاخوں کو جوڑنے سے ایک مربع بنایا گیا ہے اور مربع کو انتصابی حالت میں ایک مائع کے اندر تیرایا گیا ہے، اگر مائع کی کثافت سلاخوں کی کثافت کے تین گنے اور چار گنے کے درمیان واقع ہو تو بتاؤ کہ تیرتے وقت مربع کا صرف ایک کونہ ڈوبا رہے گا اور کوئی وتر افقی نہ ہوگا۔

۲۴۔ ترازو کی ڈنڈی کے ایک سرے سے پانی کا ایک بڑا ڈول

لٹک رہا ہے اور دوسرے سے ض کثافت اضافی والا ایک باسٹ جسکا وزن W ہے اس طرح لٹک رہا ہے کہ یہ ڈول کے پانی میں پورا ڈوبا رہتا ہے لیکن اس کے پیندے سے نہیں پھوٹا۔ اگر یہ نظام متوازن ہو اور ڈول کا وزن W اس کے پانی کے W ہو تو ثابت کرو کہ

$$\text{ض} = \frac{W}{V} \text{ اور پانی کا حجم وزن } W \text{ کے } \frac{W}{V} \text{ سے زیادہ}$$

نہیں ہے۔

۲۵۔ ایک اسطوانہ ایک مائع میں تیر رہا ہے، ایک مجوف برتن اس کے اوپر اوندھا کر کے رکھا گیا ہے اور برتن کو اتنا دبایا گیا ہے کہ اس کے اندر ہوا کا دباؤ P_1 سے P_2 ہو جاتا ہے، بتاؤ کہ اسطوانہ کے محل میں (۱) برتن کے اندر کے مائع کے لحاظ سے (۲) باہر کے مائع کی سطح کے لحاظ سے کیا فرق پڑتا ہے۔

۲۶۔ دو وزنی سلاخوں (ب) اور (ج) کو W پر علی القوائم جوڑنے سے اور (ب) اور (ج) کو ایک ڈوری کے ذریعہ ملانے سے ایک قائم الزاویہ متساوی الساقین مثلث بنایا گیا ہے، یہ مثلث پانی میں اس طرح تیر رہا ہے کہ زاویہ قائمہ W ڈوبا ہوا ہے، ثابت کرو کہ

$$\text{رستی کا تناؤ} = \frac{W}{2} \text{ ہے جہاں } W = \text{ایک سلاخ کا طول}$$

۲ ب = ڈوبا ہوا طول اور W = ہر ایک سلاخ کا وزن
۲۷۔ ایک برتن میں مساوی موٹائی h کے مختلف سیالوں کی تہیں ہیں

یہ سیال آپس میں نہیں ملتے اور ان کی کشافیت سلسلہ حسابیہ میں ہر ایک ایک مخروط جسکے محور کا طول ۳ فٹ ہے توازن کی حالت میں اس سطح تیر رہا ہے کہ (۱) اس کا راس نیچے کی طرف ہے اور اس کا قاعدہ اوپر کی سطح میں ہے (۲) اس کا راس اوپر کی طرف ہے اور اس کا قاعدہ دوسرے اور تیسرے سیال کی سطح فاصل میں ہے، ثنابت کرو کہ مخروط اور سیالات کی کشافیتوں کی نسبتیں ۳۱ : ۳۰ : ۳۳ : ۳۶ ہیں۔

۲۸۔ ایک مستدیر اسطوانہ جس کا ارتفاع ۳ فٹ ہے اور جس کی کشافیت اضافی ک ہے پانی کے اندر جزء اس سطح ڈلوایا گیا ہے کہ اس کا محور انتصابی ہے اور اس کو اس حالت میں متوازن رکھنے کے لئے ایک لچک دار ڈوری کا ایک سرا اس کے اوپر کے قاعدہ کے وسطی نقطہ سے اور ڈوری کا دوسرا سرا اس وسطی نقطہ کے عین اوپر کسی دوسرے نقطہ سے باندھا گیا ہے۔ اگر ڈوری کا اصلی طول ۱۰ فٹ اتنا ہو کہ اسطوانہ پچھلا سرا پانی سے عین مس کر سکے اور لچک کی قدر اسطوانہ کے وزن کی ۱۰ گنی ہو تو ثنابت کرو کہ اسطوانہ کا وہ طول جو ڈوبا ہوا ہے

$$\frac{\text{فٹ ایک}}{\text{ن فٹ ک ۱۰}} \text{ ہے}$$

۲۹۔ اسطوانہ کی شکل کا ایک ظرف غواص جسکا حجم ۵۰۰... ۵۰۰ مکعب سنتی میٹر ہے پانی میں ۱۰۰۰ سنتی میٹر کی گہرائی تک اتارا گیا ہے اور یہ دیکھا گیا ہے کہ کمرۂ ہوائی کے دباؤ پر ۵۰۰... ۵۰۰ مکعب سنتی میٹر ہوا ظرف کو بھرنے کے لئے درکار ہوتی ہے، پانی کے بار پیماس کا ارتفاع معلوم کرو اور نیز بتاؤ کہ ظرف کے اندر پانی کی سطح پر فی مربع

سستی میٹر کتنے ڈائن کا دباؤ ہے جبکہ ج کی قیمت ۹۸۰ لی جائے۔

۳۰۔ ایک لائٹ کی ساقیں انتصابی ہیں اور ان کا درمیانی فاصلہ ۲ فٹ ہے، ساقوں کی عمودی تراشوں کے رقبے بالترتیب ۱ کپ اور ۲ کپ ہیں اور انی میں پارہ بھر کر اس کو ۱ کپ رقبے والی ساق کے گرد یکساں زاویہ رفتار سے گھمایا گیا ہے، ثابت کرو کہ ۱ کپ رقبے والی جوشاخ گھوم رہی ہے اس کے اندر کا پارہ اوسط ہمواری سے

$$\text{بقدر } \frac{1}{1+1} \times \frac{2}{2} \text{ فٹ اوپر چڑھ جائیگا۔}$$

۳۱۔ ایک یکساں تختے کا طول ۱۰ ہے اور موٹائی ۱، اس کا وزن ۱۰ ہے اور یہ پانی میں تیر رہا ہے، اس کے اوپر اسکے عین درمیان میں ۱۰ وزن والا ایک آدمی کھڑا ہے اور تختے کا دو تہائی حجم ڈوبا رہتا ہے، ثابت کرو کہ اگر آدمی تمام تختے پر چلے تو تختے کے اوپر کی سطح کا کوئی حصہ نہیں ڈوبے گا بشرطیکہ

$$\frac{1}{10} \text{ بڑا نہ ہو } \frac{1}{10} - \frac{1}{10} = \frac{1}{10} \text{ سے}$$

۳۲۔ اسطوانہ کی شکل کے ایک برتن میں کچھ پانی ہے، اس کے اندر ایک مجوف مخروط اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا راس نیچے کی طرف ہے۔ توازن کی حالت میں جس دائرہ پر پانی کی سطح مخروط کو کاٹتی ہے اسکے رقبہ کی نسبت اسطوانہ کے قاعدہ کے رقبہ سے ۱۹:۶ ہے پانی کے جس حجم کو مخروط ہٹائے ہوئے ہے اس کے ۱۹ حجم کے مساوی اور پانی مخروط کے اندر ڈالا گیا ہے اور اتنا ہی پانی اسطوانہ میں

ڈالا گیا ہے ثابت کرو کہ قضا میں مخروط کا مقام دہی رہے گا۔

۳۴۔ ایک مقام پر پانی کا باریمیا ۳۴ فٹ پر ہے اور ہوا کی تپش ۶۰ سنتی گریڈ پر، ایک ظرفِ غواص جس کے اندر کرہ ہوائی کی تپش اور دباؤ پر ہوا بھری ہوئی ہے پانی کے اندر اتنا غرق کیا گیا ہے کہ اسکے نیچے کا کنارہ پانی کی سطح سے ۷ فٹ کی گہرائی پر ہے ظرفِ غواص کی گنجائش ۸۴ کعب فٹ ہے اور پانی کی تپش ۷۰ سنتی گریڈ۔ بتاؤ کہ کرہ ہوائی کی تپش اور دباؤ پر اسکے اندر اور کتنی ہوا داخل کی جائے کہ اندر کی ہوا پانی کی تپش پر آجانے کے بعد پورے ظرف کو عین بھر دے۔ [ہوا کے پھیلاؤ کی قدر = $\frac{1}{2.3}$]

۳۴۔ اسطوانہ کی شکل کا ایک ظرفِ غواص پانی کے اندر اتارا گیا ہے اور ظرف کی موٹائی کو نظر انداز کیا گیا ہے، اس محل سے شروع کر کے جس میں کہ ظرفِ غواص عین ڈوبا ہوا ہو رسی کے تناؤ میں بالمدیج جو تبدیلی ہوتی جاتی ہے اسکو ظاہر کرنے کے لئے ترسیبی طریق پر ایک منحنی کھینچو۔

۳۵۔ ایک اسطوانہ کے اوپر کے مستوی رخ پر ایک نصف کرہ لگا کر ایک ظرفِ غواص بنایا گیا ہے۔ اسطوانہ کا طول ج او نصف قطر ۱ ہے، بتاؤ کہ ظرفِ غواص کو کس گہرائی تک ڈلوایا جائے کہ صرت نصف کرہ کے اندر ہوا رہ جائے، نیز ثابت کرو کہ اس محل میں کرہ ہوائی کے دباؤ پر ہوا کا وہ حجم جس کو ظرف کا تمام پانی لکانے کے لئے اس کے اندر بھرتا پڑے گا ظرفِ غواص کے حجم کے برابر ہے۔

$$\left(\frac{3}{2} + \frac{3}{4} \times \frac{3}{2} \right)$$
 گنا ہو گا جہاں ف پانی کے باریمیا کا ارتفاع

۳۶۔ پتلے کیساں سولخ کی ایک خمدار نلی دو سیدھی شانوں کو علی القوائم جوڑنے سے بنائی گئی ہے، ایک شاخ افقی ہے اور دوسری انتصابی، افقی شاخ کا آزاد سرابند ہے اور انتصابی کا کھلا ہے۔ افقی شاخ میں پارہ بھر کر نلی کو انتصابی محور کے گرد جو بند سرے کے بیچ میں سے گزرتا ہے کیساں زاوی رفتار سم ہے گھلایا گیا ہے، ثابت کر دو کہ پارہ انتصابی شاخ میں اونچائی د تک چڑھ جائے گا جہاں

$$\text{سم}^2 = \frac{2 \text{ ج (ف + د)}}{\text{ل} - \text{د}} \quad \text{اس میں ل افقی شاخ}$$

کا طول ہے، ف پارہ کے ہارپیا کا ارتفاع ہے اور ج جاذبہ ارض ہے، نیز بتاؤ کہ اگر سم ل کے ۲ ج ف تو پارہ اوپر نہیں پڑھیکا۔
۳۷۔ پتلے سولخ کی ایک نلی دائرہ کی شکل کی ہے جس کا نصف قطر ۱ ہے نلی میں کچھ سیال پڑا ہے جسکے محاذی مرکز پر زاویہ $\pi + \text{طہ}$ بنا ہے، نلی اپنے ایک انتصابی ماس کے گرد کیساں زاوی رفتار سم سے حرکت کر رہی ہے اور سیال اسکے عین اوپر کے نقطہ تک پہنچ گیا گیا ہے، ثابت کر دو کہ

$$1 \text{ سم}^2 [\text{مس} \text{ طہ} - \text{جب} \text{ طہ}] = \text{ج (جاذبہ ارض)}$$

۳۸۔ ایک کروی ظون کے اندر پانی کی کچھ مقدار پڑی ہے جسکے حجم کی نسبت ظون کے حجم کے ساتھ $n:1$ ہے، ظون کا نصف قطر ۱ ہے، اگر پانی ایک ایسی زاوی رفتار سے حرکت کرے جس کا مربع $\frac{\text{ج}}{\text{ر (د-ن)}}$ سے کم نہ ہو تو ثابت کر دو کہ سب سے نیچے نقطہ پر گئے

ایک چھوٹے سوراخ میں سے کوئی پانی باہر نہیں نکلیگا۔

۳۹۔ ایک اسطوانہ کا نصف قطر ہے اور اسکا پیندا ایک ایسی مخروطی سطح سے بند کیا ہوا ہے جس کا راسی زاویہ ۲۷° ہے اور راس نیچے کی طرف ہے۔ اسطوانہ کے اندر کچھ مائع گھوم رہا ہے آزاد سطح کا وتر خاص ل ہے، ثابت کرو کہ مخروط کی سطح کے اس نقطہ پر کا دباؤ کم سے کم ہوگا جس کا فاصلہ محور سے $\frac{1}{4}L$ ہے بشرطیکہ $L > ۲r \sin ۷^{\circ}$ ۔

۴۰۔ ایک مجوف مخروط جس کا راس اوپر کی طرف ہے تین چوکھا پانی سے بھرا ہوا ہے، اس کو اسکے محور کے گرد جو انتصابی ہے یکساں زاوی رفتار $\left[\frac{8\pi}{3\omega} \right]$ ہم ۷° کے ساتھ گھمایا گیا ہے

جہاں ۷° مخروط کے راسی زاویہ کا نصف ہے اور ω مخروط کا ارتفاع ہے ثابت کرو کہ قاعدہ پر کے مجموعی دباؤ کی نسبت پانی کے وزن کے ساتھ $۱۰:۳$ ہے۔

۴۱۔ قطع ناقص کی شکل کی ایک نلی آدھی کسی سیال سے بھری ہوئی ہے اور ایک ثابت انتصابی محور کے گرد جو اسکی سطح میں واقع ہے یکساں زاوی رفتار ω سے گھوم رہی ہے۔ ثابت کرو کہ مائع کی آزاد سطحوں کو ملانے والا مستقیم خط، سمت انتصابی کے ساتھ زاویہ

سے $\left[\frac{\pi}{2} - \frac{\omega^2}{2g} \right]$ بناتا ہے جہاں ω قطع ناقص کے مرکز

سے محور کا فاصلہ ہے۔

۴۲۔ ایک نصف کردی پیالہ جسکا نصف قطر r ہے پانی سے بھرا ہوا ہے، پانی کو ہاتھ سے اس طرح گھمایا گیا ہے کہ سب پانی پیالہ کے محور کے گرد کسی یکساں زاوی رقتار سے گھومنے لگ جاتا ہے، اگر آدھا پانی گر جائے تو یکساں زاوی رقتار دریافت کرو۔

۴۳۔ ایک قائم مخروط جسکا نصف راسی زاویہ θ ہے ایک مائع کے اندر ڈوبا ہوا ہے اور اس کا مائل ارتفاع جسکا طول L ہے صین مائع کی سطح میں ہے۔ ثابت کرو کہ مئخی سطح پر کا محال مجموعی دباؤ اس مائل ارتفاع کو ایسے نقطہ پر کاٹے گا جس کا فاصلہ مخروط کے

راس سے $\frac{L}{3}$ (۱-۳ جب $\theta = 90^\circ$) ہے، اس حاصل مجموعی دباؤ کی مقدار بھی معلوم کرو۔

۴۴۔ ایک نصف کرہ جسکا وزن W ہے اور کشاف اضافی k اپنے کنارہ کے ایک نقطہ پر ثابت کر دیا گیا ہے، اس کے کنارہ پر ثابت نقطہ سے محیط کے ایک چوتھائی فاصلہ پر N وزن کا ایک ذرہ ہے، یہ پورا نصف کرہ مائع کے اندر ڈوبا ہوا ہے۔ قاعدہ کی سطح مستوی کا میلان افق کے ساتھ دریافت کرو۔

اگر $k = \frac{1}{n}$ تو ثابت کرو کہ میلان $\theta = \frac{3}{n}$ ہے۔

۴۵۔ ایک مجون مخروط کو اس کے محور میں سے گزرنے والی مستوی سطح سے دو مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے اور ان حصوں کو مخروط کے راس پر ایک قبضہ کے ذریعہ وصل کر دیا گیا ہے، یہ مخروط

ایک چکنی مینر پر پڑا ہے، اگر مخروط کے رائس پر کے ایک چھوٹے سوراخ میں سے پانی ڈال کر مخروط کو بھر سکیں تو ثابت کرو کہ پانی کے وزن کو خول کے وزن کے ساتھ جو نسبت ہوگی وہ ہر دو کسور $\frac{1}{4}$ اور

۴ جب عہ سے کم ہوگی۔

۴۶۔ ایک نصف کروی خول ایک مائع کی سطح پر تیر رہا ہے، اگر وہ بڑا سے بڑا وزن جو اسکے کنارہ پر رکھا جا سکے نصف کرہ کے وزن کا ن گنا ہو تو ثابت کرو کہ نصف کرہ کے وزن کی نسبت اس مائع کے وزن کے ساتھ جو اسکے اندر آ سکے

(۱۔ جب عہ) 2 (۲ + جب عہ) : ۲ (ن + ۱)

ہے جہاں مس عہ = ۲ ن

[نوٹ۔ اگر ایک کرہ کا نصف قطر ۱ ہو اور اسکو ایک ایسی سطح مستوی سے کاٹا جائے جس کا فاصلہ مرکز سے لا ہو تو کرہ کے اس ٹکڑے کا حجم $\frac{\pi}{3} (۱ - لا) (لا + ۱ + لا)$ ہوگا۔]

۴۷۔ پارہ کی کثافت اضافی ک اور پانی کے باریم کا ارتفاع ف دونوں معلوم ہیں، بتائیے کہ اگر ایک ظرف غواص کی چوٹی کی گہرائی پانی کی سطح کے نیچے ۱ ہو تو اسکے اندر پارہ کا باریم کس ارتفاع پر ہوگا۔ اگر کٹڑی کا ایک ٹکڑا (۱) ظرف کے باہر سے اس کے اندر پانی میں گرے (۲) ظرف کے اندر سے ہی پانی میں گرے تو اس ارتفاع میں کیا تبدیلی واقع ہوگی۔

۴۸۔ ایک ظرف غواص ایک کھاڑی (ڈوک) کے فرش پر

پڑا ہے اور اسکے اوپر کے جس حصہ میں ہوا ہے اس کا ارتفاع F ہے، ظرف کا وزن اس پانی کے وزن کے مساوی ہے جو اس کو ارتفاع F تک بھر دیتا ہے، جب اس کو زنجیر کے ذریعہ اوپر کھینچا جائے تو ثابت کرو کہ ایک خاص مقام پر یہ پانی سے ہلکا ہو کر خود بخود پانی کی سطح تک اٹھ آئے گا اگر کھاڑی کے پانی کی گہرائی کی نسبت پانی کے بار پیمائے کے ارتفاع کے ساتھ $\frac{F}{K} \times \frac{1}{F} - 1$ سے زیادہ ہو جہاں K پانی کی کثافت ہے اور K کم ظرف کے لوہے کی کثافت ہے۔

[ظرف کے ارتفاع اور نیز F دونوں کو کھاڑی کی گہرائی اور پانی کے بار پیمائے کے ارتفاع کے مقابلہ میں چھوٹی مقداریں سمجھنا چاہیے۔]

۴۹۔ ایک جسم پانی کی سطح پر تیر رہا ہے، اسکے نہ ڈوبے ہوئے حصہ کا حجم J \times L ہے، ایک ظرف غواص جس کا ارتفاع B ہے اور جسکی تراش کا رقبہ L ہے اس پر رکھا گیا ہے اور اتنا نیچے اتارا گیا ہے کہ ظرف کی چوٹی پانی کی سطح کے نیچے L گہرائی پر پہنچ جاتی ہے تیرنے والے جسم کے اس حصہ کا حجم جو اب ڈوبا ہوا نہیں ہے $(J + جہ ک)$ رہے، ثابت کرو کہ جہ مساوات

$$F جہ + ج (F - L - ج) جہ - ج (L + B) = 0$$

کی مثبت اصل ہے، اس میں F پانی کے بار پیمائے کا ارتفاع ہے اور K ایک چھوٹی مقدار ہے جو ہوا کی کثافت اضافی کو ظاہر کرتی ہے۔

۵۰۔ ایک سیدھی نلی کو جس کا نیچلا سرابند ہے ک کثافت والے ایک سیال سے بھر کر اس طرح رکھا گیا ہے کہ نلی انتصابی سمت کے ساتھ

زاویہ عمہ بناتی ہے، نلی کو بند سرے میں سے گزرنیوالے انتصابی محور کے گرد یکساں زاوی رفقار سمہ سے گھمایا گیا ہے اگر کرہ ہوائی کا دباؤ π کے مساوی ہو تو ثابت کرو کہ نلی کا کم سے کم طول جو پانی کے نہ گرنے کے لئے ضروری ہے

$$\text{ج ک حجم عمہ} + \text{سمہ جب عمہ } \pi \text{ ک}$$

[اس مقام پر جہاں دباؤ کی کم سے کم قیمت ہے دباؤ منفی نہیں ہونا چاہیے]

۵۱ - اسطوانہ کی شکل کے ایک ظرف کے اندر کچھ پانی ہے، اس میں ایک ٹھوس اسطوانہ تیر رہا ہے اور یہ سب نظام دونوں اسطوانوں کے مشترک محور کے گرد یکساں زاوی رفقار سمہ سے حرکت کر رہا ہے، اگر ظرف اور ٹھوس اسطوانہ کے نصف قطر بالترتیب r اور R ہوں تو ثابت کرو کہ حرکت سے ٹھوس اسطوانہ فضا میں

$$\frac{\text{سمہ}^2}{\text{ج}^2} (r^2 - R^2)$$

اور ڈوب جائے گا۔

۵۲ - ایک حوض کی پشتہ بندی ک کثافت والی افقی کھردری پتلی پتھر کی تختیوں سے کی گئی ہے، ان کی رگڑ کی قدر مہ ہے، کنارہ کی چوڑائی اوپر سے لافٹ ہے اور جو رخ پانی کی سطح سے مس کرتا ہے وہ انتصابی ہے اور ن لافٹ گہرا ہے۔ ثابت کرو کہ باہر کے رخ کا میلان ہر دو زاویا

$$\text{معم} \left[\frac{1}{n} - \frac{1}{n'} \right] \text{ اور معم} \left[\frac{1}{n} + \frac{1}{n'} \right]$$

سے کم ہونا چاہئے۔

۵۳۔ اگر ایک گز، ایک اونس اور ایک منٹ کو اساسی اکائیاں مانا جائے تو کرہ ہوائی کے دباؤ کو مطلق اکائیوں میں تعبیر کرو جبکہ بار پیم کا ارتفاع ۳۰ انچ ہو، پارہ کی کثافت اضافی ۱۳ ہو اور پانی کے ایک مکعب فٹ کا وزن ۱۰۰۰ اونس ہو۔

[نوٹ۔ دباؤ کی اکائی کے ابعاد یہ ہیں کمیت میں ۱، طول میں ۱، اور وقت میں ۲۔]

۵۴۔ اگر زمین کی سطح کے نیچے سی گہرائی پر زمین کی کشش (۱ + ب ی) ہو تو ثابت کرو کہ پانی کے اندر اس گہرائی پر کا دباؤ ک (۱ ی + ۱ ب ی) ہوگا جہاں ک پانی کی کثافت ہے۔

۵۵۔ لکڑی کا ایک اسطوانہ جس کا طول ل ہے اور جسکی تراش کا رقبہ عہ ہے ایک جھیل میں اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا محور انتصابی ہے اگر اس کو آہستہ سے اتنا نیچے دھکیلا جائے کہ یہ عین ڈوب جائے تو بتاؤ کہ ایسا کرنے میں جو کام کیا گیا ہے وہ

۱ ج عہ ل (ک - ک') ہے جہاں ک اور ک' بالترتیب

پانی اور لکڑی کی کثافتیں ہیں اور ج جاذبہ ارض ہے۔

۵۶۔ اسطوانہ کی شکل کے ایک ظرف میں جس کی تراش کا رقبہ عہ ہے لکڑی کا ایک اسطوانہ انتصاباً تیر رہا ہے جسکی تراش کا رقبہ عہ ہے اور طول ل ہے ثابت کرو کہ لکڑی کو آہستہ سے اتنا دھانے میں کہ لکڑی عین پوری ڈوب جائے جو کام کرنا پڑتا ہے وہ

۱ ج ع ل [۱- ع] (ک- ک) کے سادی ہے

جہاں کم اور کم پانی اور لکڑی کی کثافتیں ہیں اور ج جاذبہ ارض۔

۵۷۔ ایک پتلی یکساں سلخ کے نچلے سرے کے ساتھ ایک وزنی ذرہ باندھا گیا ہے جسکا وزن سلخ کے وزن کے برابر ہے۔ اگر اس سے زیادہ ہے، ثابت کرو کہ سلخ ایک ایسے سیال کے اندر جسکی کثافت سلخ کی کثافت کی ن گنی ہے انتصابی محل میں بحالت توازن قائم تیر سکے گی۔

۵۸۔ ایک مخروط کا راس زاویہ قائمہ ہے، اسکی کثافت اضافی $\frac{1}{2}$ ہے اور وزن W ہے، مخروط پانی میں اس طرح تیر رہا ہے کہ اس کا راس نیچے کی طرف ہے، اگر ایک وزن W جو W کے مقابلہ میں بہت چھوٹا ہے اسکی قاعدہ کے کنارہ کے کسی نقطہ پر رکھ دیا جائے تو ثابت کرو کہ مخروط کا محور سمت انتصابی سے جو زاویہ بنائے گا اس کا قوسی پیمانہ تقریباً

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{[1 - \frac{1}{2}]} \text{ ہو گا۔}$$

۵۹۔ ایک مجون مستدیر اسطوانہ کا نصف قطر r ہے اور ارتفاع h ہے اس اسطوانہ کو ارتفاع h تک ایک ایسے سیال سے بھرا گیا ہے جس کی کثافت کم ہے، پھر اس کو ایک سیال میں جس کی کثافت کم ہے تیرایا گیا ہے، اگر اسطوانہ کا وزن W اور h کی طرف ہو تو توازن کے قائم ہونے کی شرط معلوم کرو۔

۶۰۔ توازن کی یہ شرط کیا ہو جائے گی اگر مجون مخروط کا ارتفاع

ف ہو، نصف راسی زاویہ عم ہو، اس کا راس نیچے کی طرف
 ہو اور اسکا وزن $\frac{1}{2}$ کپ ن فاسل عم ہو۔



ضمیمہ

جو طالب علم احصائے تکلمات سے واقف ہے اور اسکے استعمال سے جسموں کے مرکز ثقل اور متوازی قوتوں کا مرکز معلوم کر سکتا ہے وہ دباؤ کے مرکز کے مقام کا بھی اسی طرح سے تعین کر سکیگا چند مثالیں ذیل میں درج کی جاتی ہیں۔

مستطیل

دفعہ ۱۵۶ کی شکل میں فرض کرو کہ $ل = ل_1 = ل_2$ اور $ل_1$ کی قیمت میں ایک خفیف اضافہ فرلا کو تعبیر کرتا ہے۔ تب رقبہ $ل_1 د_1 = ل_2 د_2$ فرلا اور چونکہ اس کے ہر نقطہ پر کا دباؤ قریب قریب وہی ہے اور $د_1 = د_2$ کے مساوی ہے اس لئے اس جزو پر کا مجموعی دباؤ $ل_1 د_1 = ل_2 د_2$ فرلا ہے۔ لہذا علم سکون دفعہ ۱۱۱ کے موافق اور احصائے تکلمات کے اصول کی

نو سے

$$ل_1 د_1 = ل_2 د_2 \quad \text{اور} \quad ل_1 د_1 = ل_2 د_2$$

$$\frac{ل_1}{ل_2} = \frac{د_2}{د_1} = \frac{ب_1}{ب_2}$$

ثلث جس کا راس سطح میں ہو اور قاعدہ متوازی الاضلاع ہو۔

دفعہ ۵، ا کی شکل میں فرض کرو کہ $لا = در$ اور $در = لا$ کی قیمت میں ایک خفیف اضافہ ہے جو فرلا سے تعبیر ہوتا ہے

تب رقبہ $برج +$ تناسب ہے $برج \times در +$ کے

نیز $برج = برج \times \frac{لا}{در} = \frac{لا}{در} \times لا$ چنانچہ $لا = ک$ پس انتہائی صورت میں رقبہ $برج$ تناسب ہے $\frac{لا}{ک} \times لا$ فرلا کے نیز $برج$ کے ہر جزو پر کا دباؤ تقریباً $در$ پر کے دباؤ کے مساوی ہے اور اس لئے $لا$ کے تناسب ہے، پس جزو $برج$ پر کا مجموعی

دباؤ تناسب ہے $\frac{لا}{ک} \times لا$ فرلا کے، اس لئے علم سکون

دفعہ ۱۱ کے موافق اور احصائے سکلات کے اصولوں کی بنا پر

$$\frac{\frac{لا}{ک} \times لا \times فرلا}{\frac{لا}{ک} \times لا \times فرلا} = \frac{\frac{لا}{ک} \times لا \times فرلا}{\frac{لا}{ک} \times لا \times فرلا}$$

$$= \frac{\left[\frac{لا}{ک} \right]}{\left[\frac{لا}{ک} \right]} = \frac{\frac{ک}{ک}}{\frac{ک}{ک}} = \frac{ک}{ک} = ۱$$

ثلث جس کا قاعدہ سطح میں ہو۔ دفعہ ۱۵ کی دوسری شکل میں فرض کرو کہ $در = لا$ اور $لا = ک$ کا ایک خفیف اضافہ ہے جو فرلا سے تعبیر ہوتا ہے، تب اگر $لا = ک$ تو

$$ن ق = باج \times \frac{اور}{دور} = \frac{وؤ}{کی} \times \frac{ک-لا}{کی}$$

پس انتہائی صورت میں ن ی کا رقبہ متناسب ہے $\frac{وؤ}{کی} \times \frac{ک-لا}{کی}$ فرلا کے
گذشتہ صورت کی مانند ن ی کے ہر ایک نقطہ پر کا دباؤ تقریباً لہجہ
کے دباؤ کے برابر ہے اور اس لئے $\frac{وؤ}{کی} \times \frac{ک-لا}{کی}$ کے متناسب ہے۔

لہذا جب فرلا بہت چھوٹا ہو تو ن ی پر کا مجموعی دباؤ متناسب ہے

$$\frac{وؤ}{کی} \times \frac{ک-لا}{کی} \times فرلا \times دور$$

اس لئے حسب سابق

$$لا = \frac{\frac{وؤ}{کی} \times \frac{ک-لا}{کی} \times دور \times فرلا \times دور}{\frac{وؤ}{کی} \times \frac{ک-لا}{کی} \times دور \times فرلا}$$

$$= \frac{ک (لا - ک) فرلا}{ک (لا - ک) فرلا}$$

$$= \frac{ک \left[\frac{لا^2}{۳} - \frac{ک^2}{۳} \right]}{ک \left[\frac{لا^2}{۳} - \frac{ک^2}{۳} \right]} = \frac{ک}{ک} = \frac{ک}{ک} = \frac{۱}{۲} = ۰.۵$$

دفعہ ۱۱۹ کا جواب بھی احصائے تکملات کے استعمال سے نہایت آسانی
سے حاصل ہو سکتا ہے۔

فرض کرو کہ بندی لا پر دباؤ د ہے اور بندی لا + صفت پلا پر دباؤ

د + م ف د ہے جہاں م ف د بہت چھوٹا ہے اور لا بلندی پر کش ف ت ک ہے، اس لئے اگر م کوئی مستقل مقدار ہو تو

$$د = م ک \dots\dots\dots (۱)$$

تب ایک پتلے ستون کے جزو م ف لا کے توازن پر غور کرنے سے
حسب دفعہ ۱۱۹

$$د = د + م ف د + ج ک م ف لا$$

[کیونکہ اس کو د اوپر کی طرف دبا رہا ہے اور دباؤ د + م ف د نیچے کی طرف]

پس اختصار کرنے سے انتہائی صورت میں

$$\frac{د}{ف لا} = - ج ک$$

$$\text{لہذا (۱) سے } \frac{ف ک}{ف لا} = - \frac{ج ک}{م ک}$$

$$\therefore \frac{ف ک}{ک} = - \frac{ج}{م} \times ف لا$$

$$\therefore \text{لوک ک} = - \frac{ج}{م} لا + \text{ایک مستقل مقدار سے} \dots\dots\dots (۲)$$

لیکن جب وقت لا = ۰ تو ک = ک

$$\therefore \text{لوک ک} = - \frac{ج}{م} \times ۰ + س \dots\dots\dots (۳)$$

(۳) کو (۲) میں سے تفریق کرنے سے

$$\text{لوک ک} = \frac{\text{ج}}{\text{م}} \times \text{لا}$$

$$\text{یعنی ک} = \text{ک} \times \text{م} - \frac{\text{ج}}{\text{م}}$$

یہی جواب دفعہ ۱۱۹ کا ہے اور اس سے کسی ارتفاع لا پر کی کثافت نکل سکتی ہے۔



جوابات

اشکل نمبری ۱ صفحہ ۱۶

- (۱) ۱۵۶۵۲۵ کلوگرام (۲) ۵۵۶ پونڈ وزن (۳) $۲\frac{۲۹}{۳۸}$ پونڈ وزن
 (۴) ۱:۷ (۵) $۳\frac{۱۳}{۱۸}$ پونڈ وزن $\frac{۲۲۳۰}{۲} = ۱۱۱۵$ (۶) $\frac{۱}{۹} = ۰.۱۱۱$ اٹن وزن
 (۷) ۱۴۴ پونڈ وزن فی مربع اینچ (۸) $\frac{۱۲۸}{۱۱} = ۱۱.۶۳۶$ پونڈ وزن فی مربع اینچ
 (۹) ۸۰ پونڈ وزن فی مربع اینچ۔

اشکل نمبری ۲ صفحہ ۲۵

- (۱) $۵۶۲\frac{۱}{۲}$ پونڈ وزن (۲) ... ۴۵۶۲۹ (۳) ۱۳۵۵۹۸ پونڈ وزن
 (۴) ۱۳۶۰۰ گرام وزن (۵) ۲۵۶ (۶) $۲۲\frac{۴}{۵}$ اکعب فٹ
 (۷) اس کے حجم میں بقدر ۱۵۳۰۰۰ اکعب سنتی میٹر کے اضافہ ہو جاتا ہے
 (۸) ... ۵۵۷۲ جیکہ ۲۲ کو $\frac{۲۲}{۲}$ کے مساوی لیا جائے
 (۹) $\frac{۹}{۲۷۵}$ مربع اینچ
 (۱۰) $۶\frac{۲}{۹}$ (۱۱) ۵۰۱۵۶۲۵ اکعب میٹر (۱۲) ... ۸۵۷۲۱
 (۱۳) ... ۴۹۵۹ (۱۴) ۱۶

اشکل نمبری ۳ صفحہ ۳۱

- (۱) ۳:۱ (۲) ... ۵۹۶۵۸ (۳) ۵۸۱۵ (۴) ۱۵ اونس

- (۵) $\frac{7}{4}$ مکعب فٹ (۶) ۳۴۲ مکعب سنتی میٹر اور ۱۱۰ مکعب سنتی میٹر
 (۷) $\frac{1}{4}$ (دک + ک + ۲ک) (۸) ۲ اور ۲ (۹) ۵۹۳۷۵
 (۱۰) $\frac{۲۳۹}{۱۹۱۵}$ مکعب سنتی میٹر (۱۱) ۲ (رض - رض) (رض - رض) = (رض - رض) (رض - رض) (رض - رض)
 اور ۳ (رض - رض) (رض - رض) = (رض - رض) (رض - رض) (رض - رض) (رض - رض)
 ۵۱

امثلہ نمبری ۴ صفحہ ۴۷

- (۱) $\frac{2}{3}$ ۲۲۹۱ پونڈ وزن (۲) ۱۹۵۸۴ فٹ (۳) $\frac{3}{4}$ ۷ فٹ
 (۴) ۳۶۵۸۶۴ فٹ (۵) ۴ میل ۱۵۶۱۶ گز (۶) $\frac{1}{4}$ ۲۸۳۲ پونڈ وزن
 (۷) ۹۸ فٹ (۸) ۵۴ فٹ (۹) $\frac{109}{133}$ ۱۴ (۱۰) ۱۵۵۴۵۰۰۰
 (۱۱) ... ۳۶۵۷۷ میٹر (۱۲) ... ۳۵۵۵۵ سنتی میٹر (۱۳) ۱۰۲۰۰۰
 (۱۴) ... ۱۹۵۳۳ پونڈ وزن ۲۳۰۶۵۶ پونڈ وزن (۱۵) $\frac{5}{15}$ ۱۵
 (۱۶) ... ۲۰۲۱۵۰۴ گرین وزن (۱۷) $\frac{364}{333}$ ۱ (۱۸) ۴۵۵۶ مکعب پانچ
 (۱۹) $\frac{1}{4}$ ن (۲۰) ج ک م

امثلہ نمبری ۵ صفحہ ۴۰

- (۱) ۷۵ پونڈ وزن (۲) $\frac{43}{47}$ ۱۶۲ پونڈ وزن (۳) ۶۷۵۰۰ گرام وزن
 اوپر کے ٹرخ پر ۹۴۵۰۰ گرام وزن نچلے ٹرخ پر ۸۱۰۰۰ گرام وزن
 ہر ایک انتصابی ٹرخ پر (۴) ۳۲۰ پونڈ وزن (۵) $\frac{15}{18}$ ۱۰۴ ٹن وزن
 (۶) ۵۰۶۲۵۵ گرام وزن (۷) $\frac{24}{28}$ ۱۵۰۶۶ ٹن وزن
 (۸) $\frac{125}{18}$ ۲۱ پونڈ وزن (۹) $\frac{125}{18}$ پونڈ وزن فی مربع پانچ
 (۱۰) یہ انتصابی ٹرخوں کو نسبت ۱:۱+۲۷ میں تقسیم کرتا ہے۔

- (۱۱) ۵۲ کلوگرام وزن (۱۲) ... ۱۹ ۷۱ ۱۵۸ پونڈ وزن (۱۳) $\frac{5}{2}$ ۵۱۵ پونڈ وزن
 (۱۴) $\frac{1}{2}$ ۶ فٹ $\frac{5}{8}$ ۱۲۵۰ (۱۵) ۱۲۵۰ اور $\frac{1}{4}$ ۱۳۱۲ پونڈ وزن بالترتیب
 (۱۶) ۹ فٹ (۱۸) $\frac{37}{100}$ ڈگ $\frac{37}{100}$ ڈگ $(\frac{37}{100} + \frac{37}{100})$ ڈگ $\frac{37}{100}$ ڈگ
 (۱۹) ۲۵۳۲۲ فٹ (۲۱) $\frac{1}{2}$ ج $\frac{1}{2}$ ب جم ط [(۲۲) $\frac{1}{2}$ ج $\frac{1}{2}$ ب جم ط
 (۲۴) مطلوبہ خط لا ہے جہاں لا ج در پر کا ایسا نقطہ ہے کہ $\frac{1}{2}$ ج د
 (۲۸) اگر اس نقطہ کی گہرائی جہاں تقسیم کرنے والا خط مربع کے $\frac{1}{2}$ طول والے
 انتصابی کنارے کو کاٹتا ہے لا ہو تو $\frac{1}{2}$ لا - $\frac{1}{2}$ لا + $\frac{1}{2}$ = ۰
 (۲۹) افقی قطر کو مساوی حصوں میں تقسیم کر دو ان نقطوں سے پیرے کی سطح
 میں معین کیجئے جہاں یہ معین نصف دائرے کی قوس سے ملنے دی نقاط
 مطلوبہ ہوں گے۔

(۳۰) اگر اس نقطہ کی گہرائی جہاں تقسیم کرنے والا خط ج ب سے ملتا ہے
 لا ہو اور لا اور ب کی گہرائیاں بالترتیب عہ اور بہ ہوں تو

$$\frac{1}{2} لا + \frac{1}{2} عہ لا - بہ (عہ + بہ) = ۰$$

(۳۵) اگر مخروط کا ارتفاع $\frac{1}{2}$ ہو تو سطح مستوی کی گہرائی صورت اول میں
 $\frac{1}{2}$ ۳۲ ہوگی اور صورت دوم $\frac{1}{2}$ ہوگی۔

مثلاً نمبری ۶ صفحہ ۷۱

(۲) صندوق کو آدھا بھرنے چاہئے۔ (۳) $\frac{5}{4}$ ۲۰ پونڈ

مثلاً نمبری ۷ صفحہ ۷۹

(۱) ۹ : ۱۶ (۳) ۱ : ۳ (۴) $(\frac{11}{2} + ۲)$ رت د

$$(6) \quad 1 - \text{رف} \left(\frac{p}{q} - 1 \right) = 2 - \text{رف} \left(\frac{p}{q} + 1 \right)$$

(۷) $\frac{۸۷۵}{۲۱۶}$ ۾ پونڈ وزن

امثلہ نمبر کی صفحہ ۸۸

(۱) ٹانگہ کا ڈیڑھا گز + $\frac{7}{9}$ م جو افقی سمت کے ساتھ
زاویہ میں بناتا ہے۔

(۲) رگ و جاں کا مخروط کا ارتفاع ہے اور راکے
 قاعدہ کا نصف قطر (۳) $\frac{1}{2}$ ر فٹ و

(۴) مہل مجموعی دباؤ $\frac{1}{2} \frac{1}{14 + 21\sqrt{v}}$ مرکز سے گزرتا ہے اور افق کے ساتھ زادیہ مس $\frac{\pi}{2}$ بناتا ہے۔

(۵)، انق کے ساتھ زاویہ $\frac{\pi}{2}$ بناتا ہے۔

$$(4) \frac{1}{4} f \text{ و } \sqrt{2} f + \frac{1}{2} f$$

امثلہ نمبری ۹ صفحہ ۹۷

(۳) مست $\frac{109}{96}$ (۴) و (۱+۳ جباً عہ) وجب عہ جم عہ
 جہاں ۲ عہ مخروط کا راسی زاویہ ہے اور و مخروط کے پانی کا وزن ہے۔

(۷) ۳ و مس ۷ جم (۷+۳) و [۱+۳ مس عرب (۷+۳) جم (۷+۳)]

(۸) حامل مجموعی دباؤ $\frac{1}{2} \pi$ و نصف کروی سرے کے مرکز میں

اشلہ نمبری . اصفی ۱۰۴

(۱) $\frac{9.43}{11.800}$ مکعب فٹ (۲) $\frac{1}{3}$ یونڈ (۳) ۵۰ مکعب شتی میٹر

- (۴) تم ۵۰۰ سو (۵) $\frac{۵}{۱۱۱۱}$ ۴۵ مکعب میٹر
 (۶) $\frac{۱۱۶۱}{۱۵۵۹}$ ۳۱ مکعب سنتی میٹر ۸۵۶۶۱ (۷) $\frac{۱۱۶}{۱۱۱}$ ۲۵۷ فٹ
 (۸) ... ۲۶ سو پانچ (۱۲) ۲۵ (۱۳) $\frac{۳}{۴}$ م پانچ (۱۴) ایک مکعب
 سنتی میٹر حجم کا خلا ہے۔ (۱۵) $\frac{۱}{۴}$ ۴۶۳ مکعب اینچ (۱۶) ۲ سو (۱۷) $\frac{۱۱}{۱۵}$
 (۱۸) $\frac{۳}{۱+ب+ج}$ ، $\frac{ب+ج+۱+۱}{۳}$ ۳۰ پونڈ (۱۹)
 (۲۰) ۹۰۰ مکعب اینچ ۱۰ اینچ (۲۴) ف (۱) - $\frac{۱}{۴}$
 (۲۸) $\frac{۲۲۳}{۲۲۲}$ (۳۰) $\frac{۲۲}{۲۳}$

اشکل نمبری ۱۱ صفحہ ۱۱۳

- (۱) ۵۰۰۶۵ (۲) $\frac{۲}{۵}$ مکعب اینچ (۳) ... ۴۵۶۰۵
 (۴) ۴۰۰: ۶۱۸ (۶) $\frac{۱}{۲}$ دوب جائیگا۔ (۷) $\frac{۱+۲}{۳}$ = ن
 (۹) نئی گہرائی کی نسبت ابتدائی گہرائی کے ساتھ ۳۹۳۵: ۳۹۴۸

اشکل نمبری ۱۲ صفحہ ۱۲۰

- (۱) ۱-۱۲ پونڈ وزن ۲-۶ پونڈ وزن (۳) ۳۴۲۹: ۳۴۳۸۰
 (۴) $\frac{۵}{۱۹}$ ۹۷ پونڈ وزن $\frac{۱۶}{۱۴}$ ۴۵ پونڈ وزن (۵) ۱۸۵۵
 (۶) ۱۵ گرام وزن (۷) ۳: ۲ (۸) لکڑی کا ٹکڑا
 (۹) ۵ (۱۰) برتن والے ترازو کی سوئی نیچے اتر آئیگی اور جسم دالے
 ترازو کی سوئی اوپر چڑھ جائیگی، دونوں سوئیوں سے جسم کے پٹائے
 ہوئے پانی کے وزن کی بالترتیب زیادتی یا کمی تعبیر ہوگی۔

$$(۱۲) \quad ۲ \text{ مکعب اینچ} \times \frac{۸۴۵}{۱۴۴۸} \text{ پونڈ وزن}$$

$$(۱۳) \quad \frac{۲۱}{۶۲} \times \text{پونڈ وزن} = ۵۶ \text{ پونڈ وزن}$$

امثلہ نمبری ۱۳ صفحہ ۱۲۵

$$(۱) \quad ۹۰ \text{ گرام وزن} \quad (۳) \quad ۵ \text{ پونڈ وزن}$$

$$(۴) \quad ۵۸۰۰۰۰ \text{ اگرام} \quad (۵) \quad \frac{۴۴}{۱۱} \text{ اونس وزن}$$

$$(۶) \quad \frac{۳}{۲۸} \text{ ج} \quad (۷) \quad \frac{۲۵}{۲۲}$$

امثلہ نمبری ۱۵ صفحہ ۱۳۳

$$(۴) \quad ۱ - \frac{۱}{۲۷} \times ۲ - ۲ \text{ جہاں مشترک قاعدہ کا نصف قطر ہے}$$

امثلہ نمبری ۱۶ صفحہ ۱۳۹

$$(۳) \quad \frac{۱}{۸} \times \frac{۱}{۴} \quad (۱۰) \quad \frac{(ک-ک)(ک-ک)}{(ک-ک)(ک-ک)} \text{ فاصلہ اوپر اٹھ آتا ہے}$$

$$(۱۴) \quad \frac{ک+ک}{ک+ک} \times \frac{ک+ک}{ک+ک} \times \frac{ک+ک}{ک+ک} \quad (۱۹) \quad ۱۸ : ۷$$

$$(۲۰) \quad \frac{۱۱}{۱۶} \quad (۲۲) \quad ۱۲ \text{ جب ک جب ط (ب) جم ط - ل جب ط}$$

$$= ۴ \text{ ل جب ط (۲-جم ط) - (۶ ل جب ط + ۳ جم ط)}$$

امثلہ نمبری ۱۷ صفحہ ۱۵۳

$$(۱) \quad ۷۷۵ \times (۲) \quad ۷۸۶۴ \text{ تقریباً} \quad (۳) \quad \frac{۹}{۱۱}$$

$$(۴) \dots ۲۶۰۴۵۸ \quad (۵) ۶ \frac{1}{۳}$$

امثلہ نمبری ۱۸ صفحہ ۱۶۱

$$\begin{aligned} (۱) ۱۵۵۲۵ \quad (۲) ۳ \quad (۳) ۲ \frac{۶}{۱۹} \quad (۴) ۵۸۶۵ \\ (۵) \frac{۱۲}{۱۳} \quad (۶) \frac{۲}{۳} \quad (۷) \frac{۵}{۶} \quad (۸) ۵۸۴۸ \\ (۹) ۹۴۱۳ \text{ تقریباً} \quad (۱۰) ۱۵۸۴۱ \quad (۱۱) ۱۵۶ \\ (۱۲) ۹ (۱۳) ۵۰۶ \text{ مکعب سنتی میٹر} \quad (۱۴) ۳۰ \text{ گرام وزن} \quad ۲ \\ (۱۵) ۵ (۱۶) ۱ \frac{1}{۳} \quad (۱۷) \frac{۴}{۶۴} \text{ پونڈ} \quad \frac{11}{۱۷} \text{ پونڈ سونا اور} \\ ۱ \frac{۲۹}{۳۴} \text{ پونڈ چاندی}\end{aligned}$$

امثلہ نمبری ۱۹ صفحہ ۱۷۲

$$\begin{aligned} (۱) ۳۵۶۳۵۸ \text{ اور } ۳۵۸۸۲۵۸ \quad (۲) ۱۵۰۳ \quad (۳) ۶ \frac{۲}{۱۳} \text{ پنچ} \\ (۴) \dots ۱۵۰۹۴۷ \quad (۵) \frac{۱}{۱۲} \text{ مکعب سنتی میٹر} \\ (۶) \frac{۱}{۵۰۱} \text{ ک} \text{ جہاں ک جوڑ کے مادہ کی کثافت اضافی ہے۔} \\ (۷) ۹۰۶ \quad (۸) ۱۰ : ۱۳ \quad (۹) ۱۸ : ۱۹ \\ (۱۰) ۸ \frac{۲}{۳} \text{ اونس} \quad (۱۱) ۲۵۵ \quad (۱۲) ۸ \\ (۱۳) ۲ \frac{۲}{۳} \text{ اونس}\end{aligned}$$

امثلہ نمبری ۲۰ صفحہ ۱۷۹

$$\begin{aligned} (۱) ۲۷۵۲ \quad (۲) ۶ \text{ پنچ} \quad (۳) \text{ جس نلی میں تیل ہے اس کے عین} \\ \text{پیندے میں۔} \quad (۴) ۱۵۷ \quad (۵) ۱۴۹۵۵۶ \text{ مکعب پنچ} \quad (۶) \frac{۲۴}{۶۴} \text{ سنتی میٹر}\end{aligned}$$

امثلہ نمبری ۲۱ صفحہ ۱۹۸

(۱) ۱۶۹۵۳۵۶ سنتی میٹر (۲) ۹۲۹۰۸۲ گرام وزن جب $\frac{1}{100} = \frac{1}{100}$
 (۳) $\frac{1}{100}$ ارتفاع بقدر فاصلہ لا کے کم ہو جائیگا جہاں تلی کے طول
 لا کے پارہ کا وزن گولی کے وزن کے مساوی ہے بشرطیکہ گولی تلی
 میں بھنس کر آئے، اگر گولی تیرے تو ارتفاع میں کوئی تبدیلی واقع نہوگی۔

(۴) ... ۶۲۳۲۶۲۳ سنتی میٹر (۵) $\frac{1}{100}$ انچ

امثلہ نمبری ۲۲ صفحہ ۲۱۰

(۱) ۵۰۰۱۲۹۲ (۲) $\frac{1}{100}$ گرین وزن کا اضافہ (۳) ۵۳۵ فٹ
 (۴) جب تک کہ اندر کے پانی کی سطح باہر کے پانی کی سطح سے ۲ فٹ
 فٹ نیچی نہ ہو جائے، ف

(۵) ۳۲۵ فٹ (۶) ۶۳ سنتی میٹر

(۸) دونوں جانب دباؤ بالترتیب $\frac{1}{100}$ اور $\frac{1}{100}$ ۲۲ پونڈ وزن
 فی مربع انچ کے مساوی ہیں، ۸ انچ

(۹) ۱- یہ تیریکا ۲- یہ نیچے اتر آئیگا۔

(۱۰) ۳۴۴ پونڈ وزن تقریباً (۱۳) ۵۵۷ فٹ

(۱۵) $\frac{1}{100}$ انچ (۱۶) ۳۴۴ انچ (۱۹) ۱۵۰ پونڈ وزن

(۲۰) $\frac{9}{32 + 32}$ جہاں فٹ پانی کے باہر کا ارتفاع ہے۔

امثلہ نمبری ۲۳ صفحہ ۲۲۰

(۱) ۱- ... ۹۴۵۸۲ مکعب سنتی میٹر ... ۵۹۰ مکعب فٹ

(۲) $\frac{1}{8}$ کعب پنچ (۳) ۱۰ کعب پنچ (۴) ۲۲۹: ۲۲۲
(۷) ۲۸۷۰۰۰۰ تقریباً

امثلہ نمبر ۲۴ صفحہ ۲۳۱

(۲) $\frac{1}{8}$ کعب پنچ (۳) ۵ پنچ (۴) ۲۹۵۹۸ پنچ
(۵) $\frac{1}{8}$ پنچ (۷) دباؤ جو $\frac{1}{8}$ پنچ پارہ کے وزن سے پیدا ہوتا ہے $\frac{10}{100}$ پنچ
(۸) ۳۰ پنچ (۹) ۸۴۵۲۹۵۲ گرام وزن (۱۰) ۲۹۵۹ پنچ
(۱۱) $\frac{1}{15}$

امثلہ نمبر ۲۵ صفحہ ۲۴۱

(۱) ۵۴۵۰۰ ہوائی کروں کا دباؤ تقریباً (۲) $\frac{1}{8}$ انٹ
(۳) $\frac{1}{4}$ انٹ (۴) ۲۰ فٹ $\frac{7}{12}$ انٹ ۱۳۲ کعب فٹ
(۵) ۵۰۰ کعب فٹ (۶) مقادیر نسبت ۲: ۳ میں ہیں۔
(۷) ظرف خواص کی چوٹی کی گہرائی ۳ پنچ ہے پانی کے باریکا کا ارتفاع ۳۳ فٹ ہے۔
(۸) $\frac{1}{4}$ پنچ ۳ فٹ ۹ پنچ (۹) یہ سستقل رہتا ہے۔
(۱۲) ہوا باہر نکلیگی (۱۳) $\frac{۳-۲}{۴}$ تقریباً
(۱۴) ۳۳ فٹ (۱۵) $\frac{۳}{۴} + \frac{۱}{۴}$ جہاں ف پانی کے باریکا کا
ارتفاع ہے اور ۱ ظرف خواص کا

(۱۶) ۱- $\frac{۱۲}{۱۲}$ (ف-ف) - ب $\frac{۳}{۱۲}$ ۲- $\frac{۱۲}{۱۲}$ (ف-ف) - ب

جہاں ک پارہ کی کثافت اضافی ہے۔

امثلہ نمبری ۲۶ صفحہ ۲۶۵

- (۱) ارتفاع ۳۷ سے ۳۵ تک بدلتا ہے۔
 (۲) ۴۲ فٹ اینچ (۳) ۳۳ فٹ ۴ اینچ (۴) ۸۰
 (۵) پینچ جائیگا۔ (۶) ۲ فٹ ۳۲ - ۱۶ = ۱۶ فٹ تقریباً
 (۷) $\frac{۵}{۸} \times ۸۶۸۰$ پونڈ وزن (۸) $\frac{۵}{۱۲} \times ۲۶۰$ پونڈ وزن
 (۹) $\frac{۵}{۸} \times ۶۲۵$ پونڈ وزن، $\frac{۵}{۸} \times ۳۱۲۵$ پونڈ وزن
 (۱۰) ر × و × ج ل × ب ل دفعات ۱۲۸ اور ۱۳۰ کے طریق کتابت کی رُو سے
 (۱۱) ۴۰ کلوگرام وزن، ۶۰۰ کلوگرام وزن
 (۱۲) $\frac{۵}{۶}$ فٹ
 (۱۳) پانی اوپر کے نل میں نہیں آسکیگا $\frac{۱}{۲}$ - ۲۵ فٹ

امثلہ نمبری ۲۷ صفحہ ۲۸۲

- (۱) ۱:۳ (۲) دباؤ ۹: ۱۰ کی نسبت میں ہیں
 (۳) آخری دباؤ کی نسبت ابتدائی دباؤ کے ساتھ ۱: ۱۱ ہے جو تقریباً ۱: ۱۲ کے مساوی ہے
 (۴) ۸ - ۲ (۵) ۵ - ۱ (۶) ۴ (۷) $\frac{۵}{۸}$ اینچ
 (۸) ۳۷ اور ۴۸ کے درمیان (۹) ۲۰ (۱۰) ۲۲ (۱۱) ۲۲
 (۱۲) کرہ ہوائی کی کثافت کی ایک چوتھائی
 (۱۳) $\frac{۲۲۶۵}{۶۵۶۱}$

امثلہ نمبری ۲۸ صفحہ ۲۹۰

- (۱) ۳۴ فٹ (۲) ۲۲ فٹ ۸ اینچ

امثلہ نمبری ۲۹ صفحہ ۳۰۲

$$(۴) ۳:۶:۴$$

$$(۳) ۱\frac{۵}{۲۲}$$

امثلہ نمبری ۳۰ صفحہ ۳۰۸

$$(۲) \frac{۶گ + ۲ف - ۲گ}{۲(۳گ - ۲ف)} \quad (۳) \frac{۶گ - ۲ف + ۲گ}{۲(۳گ - ۲ف)}$$

$$(۴) ۳\frac{۹}{۲}ف \quad (۶) \frac{۱}{۸} \frac{ف}{گ}$$

امثلہ نمبری ۳۱ صفحہ ۳۱۲

$$(۲) \frac{(لا + لا + ما + ما + ۲ف)(لا + ما)}{۲(لا + ما + ۳ف)}$$

(۴) اس کی گہرائی مرکز کی گہرائی کی $\frac{۵}{۲۲}$ گنی ہے۔

(۵) $\frac{۳۶}{۲۰}$ جہاں ۱ ایک ضلع کا طول ہے۔

امثلہ نمبری ۳۲ صفحہ ۳۳۲

$$(۱) \frac{۲۷ج}{۲} \quad (۴) ج ک [ف - \frac{سے}{۲}] (ا - ما) [مرکز سے فاصلہ ما پر$$

$$(۶) \frac{۲۷ج}{۲} \quad (۱۹) اگر ا سے > ۲ج تو $\frac{۲}{۲} \times \frac{سے}{ج}$ اگر ا سے < ۲ج$$

$$تو \frac{۲}{۳} \times \frac{ا سے - ۲ج}{سے}$$

$$(۲۱) \frac{۱}{۲} \sqrt{\frac{ج}{۶}}$$

امثلہ نمبری ۳۳ صفحہ ۳۴۹

$$(۱) ۳:۲ \quad (۲) ۵۰۰ پونڈ فی بیج اینچ$$

$$(۳) \frac{۵}{۱۴۴} \text{ پانچ} \quad (۴) ۱ [۱ + ع ت] \frac{۱}{۴}$$

متفرق مثالیں صفحہ ۳۵۷

$$(۱) \frac{۳۱}{۱۰۰} \text{ گز } (۲) ۶ \text{ گرام فی مکعب سنتی میٹر } \frac{۲}{۱۰۰} \text{ ۱۶۶۶ مکعب سنتی میٹر}$$

$$(۳) \frac{۵}{۶۴} \quad (۴) ۳۵۷ \text{ گرام} \quad (۵) ۹ : ۱۱$$

$$(۸) ۲۹۷۴ \text{ سنتی میٹر } (۹) ۳۲۰۰۰ \text{ مکعب فٹ } (۱۰) \frac{۲۱۳۷۵}{۶۴} - ۸ = ۳۱۰.۷۸ \text{ اونس تقریباً}$$

$$(۱۱) ۱۵۳۲ \quad (۱۲) ۷۷۵ \quad (۱۳) ۱۵۵$$

$$(۱۴) \text{ پہلے فاصلہ کا بقدر } \frac{۵}{۳۲} \quad (۱۵) ۵۷۰.۵ \text{ پانچ}$$

$$(۱۶) ۳۳۷ : ۳۲۲ \quad (۱۹) \text{ اس کا ارتفاع } = \frac{۲۱۳۷۵}{۶۴} \times \frac{۱}{۱۰۰} \text{ فٹ}$$

$$(۲۰) \text{ اگر ب ج کا وسطی نقطہ دہو تو د و د پر واقع ہوگا اور دو } = \frac{۱}{۳۲} \times د د ۱$$

$$(۲۱) ۶۴ : ۲۷ \quad \frac{۹}{۶۴} \text{ جہاں ف مخروط کا ارتفاع ہے}$$

$$(۲۲) \text{ مقدار } ۱۸ \text{ } \pi \text{ } ۱۰۷ \text{ اور سمت عمل افق سے زیادہ } \frac{۱}{۴} \text{ بناتی ہے۔}$$

$$(۲۵) ۱ - \text{ یہ اوپر اٹھتا ہے } ۲ - \text{ بالعموم یہ نیچے اترتا ہے۔}$$

$$(۲۹) ۱۰۰۰ \text{ سنتی میٹر } ۲۶۶۵۶۰۰ \quad (۳۳) ۳۸۵۸۵$$

$$(۴۲) \sqrt{\frac{۳۲}{۱۰۰}} \quad (۴۳) \frac{۱۱}{۱۰} \text{ دل جبا جم ع } ۱۷ + ۳ \text{ جبا ع}$$

$$(۴۴) \text{ مسر } \left[\frac{۹}{۱۰} - ۱۷ - ۲ - ۲ + ۲ + ۲ \right] \text{ جہاں لہ } = \frac{۱}{۱۰} \text{ ک}$$

$$(۴۷) \frac{۱}{۱۰} \left[۱ + ف + ۷ + (د + ف) + ۲ + ف + ۲ \right] \text{ دفعہ } ۱۲۳ \text{ کے}$$

$$\text{طریق کتابت کے مطابق، (۱) یہ زیادہ ہوگا (۲) یہ کم ہوگا۔}$$

$$(۵۳) ۱۰ \times ۱۱۲۳۲ \text{ جہاں ج } = ۳۲$$

$$(۵۹) ۲ (ن ف ک + ف ک) \text{ کے ک ک } (۲ ف + ۲) \text{ کے ک } (۲ ن ف + ۲)$$

$$(۶۰) (ن ف ک + ف ک) \text{ کے ک } (ف ک + ۲) \text{ کے ک } (۲ ن ف + ۲) \text{ کے ک } [$$

فہرست اصطلاحات

Absolute temperature

تپش مطلق

Air Pump

ہوا پمپ

Alloy

ملوان دھات

Apparent weight

ظاہری وزن

Atmospheric pressure

کمرہ ہوائی کا دباؤ

Barrel

نل

Barometer

باریمیا

Bellows

دھونکتی

Boiler

جوش دان

Bulb

جوفہ

Buoy

پیرکوا

Buoyancy

ایچھال

Capacity

گنجائش

Cartesian diver

کارٹیزی غواص

Centimetre

سنتی میٹر

O. G. S. System

سنتی میٹر گرام ثانیہ نظام (س، گ، ث نظام)

Centre of gravity

مرکز ثقل (ث)

Centre of pressure

دباؤ کا مرکز

Coal gas

کوئلہ گیس

Column of mercury

پارہ کا اسطوانہ

Common } Pump
Suction }

{ عام پمپ
{ چوس پمپ
سطح مشترک

Common Surface

Compressibility

پھٹنے کی قابلیت

Compression

پتچ

Cone

مخروط

Condenser

مکثف

Contraction

سکڑاؤ

Cork

کاک

Correction

تصحیح

Crown glass

کلسی شیشہ

Curved surface

منحنی سطح

Cylinder

اسطوانہ

Density

کثافت

Displacement

ہٹاؤ

Distilled water

کشیدہ کیا ہوا پانی

Diving bell

ظرف غواص

Double cone

دو ہر مخروط

Double barrelled pump

دو بلا پمپ

Dyne

ڈائن

Effective surface

موثر سطح

Equilibrium

توازن

Ether

ایتھر

Faulty Barometer

ناقص باریمیا

Plint glass	سرفی شیشہ
Floating bodies	تیرنے والے اجسام
Floating Surface	تیرنے کی سطح
Fluid pressure	سیالی دباؤ
Foot pound System of units	اکائیوں کا فٹ پونڈ نظام
Force pump	دبا پمپ
Fulcrum	نصاب
Friction	رگڑ
Frustum	مخروط ناقص
Gas	گیس
Graduation	درجہ بندی
Gramme	گرام
Heavy liquid	دزن دار مائع
Hetrogeneous fluid	غیر متجانس سیال
Homogeneous fluid	متجانس سیال
Hypothetical fluid	فرضی سیال، مثالی سیال
Hydrometer	ماکن پیما
Hydrostatics	علم سکون سیالات
Hydraulic	آبی شکنجہ
Hydrostatic	
	Press
Hydrostatic paradox	سکون سیالات کا مسئلہ غریبہ
Hydrostatic balance	آبی میزان
Ice berg	بچ کا تودا
Imperfect Vacuum	ناقص خلا

Intensity of gravity	(جاذبہ کا) اشتداد
Intrinsic weight	ذاتی وزن
Ivory	ہاتھی دانت
Kilogramme	کلو گرام
Lamina	پترا
Level	ہمواری
Lever	بیرم
Lifting pump	اٹھاؤ پیپ
Liquid	مایع
Loaded Barometer	بوجھل کیا ہوا بار پیم
Mercury	سیالی بار پیم
Mercury guage	سیالی داب پیم
Metacentre	مرکز نابعد
Millimetre	ملی میٹر
Mixture	آمینرہ
Moment	معیار اثر
Naphtha	نفتہ
Nozzle	ٹونٹی
Oak	شاہ بلوت
Olive oil	زیتون کا تیل
Paraboloid of revolution	گردشی مکانی نما
Parallelopiped	متوازی السطوح
Perfect Fluid	سیال کامل
Piston	فشارہ
Plate	تختی

Plug	ڈاٹ
Poplar	پنار
Poundal	پونڈل
Principle of work	نظام کا اصول
Quartz	چقماق
Receiver	قابلہ
Reservoir	حوض
Resultant thrust	حاصل مجموعی دباؤ
Resultant	حاصل امتصالی دباؤ
Vertical thrust	
Rigid body	استوار جسم
Rotating liquids	گھومنے والے مائع
Safety valve	محافظ کھلمند
Shape	شکل
Shearing Stress	جڑی زور
Siphon	سیفون
Siphon Barometer	سیفنی باریمیا
Size	جسامت - قامت - ناپ
Slant Side of a Cone	خروط کی سطح اٹل
Solids	جسامات
Solution	محلول
Specific gravity	کثافت اضافی
Sphere	کرہ
Spherical	کرودی
Spout	دہانہ

Stability

Standard temperature

Stop cock

Stroke

Syringe

Tangential force

Tar

Torricellian vacuum

Thrust

Treacle

Triangular Prism

Tube

Turpentine

U Tube

Uniform Pressure

Vacuum

Vapour pressure

Viscous fluid

Volume

Water line

Water-tight	} Piston
Air-tight	

Wax

Whole Pressure

Zone

قیام

معیاری تمپریچر

روک ڈاٹ

ضرب مار

پچکاری

مانسی قوت

تار کول

طرسلی کا خلا

مجموعی دباؤ

شیرہ

نشور ششلی

نلی

تار پین

لاٹا نلی

یکساں دباؤ

خلا

بخاری دباؤ

لزوج سیال

حجم

خط آبی

آب بند

ہوا بند

موم

کل دباؤ

منطقہ

غلطنا

صفحہ سطر	غلط	صحیح	صفحہ سطر	غلط	صحیح
۲۱	۸	ہوا	۱۳۶	۲۱	کر کسی
۲۷	۱۰	اضافی کثافتیں اور	۱۳۹	۱۳	و
۲۹	۱۹	کثافت اضافی	۱۵۲	۱۲	و (۱-ک) (۲-ک)
۳۰	۵	حق	۱۷۰	۱۱	و
۴۰	۱۴	اب چونکہ	۱۷۶	۷	و
۵۶	۱	طبعی	۱۷۷	۱۲	عہ بہ
۸۵	۵	بتانا	۱۷۷	۱۱	اس میں اس
۱۰۶	۲	کثافت اضافی	۱۹۴	۲۰	قدر فی درجہ
۱۰۷	۶	کثافت اضافی	۲۰۴	۱	متناسب
۱۱۵	۱۷	دیا گیا	۲۵۶	۱۹	بالائی سطح
۱۱۹	۱	ک۔ ۱-ک	۲۷۵	۱۸	بھی
۱۲۱	۶	کسر	۲۸۷	۱۰	قصر
۱۲۶	۱۲	۲۵۶	۲۹۰	۳	رانے
۱۳۳	۷	ڈبوئے	۲۹۰	۱۰	کسی
۱۳۳	۱۸/۱۶	مرکز ثقل	۲۹۱	۹	و
۱۳۹	۱۵	ہے وہ بالعموم	۳۰۵	۱۴	ف: و
			۳۰۶	۵	ف + و

صفحہ سطر	غلط	صحیح	صفحہ سطر	غلط	صحیح
۳۰۶ ۱۰	فہ +	ف +	۳۴۵ ۷	ن ل ل	ن ل ل
۳۱۴ ۲	ف	ف	۳۵۴ ۹	ل ج	ل ج پر
۳۲۸ ۶	قاعدہ	قاعدہ	۳۶۷ ۵	سہ پ	سہ س
۳۳۱ ۷	قطر	انتصالی قطر	۳۸۴ ۱	= ۲	- ۲
۳۳۵ ۱۰	کے کافی	کے لئے کافی	۳۸۹ ۹	۵۱۴۵... (۱۶)	۳۱۴۵...
۳۳۷ ۱۵	افقی پر	افقی منبر پر			

